metode statistice aplicate în experiențele agricole și biologice

N. CEAPOIU

Scanned with OKEN Scanner

ÎN EDITURA AGRO-SILVICĂ

VOR APARE:

Ir. Staicu
AGROTEHNICA

N. Giosan,
N. A. Săulescu
PRINCIPII DE GENETICĂ

G. Müller
BIOLOGIA SOLULUI

T. Martin
VITICULTURA

E. Constantinescu și col.
CARTOFUL

D. Davidescu
TEORIA ȘI PRACTICA FERTILIZĂRII

Scanned with OKEN Scanner

Prof. dr. dt. N. CEAPOIU

Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

aplicate în experienţele agricole şi biologice

Bucureşti – 1968

Scanned with OKEN Scanner

Prefață

În cercetările asupra materiei vii — plante și animale — intervin o serie de dificultăți care îngreunează mult munca de cercetare. Una din acestea este variabilitatea organismelor vegetale și animale condiționată de factorii genetici și ecologici. O altă dificultate constă în variația mare a însușirilor solului pe care așezăm experiența în cazul plantelor sau a condițiilor de adăpostire și hrană a animalelor. La acestea se adaugă influența nenumăraților factori accidentali imposibil de controlat.

Desigur, prin utilizarea unui material biologic cît mai omogen, prin alegerea unui teren experimental cît mai uniform și printr-o execuție ireproșabilă a experienței, cercetătorul poate atenua influența diferiților factori asupra rezultatelor experienței, dar nu-i poate înlătura niciodată. De aceea se poate afirma că orice rezultat al unei cercetări agricole sau biologice este încărcat cu erori. Cu alte cuvinte valorile individuale obținute într-o încercare oarecare se abat destul de mult de la „adevăratele valori".

Metodele statistice ne dau posibilitatea să prindem în cifre aceste erori, să le grupăm în funcție de cauzele care le-au produs și să facem o interpretare corectă a rezultatelor experimentale.

Datorită contribuțiilor teoretice aduse de K. Pearson, W. S. Gosset (Student), R. A. Fisher, F. Yates, W. J. Youden, W. G. Cochran și G. M. Cox, D. J. Finney, O. Kempthorne, G. W. Snedecor, K. Mather, M. S. Bartlett, D. B. Duncan, W. U. Behrens, A. Linder, M. H. Quenouille, C. H. Goulden, C. I. Bliss, A. Hald, L. H. C. Tippet, O. L. Davies, N. T. J. Bailey, Erna Weber, A. Mudra, S. Vianelli, P. N. Constantinov, A. Vessereau ș.a., *metodele statistice s-au dezvoltat considerabil. Aproape că nu există domeniu de cercetare științifică în care să nu-și găsească aplicare. În prezent dispunem de numeroase teste care ne permit să examinăm exactitatea rezultatelor experimentale cu foarte multă precizie.*

În țara noastră au adus contribuții valoroase la dezvoltarea teoriei probabilităților și a statisticei matematice O. Onicescu, Gh. Mihoc, V. Urseanu s.a. *Un aport însemnat privind aplicarea statisticei matematice și a metodelor statistice moderne în diferite domenii au adus* Gh. Mihoc *și* V. Urseanu *(economie),* P. Mureșan *(medicină),* V. Săhleanu, M. Steinbach *(medicină și biologie),* N. Rancu, L. Tövissi *(industrie),* N. Săulescu, V. Velican *(agricultură),* V. Giurgiu *(silvicultură)* ș.a.

Prezenta lucrare este alcătuită din trei părți.

În partea I sînt tratate distribuțiile empirice și teoretice, metodele de examinare a semnificației, analiza variației, analiza corelațiilor, analiza regresiilor, analiza covarianței și analiza frecven-

Scanned with OKEN Scanner

ților. S-a dat o dezvoltare mai mare aspectelor teoretice ale metodologiei statistice pentru o înțelegere mai profundă și o aplicare corectă a acesteia.

În partea a II-a sînt prezentate un mare număr de metode de așezare și scheme experimentale specifice metodelor respective, atît pentru experiențele monofactoriale cît și pentru cele polifactoriale. Prin aceasta s-a creat posibilitatea alegerii schemelor pentru cele mai variate experiențe în cîmp, casa de vegetație, seră și laborator. Experimentatorii cu animale pot găsi, de asemenea, scheme convenabile.

În partea a III-a sînt arătate modalitățile de calcul a experiențelor executate după metodele cele mai larg răspîndite precum și pentru unele variante ale acestor metode. A fost imposibil să prezentăm metodele de calcul pentru toate tipurile de experiențe indicate în partea a II-a, deoarece aceasta ar fi depășit cu mult spațiul grafic disponibil. Tot din lipsă de spațiu nu am putut prezenta decît o parte din metodele statistice folosite în cercetările de genetică. Pentru o cunoaștere mai cuprinzătoare a acestora recomandăm lucrările lui R. A. Fisher, O. Kempthorne, W. B. Mather *ș.a.*

În anexă sînt prezentate 13 tabele statistice indispensabile pentru interpretarea datelor experimentale. Existența în librării și biblioteci a tabelelor matematice ne-a scutit să prezentăm tabele cu patratele numerelor, cu rădăcinile patrate ale numerelor și cu logaritmi.

Lucrarea de față se adresează cercetătorilor din institutele de cercetări agricole și biologice, cadrelor didactice și studenților din institutele de învățămînt superior agronomic și biologic, precum și specialiștilor din unitățile agricole socialiste care desfășoară o activitate experimentală. Ea poate fi folosită de orice experimentator cu pregătire superioară indiferent de domeniul științific în care lucrează.

Pentru o accesibilitate mai largă a metodelor tratate am căutat pe cît posibil să renunțăm la deducțiile multor formule. În același scop am prezentat formulele și schemele de calcul cele mai simple și mai rapide.

Ca material bibliografic documentar s-au utilizat cele mai importante lucrări clasice și moderne din domeniul statisticei, căutînd să prezentăm metodele generalizate și unanim acceptate în cercetarea științifică.

AUTORII

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Cuprins

Partea I

BAZELE TEORETICE ALE ANALIZEI STATISTICE

Capitolul 1: **Distribuţii empirice** (pag. 27)

1.1. Generalităţi 27
1.1.1. Despre observaţii 27
1.1.2. Variabilitatea observaţiilor 27
1.1.3. Populaţie şi probă 28
1.2. Pregătirea materialului statistic 29
1.2.1. Alegerea probelor 29
1.2.2. Întocmirea tabelelor cu material statistic 30
1.2.2.1. Tabelul original 30
1.2.2.2. Tabelul primar de distribuţie 30
1.2.3. Gruparea observaţiilor pe clase 30
1.3. Reprezentarea grafică a distribuţiei frecvenţelor 34
1.3.1. Reprezentarea grafică a unei variabile continuă 34
1.3.2. Reprezentarea grafică a unei variabile discontinuă 35
1.3.3. Compensarea distribuţiei frecvenţelor 36
1.3.4. Distribuţii plurimodale 36
1.4. Indici statistici 36
1.4.1. Parametri şi estimatori 36
1.4.2. Valori medii 37
1.4.2.1. Media aritmetică 37
1.4.2.2. Media aritmetică ponderată 41
1.4.2.3. Mediana 42
1.4.2.4. Quartile 43
1.4.2.5. Valoarea modală 44
1.4.2.6. Media geometrică 44
1.4.2.7. Media geometrică ponderată 45
1.4.3. Indicii dispersiei 45
1.4.3.1. Amplitudinea variaţiei 46

1.4.3.2. Abaterea medie 46
1.4.3.3. Diferența medie 47
1.4.3.4. Abaterea medie patratică și abaterea standard 47
1.4.3.5. Abaterea medie patratică ponderată 53
1.4.3.6. Coeficientul de variație 55
1.4.4. Momente potențate 56
1.4.5. Corecțiile lui Sheppard 58
1.4.6. Indicii asimetriei 59
1.4.6.1. Indicele asimetriei după K. Pearson 60
1.4.6.2. Indicele asimetriei după Johannsen 61
1.4.7. Indicele excesului 61

Capitolul 2: **Distribuții teoretice** (pag. 66)

2.1. Despre probabilitate 66
2.2. Distribuția binomială 67
2.2.1. Caracterizare 67
2.2.2. Probabilitatea în cazul distribuției binomiale 71
2.2.3. Reprezentarea grafică a distribuției binomiale 72
2.2.4. Media aritmetică, abaterea medie patratică și abaterea standard în cazul distribuției binomiale 74
2.2.5. Comparația unei distribuții empirice cu distribuția binomială 77
2.3. Distribuția lui Poisson 78
2.3.1. Caracterizare 78
2.3.2. Media aritmetică și abaterea medie patratică în cazul distribuției lui Poisson 79
2.3.3. Comparația unei distribuții empirice cu distribuția lui Poisson 81
2.4. Distribuția normală 82
2.4.1. Funcția distribuției normale 82
2.4.2. Proprietățile curbei normale 83
2.4.3. Desenarea curbei normale 84
2.4.4. Funcția sumelor distribuției normale 84
2.4.5. Distribuția sumelor exprimate în procente 86
2.4.6. Probabilitatea de transgresiune în cazul distribuției normale 88
2.4.7. Comparația unei distribuții empirice cu distribuția normală 88
2.4.8. Distribuția mediilor. Abaterea standard a mediei aritmetice. 91
2.4.9. Distribuția diferențelor. Abaterea standard a diferenței 93
2.5. Distribuția t 95
2.5.1. Funcția distribuției t 95
2.5.2. Proprietățile curbei $\varphi(t)$ 96
2.5.3. Momentele distribuției t 97
2.5.4. Funcția sumelor distribuției t 97
2.6. Distribuția χ^2 (Hi pătrat) 98
2.6.1. Funcția distribuției χ^2 98
2.6.2. Reprezentarea grafică a funcției de frecvență $\varphi(\chi^2)$ 99
2.6.3. Funcția sumelor distribuției χ^2 100
2.7. Distribuția F 101
2.8. Alte distribuții teoretice 103

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 3: **Metode de examinare a semnificaţiei** (pag. 104)

3.1. Graniţele semnificaţiei 104
3.2. Examinarea semnificaţiei mediilor supuse distribuţiei normale 105
3.3. Examinarea semnificaţiei diferenţelor supuse distribuţiei normale 107
3.4. Testul *u* 109
3.5. Testul *t* 109
3.5.1. Examinarea semnificaţiei mediilor supuse distribuţiei *t* 110
3.5.2. Examinarea semnificaţiei diferenţelor supuse distribuţiei *t* 111
3.6. Testul *t* multiplu 114
3.7. Examinarea semnificaţiei diferenţei dintre două probe dependente una de alta .. 116
3.8. Testul *F*. Examinarea omogenităţii a două varianţe 118
3.9. Testul Bartlett. Examinarea omogenităţii mai multor varianţe 121
3.10 Corectarea testului *t* 123

Capitolul 4: **Analiza varianţei** (pag. 125)

4.1. Generalităţi 125
4.2. Analiza simplă a varianţei 127
4.2.1. Grupe de aceeaşi mărime 127
4.2.2. Grupe de mărimi diferite 131
4.2.3. Grupe de aceeaşi mărime, dar împărţite în subgrupe 133
4.3. Analiza dublă a varianţei 137
4.3.1. Grupe cu valori simple 137
4.3.2. Grupe cu valori duble 141
4.4. Analiza triplă a varianţei 144
4.5. Analiza multiplă a varianţei 148
4.6. Analiza varianţei în cazuri speciale 155
4.7. Comparaţia ortogonală 159
4.8. Transformări 162
4.8.1. Transformarea în rădăcini patrate 162
4.8.2. Transformarea logaritmică 164
4.8.3. Transformarea în numere reciproce 166
4.8.4. Transformarea valorilor procentuale 166
4.8.5. Testul de aditivitate 169

Capitolul 5: **Analiza corelaţiilor** (pag. 172)

5.1. Corelaţia simplă 172
5.1.1. Reprezentarea grafică 172
5.1.2. Tabela de corelaţie 173
5.1.3. Distribuţia normală a două variabile 174
5.1.4. Examinarea corelaţiei 175
5.1.4.1. Examinarea corelaţiei cu ajutorul analizei varianţei 175
5.1.4.2. Raportul de corelaţie 178
5.1.4.3. Covarianţa 178
5.1.4.4. Indicele de exactitate 181
5.1.4.5. Coeficientul de corelaţie 183

Scanned with OKEN Scanner

5.1.4.6. Coeficientul de corelaţie a rangurilor 187
5.1.4.7. Examinarea semnificaţiei coeficientului de corelaţie 189
5.1.4.8. Examinarea diferenţei dintre doi coeficienţi de corelaţie 190
5.2. Corelaţia parţială 191
5.2.1. Coeficientul de corelaţie parţială 192
5.2.2. Indicele de exactitate pentru corelaţia parţială 195
5.2.3. Examinarea semnificaţiei coeficientului de corelaţie parţială..... 196
5.3. Corelaţia multiplă 196

Capitolul 6: **Analiza regresiilor** (pag. 197)

6.1. Regresie liniară simplă 197
6.1.1. Generalităţi 197
6.1.2. Coeficientul de regresie 199
6.1.3. Examinarea semnificaţiei coeficientului de regresie 202
6.1.4. Examinarea semnificaţiei diferenţei dintre doi coeficienţi de regresie 204
6.1.5. Examinarea liniarităţii regresiei 205
6.2. Regresia liniară multiplă 206
6.3. Examinarea semnificaţiei regresiei multiple şi parţiale 208
6.4. Regresia neliniară..... 210
6.5. Examinarea semnificaţiei regresiei neliniare 212

Capitolul 7: **Analiza covarianţei** (pag. 213)

7.1. Importanţa 213
7.2. Folosirea analizei covarianţei la eliminarea influenţelor străine 214
7.3. Aplicarea analizei covarianţei la experienţele în cîmp 218
7.3.1. Metoda blocurilor 218
7.3.2. Metoda blocurilor divizate 224
7.3.3. Patratul latin şi dreptunghiul latin 224

Capitolul 8: **Analiza frecvenţelor** (pag. 225)

8.1. Testul χ^2 (Hi patrat) 225
8.2. Analiza frecvenţelor în interiorul unei grupe 226
8.2.1. Comparaţia distribuţiilor empirice cu distribuţiile teoretice 226
8.2.1.1. Comparaţia unei distribuţii empirice cu distribuţia binomială 226
8.2.1.2. Comparaţia unei distribuţii empirice cu distribuţia normală 226
8.2.1.3. Comparaţia unei distribuţii empirice cu distribuţia lui Poisson.... 228
8.2.2. Comparaţia a două distribuţii empirice 228
8.2.3. Analiza frecvenţelor în cazul dezbinării caracterelor la hibrizi 229
8.3. Analiza frecvenţelor din mai multe grupe a două clase. Tabela de contigenţă $R \times 2$ 231
8.4. Analiza frecvenţelor din mai multe grupe cu mai multe clase. Tabela de contingenţă $R \times C$ 234
8.5. Metode speciale de calculare a lui χ^2 235
8.5.1. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingenţă de tipul 2×2..... 235

Scanned with OKEN Scanner

8.5.2. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingență de tipul $R \times 2$ 235
8.5.3. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingență $2 \times C$ 237
8.6. Testul de independență 238
8.7. Testul de omogenitate 238

Partea a II-a

METODE DE EXPERIMENTARE

Capitolul 9: **Elementele fundamentale ale experiențelor** (pag. 245)

9.1. Terminologie 245
9.2. Forma parcelelor 248
9.3. Mărimea parcelelor 249
9.4. Numărul repetițiilor 256
9.5. Forma blocului 259
9.6. Distribuția variantelor 260
9.7. Forma experienței 261
9.8. Mărimea experienței 262
9.9. Problema martorului 263
9.10. Influența marginii 264
9.11. Influența vecinilor 265
9.12. Influența golurilor 266
9.13. Durata experiențelor 269

Capitolul 10: **Metode de așezare a experiențelor** (pag. 269)

10.1. Metode de așezare cu distribuție sistematică a variantelor 269
10.2. Metode de așezare cu distribuție accidentală a variantelor 270
10.2.1. Metode de așezare a experiențelor monofactoriale 270
10.2.1.1. Metode de așezare cu blocuri complete 270
10.2.1.1.1. Metoda blocurilor 270
10.2.1.1.2. Patratul latin 273
10.2.1.1.3. Patratul greco-latin 278
10.2.1.1.4. Dreptunghiul latin 280
10.2.1.1.5. Metoda parcelelor subdivizate 283
10.2.1.2. Metode de așezare cu blocuri incomplete 283
10.2.1.2.1. Grilajul parțial balansat 284
10.2.1.2.1.1. Grilajul simplu 284
10.2.1.2.1.2. Grilajul triplu 288
10.2.1.2.2. Grilajul balansat 290
10.2.1.2.3. Grilajul dreptunghiular 296
10.2.1.2.4. Grilajul cubic 300
10.2.1.2.5. Metoda blocurilor incomplete balansate 303
10.2.1.2.5.1. Blocuri aranjate în repetiții 304
10.2.1.2.5.2. Blocuri aranjate în grupe de repetiții 307

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.5.3. Blocuri nearanjate în repetiţii sau grupe de repetiţii 311
10.2.1.2.5.4. Experienţe de tipul $v = b$ 314
10.2.1.2.5.5. Experienţe mici 315
10.2.1.2.6. Patratul lui Youden 316
10.2.1.2.6.1. Patratul lui Youden propriu-zis 316
10.2.1.2.6.2. Patratul lui Youden format din adăugarea unui patrat latin incomplet la un patrat latin complet 326
10.2.1.2.6.3. Patratul lui Youden extins 329
10.2.1.2.7. Grilajul patrat 336
10.2.1.2.7.1. Grilajul patrat balansat 336
10.2.1.2.7.2. Grilajul patrat parţial balansat 347
10.2.2. Metode de aşezare a experienţelor polifactoriale 347
10.2.2.1. Noţiuni fundamentale 347
10.2.2.2. Metode de aşezare cu blocuri complete 351
10.2.2.2.1. Metoda blocurilor 351
10.2.2.2.2. Patratul latin 353
10.2.2.2.3. Dreptunghiul latin 355
10.2.2.2.4. Metoda parcelelor subdivizate 355
10.2.2.2.5. Variante ale metodei parcelelor subdivizate 358
10.2.2.2.5.1. Parcele subdivizate cu gradările factorului A distribuite sistematic 358
10.2.2.2.5.2. Parcele subdivizate cu gradările factorului B în benzi 358
10.2.2.2.5.3. Parcele subdivizate cu gradările factorului B aranjate într-un patrat latin .. 360
10.2.2.3. Metode de aşezare cu blocuri incomplete 361
10.2.2.3.1. Metoda înlănţuirii (Confounding) 361
10.2.2.3.1.1. Principiul metodei 361
10.2.2.3.1.2. Cazul unei experienţe polifactoriale de tipul 2^3 cu înlănţuire totală 362
10.2.2.3.1.3. Cazul unei experienţe polifactoriale de tipul 2^3 cu înlănţuire parţială 363
10.2.2.3.1.4. Recomandări privind folosirea metodei înlănţuirii 364
10.2.2.3.1.5. Tipuri de experienţe polifactoriale înlănţuite 365
10.2.2.3.1.6. Scheme experimentale înlănţuite 366
10.2.2.3.2. Patratul quasi-latin 371
10.2.2.3.2.1. Principiul metodei 371
10.2.2.3.2.2. Tipuri de experienţe polifactoriale aşezate în patrate quasi-latine 372
10.2.2.3.2.3. Scheme de patrate quasi-latine 374

Scanned with OKEN Scanner

Partea a III-a

CALCULAREA ŞI INTERPRETAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE

Capitolul 11: **Calcularea şi interpretarea rezultatelor la experienţele monofactoriale** (pag. 379)

11.1 Metoda blocurilor 379
11.2 Patratul latin 383
11.3 Dreptunghiul latin 385
11.4 Grilajul parţial balansat 389
11.4.1. Grilajul simplu 389
11.4.2. Grilajul triplu 396
11.5 Grilajul balansat 399
11.6. Metoda blocurilor incomplete balansate 404
11.6.1. Blocuri aranjate în repetiţii 404
11.6.2. Blocuri nearanjate în repetiţii 408
11.7. Patratul lui Youden 408
11.8. Grilajul patratic 409
11.8.1. Grilajul patratic cu $\frac{(k+1)}{2}$ repetiţii 409

Capitolul 12: **Calcularea şi interpretarea rezultatelor la experienţele polifactoriale** (pag. 410)

12.1. Experienţe cu doi factori a două gradări 410
12.2. Experienţe cu trei factori a două gradări 415
12.3. Experienţe cu mai mult de 3 factori 417
12.4. Metoda parcelelor subdivizate 418
12.4.1. Experienţe cu doi factori 418
12.4.2. Experienţe cu trei factori 423
12.5. Variante ale metodei parcelelor subdivizate 438
12.5.1. Parcele subdivizate cu gradările factorului B în benzi 438
12.6. Metoda înlănţuirii (Confounding). 443
12.6.1. Înlănţuire totală 443
12.6.2. Înlănţuire parţială 449

Capitolul 13: **Calcularea şi interpretarea grupelor de experienţe** (pag. 457)

13.1. Generalităţi 457
13.2. Experienţe monofactoriale 457
13.2.1. Experienţe executate în acelaşi an în localităţi diferite 457
13.2.1.1. Experienţe cu acelaşi număr de repetiţii 457
13.2.1.2. Experienţe cu număr diferit de repetiţii 461
13.2.2. Experienţe executate în aceeaşi localitate timp de mai mulţi ani 465
13.2.3. Experienţe executate în localităţi diferite timp de mai mulţi ani 465
13.2.3.1. Calculul fără utilizarea repetiţiilor 465
13.2.3.2. Calculul cu utilizarea repetiţiilor 469

Scanned with OKEN Scanner

13.3. Experienţe polifactoriale 476
13.4. Experienţe cu plantele perene 478
13.5. Coeficientul de ereditate (heritability) 482

Capitolul 14: **Calcularea şi interpretarea experienţelor incomplete** (pag. 486)

14.1. Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul formulelor 487
14.1.1. Metoda blocurilor 487
14.1.2. Patratul latin 488
14.1.3. Dreptunghiul latin 489
14.1.4. Grilajul simplu 489
14.1.5. Grilajul triplu 490
14.1.6. Grilajul balansat 491
14.1.7. Metoda blocurilor incomplete balansate 491
14.1.8. Patratul lui Youden 492
14.1.9. Grilajul patratic 492
14.2.0. Metoda parcelelor subdivizate 493
14.2.0.1. Experienţe cu doi factori 493
14.2.0.2. Experienţe cu trei factori 495
14.2. Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul analizei covarianţei 495
14.3. Calcularea experienţelor incomplete cu ajutorul metodei diferenţei 500

Tabele statistice (pag. 503)

Tabela I : Ordonatele curbei normale 504
Tabela II : Suprafeţe sub curba normală 505
Tabela III : Suprafeţe sub curba normală 506
Tabela IV : Probabilităţile de transgresiune α spre partea pozitivă şi negativă în cazul distribuţiei normale 507
Tabela V : Ordonatele distribuţiei t normate 508
Tabela VI : Distribuţia t 510
Tabela VII : Distribuţia χ^2 511
Tabela VIII : Distribuţia F 512
Tabela IX : Probabilităţile de transgresiune α în procente în funcţie de valorile t şi numărul gradelor de libertate l 518
Tabela X : Unghiurile corespunzătoare procentelor, unghiul = arc sin $\sqrt{\text{procent}}$ .. 521
Tabela XI : Valorile limită ale coeficienţilor de corelaţie (r_{max}) pentru diferite grade de libertate şi probabilităţi de transgresiune 523
Tabela XII : Transformarea coeficienţilor de corelaţie în $z = \frac{1}{2} \log_e \frac{1+r}{1-r}$ 524
Tabela XIII : 1000 permutări randomizate ale numerelor 1—10 526
Bibliografie 534
Index de termeni şi simboluri 541
Index de autori 549

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Table of contents

Part. I :

THE THEORETICAL BASES OF STATISTICAL ANALYSIS

Chapter 1: **Empirical Distributions** (pag. 27)

1.1. General considerations 27
1.1.1. About observations 27
1.1.2. Variability of observations 27
1.1.3. Statistical population and sample 28
1.2. Preparation of statistical material 29
1.2.1. Selection of samples 29
1.2.2. Setting up of tables with statistical material 30
1.2.2.1. Initial table 30
1.2.2.2. Primary distribution table 30
1.2.3. Grouping of observations by classes 30
1.3. Plotting of frequency distribution 34
1.3.1. Plotting of a continuous variate 34
1.3.2. Plotting of a discountinuous variate 35
1.3.3. Compensation of frequency distribution 36
1.3.4. Multi-modal distribution 36
1.4. Statistical indexes 36
1.4.1. Parameters and estimators 36
1.4.2. Mean values 37
1.4.2.1. Arithmetic mean 37
1.4.2.2. Weighted arithmetic mean 41
1.4.2.3. Median 42
1.4.2.4. Quartiles 43
1.4.2.5. Mode value 44
1.4.2.6. Geometric mean 44
1.4.2.7. Weighted geometric mean 45

1.4.3. Dispersion indexes 45
1.4.3.1. Variation amplitude 46
1.4.3.2. Mean deviation 46
1.4.3.3. Mean difference 47
1.4.3.4. Mean square and standard error 47
1.4.3.5. Weightud mean square 53
1.4.3.6. Coeficient of variation 55
1.4.4. Potential moments 56
1.4.5. Sheppard's correction 58
1.4.6. Index of asymmetry 59
1.4.6.1. The Pearson index of asimmetry 60
1.4.6.2. The Johannsen index of asimmetry 61
1.4.7. Index of excess 61

Chapter 2: **Theoretical distributions** (pag. 66)

2.1. About probability 66
2.2. Binomial distribution 67
2.2.1. Description 67
2.2.2. Probability in case of a binomial distribution 71
2.2.3. Plotting of the binomial distribution 72
2.2.4. Arithmetic mean, mean square and standard error in case of a binomial distribution 74
2.2.5. Comparison of an empirical distribution with a binomial distribution 77
2.3. The Poisson distribution 78
2.3.1. Description 78
2.3.2. Arithmetic mean and mean square in case of the Poisson distribution 79
2.3.3. Comparison of an empirical distribution with the Poisson distribution 81
2.4. Normal distribution 82
2.4.1. Function of the normal distribution 82
2.4.2. Characteristics of the normal curve 83
2.4.3. Designing of the normal curve 84
2.4.4. Function of normal distribution sums 84
2.4.5. Sum distribution expressed in percentage 86
2.4.6. Transgression probability in case of normal distribution 88
2.4.7. Comparison of an empirical distribution with a normal distribution 88
2.4.8. Distribution of means. The standard error of the arithmetic mean 91
2.4.9. Distribution of differences. The standard error of the difference 93
2.5. *t*-distribution 95
2.5.1. Function of the *t*-distribution 95
2.5.2. Characteristics of the φ curve (t) 96
2.5.3. Moments of the *t*-distribution 97
2.5.4. Function of *t*-distribution sums 97

Scanned with OKEN Scanner

2.6. χ^2 distribution (Chi-square) 98
2.6.1. Function of χ^2 distribution 98
2.6.2. Plotting of the frequency function 99
2.6.3. Function of sums of χ^2 distribution 100
2.7. *F*-distribution 101
2.8. Other theoretical distributions 103

Chapter 3: **Methods for Examining the Significance** (pag. 104)

3.1. Significance limits 104
3.2. Examination of significance of means submitted to normal distribution..... 105
3.3. Examination of significance of differences submitted to normal distribution.... 107
3.4. *u*-test..... 109
3.5. *t*-test 109
3.5.1. Examination of the significance of the means submitted do the *t*-distribution 110
3.5.2. Examination of the significance of the differences submitted to the *t*-distribution 111
3.6. The multiple *t*-test..... 114
3.7. Examination of the significance of the difference between two samples depending on each other 116
3.8. *F*-test. Examination of the homogeneity of two variances 118
3.9. Bartlett's test. Examination of the homgeneity of several variances..... 121
3.10. Correction of the *t*-test 123

Chapter 4: **Analysis of Variance** (pag. 125)

4.1. General considerations 125
4.2. Simple analysis of variance 127
4.2.1. Groups of equal size 127
4.2.2. Groups of different sizes 131
4.2.3. Groups of equal sizes but divided in sub-groups..... 133
4.3. Double analysis of variance 137
4.3.1. Groups of simple values..... 137
4.3.2. Groups of double values 141
4.4. Triple analysis of variance 144
4.5. Multiple analysis of variance 148
4.6. Multiple analysis of variance in special cases 155
4.7. Orthogonal comparison 159
4.8. Transformations 162
4.8.1. Square-root transformations 162
4.8.2. Logarithmic transformations 164
4.8.3. Transformation in reciprocal numbers 166
4.8.4. Transformation of percentage values 166
4.8.5. Test of additivity 169

Scanned with OKEN Scanner

Chapter 5: Analysis of Correlations (pag. 172)

5.1. Simple correlation 172
5.1.1. Plotting 172
5.1.2. Table of correlation 173
5.1.3. Bivariate normal distribution 174
5.1.4. Examination of the correlation 175
5.1.4.1. Examination of the correlation by means of analysis of variance 175
5.1.4.2. Correlation ratio 178
5.1.4.3. Covariance 178
5.1.4.4. Linder's index of exactitude 181
5.1.4.5. Coefficient of correlation 183
5.1.4.6. Coefficient of rank correlation 187
5.1.4.7. Examination of the significance of the coefficient of correlation 189
5.1.4.8. Examination of the significance of the difference between two coefficients of correlation 190
5.2. Partial correlation 191
5.2.1. The coefficient of partial correlation 192
5.2.2. Linder's index of exactitude for partial correlation 195
5.2.3. Examination of the significance of the partial correlation coefficient 196
5.3. Multiple correlation 196

Chapter 6: Analysis of Regressions (pag. 197)

6.1. Simple linear regression 197
6.1.1. General considerations 197
6.1.2. Coefficient of regression 199
6.1.3. Examination of the significance of the regression coefficient 202
6.1.4. Examination of the significance of the difference between two regression coefficients 204
6.1.5. Examination of regression linearity 205
6.2. Multiple linear regression 206
6.3. Examination of the significance of multiple and partial regression 208
6.4. Non-linear regression 210
6.5. Examination of the significance of non-linear regression 212

Chapter 7: Analysis of Covariance (pag. 213)

7.1. Importance 213
7.2. Utilization of the analysis of covariance for eliminating alien effects 214
7.3. Application of the analysis of covariance in field experiments 218
7.3.1. Randomized blocksmethod 218
7.3.2. Randomized split-blocks methid 224
7.3.3. Latin square and latin rectangle 224

Scanned with OKEN Scanner

Chapter 8: **Analysis of Frequencies** (pag. 225)

8.1. χ^2-test (Chi-square) 225
8.2. Analysis of frequencies within a group 226
8.2.1. Comparison of empirical distributions with theoretical distributions.... 226
8.2.1.1. Comparison of an empirical distribution with a binomial distribution 226
8.2.1.2. Comparison of an empirical distribution with a normal distribution 226
8.2.1.3. Comparison of an empirical distribution with the Poisson distribution 228
8.2.2. Comparison of two empirical distributions 228
8.2.3. Analysis of frequencies in the case of segregation of characters in hybrids 229
8.3. Analysis of frequencies from several groups of two classes. Contingency table R × 2 231
8.4. Analysis of frequencies from several groups with several classes Contingency table R × C..... 234
8.5. Special calculation methods for χ^2 235
8.5.1. Calculation of χ^2 in a contingency table 2 × 2 235
8.5.2. Calculation of χ^2 in a contingency table R × 2 235
8.5.3. Calculation of χ^2 in a contingency table 2 × C 237
8.6. Test of independence 238
8.7. Test of homogeneity 238

Part. II

EXPERIMENTAL METHODS

Chapter 9: **Fundamentel Elements of the Experiments** (pag. 245)

9.1. Terminology..... 245
9.2. Form of plots 248
9.3. Size of plots 249
9.4. Number of replications 256
9.5. Form of the block 259
9.6. Distribution of treatments 260
9.7. Form of experiment 261
9.8. Size of experiment 262
9.9. Control 263
9.10. Margin effect 264
9.11. Effect of neighbours 265
9.12. Effect of blanks 266
9.13. Duration of the experiments 269

Chapter 10: **Metods of Lay-Out** (pag. 269)

10.1. Lay-out with systematical distribution of the treatments..... 269
10.2. Lay-out with randomized distribution of the treatments..... 270

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1. Lay-out of single factor experiments 270
10.2.1.1. Lay-out with complete blocks 270
10.2.1.1.1. Randomized block designs 270
10.2.1.1.2. Latin square designs 273
10.2.1.1.3. Greco-latin square designs 278
10.2.1.1.4. Latin rectangle designs 280
10.2.1.1.5. Split-plot designs 283
10.2.1.2. Lay-out with incomplete blocks 283
10.2.1.2.1. Partially balanced lattice 284
10.2.1.2.1.1. Simple lattice 284
10.2.1.2.1.2. Triple lattice 288
10.2.1.2.2. Balanced lattice 290
10.2.1.2.3. Rectangular lattice 296
10.2.1.2.4. Cubic lattice 300
10.2.1.2.5. Balanced incomplete block designs 303
10.2.1.2.5.1. Blocks arranged in replications 304
10.2.1.2.5.2. Blocks arranged in groups of replications 307
10.2.1.2.5.3. Blocks not arranged in replications or groups of replications 311
10.2.1.2.5.4. Experiments wib v=b 314
10.2.1.2.5.5. Small experiments 315
10.2.1.2.6. Youden square 316
10.2.1.2.6.1. Youden square itself 316
10.2.1.2.6.2. Youden square constructed by adding an incomplete latin square to a complete latin square 326
10.2.1.2.6.3. Extended youden square 329
10.2.1.2.7. Lattice square 336
10.2.1.2.7.1. Balanced lattice square 336
10.2.1.2.7.2. Partially balanced lattice square 347
10.2.2. Lay-out of factorial experiments 347
10.2.2.1. Basic notions 347
10.2.2.2. Lay-out with complete blocks 351
10.2.2.2.1. Block design 351
10.2.2.2.2. Latin square 353
10.2.2.2.3. Latin rectangle 355
10.2.2.2.4. Split-plot design 355
10.2.2.2.5. Some variants of the split-plot design 358
10.2.2.2.5.1. Split-plot design with systematic arrangement of the treatments applied to the units 358
10.2.2.2.5.2. Split-plot design with sub-unit treatments in strips 358
10.2.2.2.5.3. Split-plot design with sub-unit treatments in a latin square 360

Scanned with OKEN Scanner

10.2.2.3. Lay-out with incomplete blocks 361
10.2.2.3.1. Confounding 361
10.2.2.3.1.1. The principle of the method 361
10.2.2.3.1.2. A 2^3 factorial experiment with complete confounding 362
10.2.2.3.1.3. A 2^3 factorial experiment with partial confounding 363
10.2.2.3.1.4. Recommendations concerning the use of the confounding 364
10.2.2.3.1.5. Types of confounded factorial expeririments 365
10.2.2.3.1.6. Plans of confounded experiments 366
10.2.2.3.2. Quasi-latin square 371
10.2.2.3.2.1. The principle of the method..... 371
10.2.2.3.2.2. Types of factorial experiments laid-out in quasi-latin 372
10.2.2.3.2.3. Plans of quasi-latin squares 374

Part. III

CALCULATION AND INTERPRETATION OF THE EXPERIMENTAL RESULTS

Chapter 11: **Calculation and Interpretation of the Single Experiment Results** (pag. 379)

11.1. Randomized blocks methods 379
11.2. Latin square 383
11.3. Latin rectangle 385
11.4. Partially balanced lattice 389
11.4.1. Simple lattice 389
11.4.2. Triple lattice 396
11.5. Balanced lattice 399
11.6. Method of the incomplete balanced blocks 404
11.6.1. Blocks arranged in replications 404
11.6.2. Blocks not arranged in replications..... 408
11.7. Youden square 408
11.8. Lattice square 409
11.8.1. Lattice square with $\frac{k+1}{2}$ replications 409

Chapter 12: **Computation and Interpretation of the Factorial Experiment Results** (pag. 410)

12.1. Experiments with two factors of two levels 410
12.2. Experiments with three factors of two levels..... 415
12.3. Experiments with more than three factors 417

Scanned with OKEN Scanner

12.4. Split-plot design 418
12.4.1. Experiments with two factors 418
12.4.2. Experiments with three factors 423
12.5. The variants of the split-plot design 438
12.5.1. Split-plot design with sub-unit treatments in strips..... 438
12.6. Confounding 443
12.6.1. Complete confounding 443
12.6.2. Partial confounding 449

Chapter 13: Calculation and Interpretation of Groups of Experiments (pag. 457)

13.1. General considerations 457
13.2. Single factor experiments 457
13.2.1. Experiments carried out in one year in several locations..... 457
13.2.1.1. Experiments with the same number of replications..... 457
13.2.1.2. Experiments with a different number of replications..... 461
13.2.2. Experiments carried out in one location in several years..... 465
13.2.3. Experiments carried out in several locations and different years..... 465
13.2.3.1. Calculation without use of replications..... 465
13.2.3.2. Calculation with use of replications..... 469
13.3. Factorial experiments 476
13.4. Experiments in perennial plants 478
13.5. Heritability 482

Chapter 14: Calculation and Interpretation of incomplete experiments (pag. 486)

14.1. Calculation of missing values by help of formulas..... 487
14.1.1. Randomized blocks design 487
14.1.2. Latin square 488
14.1.3. Latin rectangle 489
14.1.4. Simple lattice 489
14.1.5. Triple lattice 490
14.1.6. Balanced lattice 491
14.1.7. Balanced incomplete block designs 491
14.1.8. Youden square 492
14.1.9. Lattice square 492
14.2.0. Split-plot design 493
14.2.0.1. Experiments with two factors 493
14.2.0.2. Experiments with three factors 495
14.2. Calculation of missing values by help of the covariance analysis..... 495
14.3. Calculation of incomplete experiments by help of the method of difference.... 500

Scanned with OKEN Scanner

Statistical Tables (pag. 503)

Table I	Ordinates of the normal curve	504
Table II	Surfaces under the normal curve	505
Table III	Surfaces under le normal curve	506
Table IV	Level of significance α on the positive and negative side in case of normal distribution	507
Table V	Ordinates of the normated t distribution	508
Table VI	t-distribution	510
Table VII	χ^2-distribution	511
Table VIII	F-distribution	512
Table IX	Level of significance α in percentages, function of values t and of the number of degrees of freedom	518
Table X	Angles corresponding to percentages, angle = arcsin $\sqrt{\text{percentage}}$	521
Table XI	Limit values of correlation coeff cients (r_{max}) for different degrees of freedom and level of sigbificance	523
Table XII	Transformations of correlation coefficients r in $z = \frac{1}{2} \log_e \frac{1+r}{1-r}$	524
Table XIII	1000 random permutations of numbers 1—10	526
Bibliography		534
Index of terms and symbols		541
List of author refefrences		549

Scanned with OKEN Scanner

Bazele teoretice ale analizei statistice

P A R T E A I

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 1

Distribuţii empirice

1.1. Generalităţi

1.1.1. Despre observaţii

Obiectul statisticii îl constituie *observaţiile* (valorile individuale, valorile singulare, valorile observate), care se prezintă sub formă de valori numerice. Observaţiile cuprind măsurători (de exemplu, dimensiunile şi greutatea semințelor, fructelor, măsurători de masă, de conformație, de creștere la animale etc.), numărători (de exemplu numărul semințelor la diferite soiuri de plante agricole, numărul ouălor produse într-un an la diferite rase de găini etc.), rezultate obținute din diferite analize de laborator (de exemplu conținutul de grăsimi, substanțe proteice, hidrați de carbon la diferite plante, conținutul de grăsimi din lapte la diferite rase de bovine etc.). In experiențele de cîmp observațiile sînt reprezentate prin producțiile obținute pe parcelele repetiții ale unei variante.

1.1.2. Variabilitatea observaţiilor

Observaţiile privind o cercetare oarecare se deosebesc unele de altele ca valoare numerică. Măsurînd lungimea la 50 ştiuleţi din hibridul de porumb nr. 1 rezultat din testările din 1961 s-a găsit o gamă de valori cuprinsă între 15,9—24,0 cm; numărînd boabele din 200 spice la soiul de grîu de toamnă Bezostaia 1 s-a găsit o gamă de valori cuprinsă între 25—73 boabe în spic. Această diversitate a observaţiilor se numeşte în statistică *variaţie* [1]. Variaţia este caracteristică tuturor observaţiilor, oricare ar fi natura lor. Variaţia este *continuă* sau *fluctuantă* dacă un caracter cercetat se exprimă în numere fracţionare (cazul măsurătorilor, de exemplu lungimea ştiuleţilor la hibridul de porumb nr. 1), *discontinuă* sau *discretă* dacă se exprimă în numere întregi (cazul numărătorilor, de exemplu numărul de boabe din spic la soiul de grîu

[1] În Biologie diversitatea (neasemănarea) indivizilor din sînul unei grupe se numeşte *variabilitate* iar diferenţele ce se constată de la un individ la altul se numesc *variaţii*. Sfera noţiunii de variabilitate nu se limitează însă numai la diversitatea indivizilor dintr-o grupă, ci cuprinde şi capacitatea lor de a varia.

Scanned with OKEN Scanner

Bezostaia 1) și *alternativă* atunci cînd nu există decît două posibilități de variație, de exemplu aristat și nearistat.

Orice caracter cantitativ care variază poartă denumirea de *variabilă*. Variabila poate fi continuă sau discontinuă.

Cauzele variației sînt *sistematice* și *accidentale*. Pentru clarificare să luăm ca exemplu variația numărului de boabe din spic la diferite soiuri de grîu de toamnă. Numărul de boabe variază în primul rînd în funcție de soi, iar în al doilea rînd în funcție de neomogenitatea fertilității solului. Ambele cauze sînt de ordin sistematic. Variația numărului de boabe mai poate fi provocată și de adîncimea semănatului, data semănatului etc. Aceste cauze sînt de asemenea de ordin sistematic. După epuizarea tuturor cauzelor cunoscute mai rămîne o variație produsă de cauze necunoscute, imposibil de analizat. Aceste cauze se numesc accidentale. Corespunzător cauzelor care o provoacă *variația* este *sistematică și accidentală*.

Pentru a aprecia just o însușire este important să știm cît din variația totală revine cauzelor sistematice și cît revine cauzelor accidentale. Statistica ne pune la îndemînă metode cu ajutorul cărora putem separa variația sistematică de cea accidentală. Tot ea ne arată și căile pentru a micșora la maximum variația accidentală. Dar nu numai atît; statistica dispune și de metode care ne ajută să facem o analiză a variației sistematice separînd, de exemplu variația datorită soiului de variația provocată de neomogenitatea fertilității solului. Asupra acestor probleme vom reveni.

1.1.3. **Populație și probă**

Se numește *populație* (populație statistică, populație ideală, colectivitate, univers, totalitate de bază) o colecție finită sau infinită de observații. Prin *probă* (mostră, eșantion) se înțelege o fracțiune a *populației*.

Populația statistică [1] este elementul fundamental al statisticii, deoarece aproape nu există analiză statistică în care să nu ne referim la ea. În practica statistică nu se lucrează însă direct cu populații, în primul rînd fiindcă populațiile cuprinzînd un număr foarte mare sau infinit de observații sînt inaccesibile cercetării, în al doilea rînd fiindcă în anumite cercetări dispunem de o cantitate limitată de material de analiză deși populația este foarte mare (de exemplu analiza diferitelor însușiri ale sîngelui la oameni) și în al treilea rînd, nu e necesar, deoarece proba fiind bine aleasă, ne dă suficiente informații asupra populației. Iată motivele pentru care în investigațiile noastre lucrăm cu colecții restrînse de observații, cu fracțiuni de populații, cu probe și nu cu populații întregi. Probele se compară întotdeauna cu populațiile respective care se caracterizează prin anumite distribuții ale frecvențelor și prin anumiți parametri. Se pleacă de la ipoteza că abaterea probei de la populație este nulă,

[1] În biologie prin populație se înțelege o „comunitate de indivizi care ocupă un anumit areal, se reproduc în același mod, au aceeași amplitudine de variație a eredității și au suferit aceeași acțiune a selecției". (Brieger, 1958).

de unde și denumirea ce se dă acestei ipoteze, de *ipoteză nulă*. Această ipoteză se poate dovedi justă sau falsă, de unde cercetătorul poate trage concluziile corespunzătoare asupra rezultatelor cercetării sale.

1.2. Pregătirea materialului statistic

1.2.1. **Alegerea probelor**

Pentru ca o probă să ne furnizeze suficiente informații asupra populației din care a fost extrasă, trebuie să fie reprezentativă. Proba este reprezentativă atunci cînd a fost aleasă după criterii obiective.

Trebuie respectat principiul general ca fiecare element al populației să aibă aceeași șansă de a fi ales. Metoda cea mai corectă de alegere a probelor este *alegerea la întîmplare*, care are 3 variante. Prima variantă constă în aceea că materialul destinat cercetării se amestecă bine iar din amestec se aleg la întîmplare elementele probei. Deoarece o amestecare omogenă a materialului este greu de realizat, se recurge la varianta a doua care este cea mai corectă. Aceasta constă în alegerea prin tragere la sorți, care se efectuează luînd pentru fiecare element în parte cîte un bilet care se numerotează ; biletele numerotate se introduc într-o urnă și se amestecă bine iar din amestec se extrag atîtea bilete cîte elemente sînt necesare la alcătuirea probei. Mai indicat este să se folosească tabela cu permutările randomizate ale numerelor, care obișnuit se găsește în orice lucrare statistică.

Ambele variante constituie *alegerea simplă nerepetată* (selecția simplă nerepetată, sondajul simplu nerepetat). A treia variantă, numită *alegerea simplă repetată* (selecția simplă repetată, sondajul simplu repetat) constă în aceea că din aceeași populație se fac n extracții independente. Se înțelege că această variantă este mai puțin precisă, deoarece fiecare element al populației poate fi extras de mai multe ori, ceea ce influențează direct valoarea mediei și a indicilor dispersiei.

În cazul cînd avem de a face cu un material voluminos, sau care se amestecă greu, sau nu se poate amesteca, recurgem la metoda *alegerii la întîmplare pe grupe* (alegerea stratificată, selecția stratificată, sondajul stratificat), care constă în împărțirea după anumite criterii, a elementelor pe grupe și alegerea la întîmplare din fiecare grupă, a unui număr de elemente proporțional cu mărimea grupei respective. De exemplu pentru obținerea unei probe de tulpini de cînepă necesare determinării conținutului de fibre a unui soi oarecare, tulpinile din snopul destinat cercetării se clasează după lungime, iar din fiecare clasă se ia un număr de tulpini proporțional cu numărul total de tulpini din clasa respectivă, în așa fel încît proba de analiză, reprezentînd porțiuni de 20 cm lungime de la mijlocul tulpinii, să nu depășească 300 g.

Alegerea sistematică a probelor nu se folosește decît în cazuri excepționale.

Problema alegerii probelor este amplu tratată de către Gh. Mihoc și V. Urseanu (1962).

Scanned with OKEN Scanner

1.2.2. Întocmirea tabelelor cu material statistic

1.2.2.1. *Tabelul original*

Observațiile pe care le obținem în urma unei cercetări se înscriu într-un tabel în ordinea în care au fost determinate. Acest tabel poartă denumirea de *tabel original.*

Exemplul 1.1. Analizînd conținutul de fibre tehnice la 500 tulpini din linia de cînepă 59—151, s-a găsit, o variație de la 20,0%—33,4%. Datele obținute au fost înscrise în registru în ordinea efectuării analizelor pînă la epuizarea celor 500 tulpini: 29,0; 21,3; 23,6; 27,2; 22,5; 30,9: 32,2; 25,7; 31,8; 28,1; 29,3; 23,2; 26,9; 27,8; 28,6; etc.... etc...

1.2.2.2. *Tabelul primar de distribuție*

Deoarece valorile numerice din tabelul original sînt înscrise fără nici o ordine este foarte greu să fie prelucrate. Pentru a putea fi calculate ele se aranjează în ordinea mărimii lor, începînd cu valoarea cea mai mică (în exemplul 1.1—20,0) și sfîrșind cu cea mai mare (în exemplul 1.1—33,4) iar în dreptul fiecărei valori se trece numărul de repetiții ale aceleași valori sau *frecvența*. Tabelul cu observațiile aranjate în acest fel se numește *tabel primar de distribuție*. Un astfel de tabel este tabelul 1.1 reprezentînd variația conținutului de fibre la linia de cînepă 59—151.

1.2.3. Gruparea observațiilor pe clase

O grupare a observațiilor pe clase găsim și în tabelul primar de distribuție, fapt care ușurează mult prelucrarea datelor statistice. Cu toate acestea calculul rămîne încă anevoios, deoarece tabelul este prea voluminos din cauza claselor prea mici. În exemplul 1.1. (Tabelul 1.1.) care reprezintă o variabilă continuă, mărimea claselor este de 0,1%. În afară de aceasta nu număr însemnat de valori au frecvența 0, iar variația frecvențelor este mare. De aceea se impune o grupare a observațiilor în clase mai mari. Prezentăm în tabelul 1.2. gruparea pe clase de mărimea 1% a observațiilor din exemplul 1.1, reprezentînd conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151. În urma acestei ordonări a observațiilor obținem așa-numitul *șir statistic* (șir de variație). În cazul variabilelor discontinui (de exemplu caractere calitative: culoare, formă, consistență etc.) clasele se stabilesc prin însăși natura obiectului cercetat (clase naturale). Același lucru se întîmplă în cazul variabilelor alternative. În cazul variabilelor continui (de exemplu caractere cantitative: dimensiunile și greutatea diferitelor organe și organisme etc.) clasele se stabilesc în mod artificial (clase artificiale). La variabilele discontinui reprezentînd numărători (de exemplu numărul semințelor, fructelor etc.), clasele se stabilesc în mod natural sau artificial. Clasele se formează stabilind mai întîi *limitele de clasă.*

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 1.1. Conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151

Conținutul de fibre %	Frecvența	Conținutul de fibre %	Frecvența	Conținutul de fibre %	Frecvența	Conținutul de fibre %	Frecvența	Conținutul de fibre %	Frecvența
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20,0	1	22,4	1	24,8	4	27,2	11	29,6	5
20,1	—	22,5	1	24,9	4	27,3	12	29,7	4
20,2	—	22,6	1	25,0	4	27,4	12	29,8	4
20,3	—	22,7	1	25,1	5	27,5	13	29,9	3
20,4	—	22,8	2	25,2	6	27.6	13	30,0	4
20,5	—	22,9	1	25,3	5	27,7	11	30,1	4
20,6	—	23,0	2	25,4	6	27,8	10	30,2	3
20,7	1	23,1	2	25,5	7	27,9	8	30,3	2
20,8	—	23,2	2	25,6	6	27,0	8	30,4	3
20,9	1	23,3	3	25,7	5	28,1	7	30,5	2
21,0	—	23,4	3	25,8	7	28,2	7	30,6	3
21,1	—	23,5	4	25,9	6	28,3	7	30,7	3
21,2	1	23,6	3	26,0	6	28,4	6	30,8	2
21,3	1	23,7	2	26,1	7	28,5	6	30,9	3
21,4	—	23,8	3	26,2	8	28,6	7	31,0	2
21,5	—	23,9	3	26,3	8	29,7	7	31,1	2
21,6	1	24,0	3	26,4	9	28,8	6	31,2	1
21,7	—	24,1	3	26,5	10	28,9	5	31,3	—
21,8	1	24,2	4	26,6	9	29,0	5	31,4	2
21,9	1	24,3	3	26,7	10	29,1	5	31,5	1
22,0	—	24,4	4	26,8	9	29,2	4	31,6	2
22,1	1	24,5	5	26,9	10	29,3	5	31,7	—
22,2	1	24,6	4	27,0	11	29,4	4	31,8	2
22,3	2	24,7	5	27,1	11	29,5	4	31,9	1
32,0	2	32,3	1	32,6	—	32,9	—	33,2	—
32,1	—	32,4	1	32,7	—	33,0	1	33,3	1
32,2	1	32,5	1	32,8	1	33,1	—	33,4	—

Toate valorile cuprinse între limitele fiecărei clase se trec în clasa respectivă. De exemplu dacă clasa este indicată prin limitele 26,6—27,5% atunci toate valorile cuprinse între 26,6—27,5% vor intra în această clasă (Tabelul 1.2). Trecînd valorile cuprinse între 26,6—27,5% într-o singură clasă, atribuim de fapt fiecărei valori individuale o singură valoare, care în cazul de față este 27%. Această valoare comună este reprezentată prin *centrul clasei* respective. Centrul clasei este egal cu semisuma celor două limite de clasă de exemplu $26,6 + 27,5/2 = 27$. Șirul statistic poate fi reprezentat atît prin limitele de clasă cît și prin centrele de clasă. Distanța între două limite de clasă sau între două centre de clasă se numește *interval de clasă* sau *mărimea clasei*. Distanța între valoarea cea mai mare și cea mai mică a șirului statistic se numește *amplitudinea variației*. În exemplul 1.1 (Tabelul 1.1) amplitudinea variației este egală cu 13,4% (33,4%—20,0% = 13,4%). Mărimea claselor depinde de amplitudinea variației. Cînd amplitudinea este mare, vom forma clase mari, și invers, cînd amplitudinea este mică, vom forma clase mici. La șirurile cu o

Scanned with OKEN Scanner

variație continuă clasele pot fi mai mari sau mai mici decît unitatea, sau egale cu unitatea. La șirurile cu o variație discontinuă clasele pot fi egale sau mai mari decît unitatea. Gruparea pe clase necesită cel puțin 50 observații. Numărul claselor variază foarte mult de la o cercetare la alta. Un număr prea mare de clase îngreunează inutil calcularea șirului statistic, un număr prea mic estompează unele particularități ale materialului. În general se va ține seama de următoarele recomandări:

50—100 observații ..... 8—10 clase
101—200 „ ..... 9—12 „
201—300 „ .....10—15 „
peste 300 „ .....12—200

Cunoscînd numărul de clase cu care vom lucra și amplitudinea variației putem calcula intervalul de clasă astfel:

$$\text{intervalul de clasă} = \frac{\text{amplitudinea variației}}{\text{numărul claselor}} = \frac{13,4}{14} = 0,957 = 1,0$$

Numărul observațiilor corespunzătoare fiecărei clase constituie *frecvența absolută* a clasei respective. Raportul dintre numărul de observații al unei clase și numărul de observații al probei se numește *frecvență relativă*. Frecvența se notează cu f (în unele lucrări cu z sau p) iar numărul de observații al unei probe cu n.

La orice șir statistic observațiile sînt distribuite neuniform pe clase. La majoritatea șirurilor observațiile se îngrămădesc la mijlocul șirului și descresc numeric către extremități (Tabelul 1.2.). Gruparea valorilor individuale în mod neuniform pe clase poartă denumirea de *distribuție* (repartiție) a *frecvențelor*.

TABELUL 1.2: Variația conținutului de fibre (%) la linia de cînepă 59-151

Intervalul de clasă	Centrul clasei	Frecvența		Intervalul de clasă	Centrul clasei	Frecvența	
		absolută	relativă			absolută	relativă
1	2	3	4	1	2	3	4
19,6—20,5	20	1	0,2	26,6—27,5	27	108	21,6
20,6—21,5	21	4	0,8	27,6—28,5	28	83	16,6
21,6—22,5	22	9	1,8	28,6—29,5	29	52	10,4
22,6—23,5	23	21	4,2	29,6—30,5	30	34	6,8
23,6—24,5	24	33	6,6	30,6—31,5	31	19	3,8
24,6—25,5	25	50	10,0	31,6—32,5	32	11	2,2
25,6—26,5	26	72	14,4	32,6—33,5	33	3	0,6
						500	100,0

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 1.2. În tabelul 1.2. am prezentat un șir statistic al unei variabile continui. Prezentăm în tabelul 1.3. un șir statistic al unei variabile discontinui. Șirul reprezintă variația numărului de boabe în spic la soiul de grîu de toamnă Bezostaia 1 (vezi secțiunea 1.1.2). Amplitudinea variației este egală cu 48 (73—25 = 48). iar intervalul de clasă egal cu 5.

Pentru lămurirea unor probleme legate de formarea claselor să revenim asupra șirului statistic din tabelul 1.2. Se constată că prima clasă începe cu 19,6—20,5, intervalul de clasă fiind 1. Prima clasă poate fi însă oricare din următoarele clase: 19,7 — 20,6; 19,8 — 20,7; 19,9 — 20,8; 20,0—20,9. Se pune întrebarea cu ce clasă trebuie să începem. Pentru calculul mediei și al variantei este indiferent cu ce clasă începem, deoarece valorile numerice ale acestor indici nu se modifică. Se modifică în schimb distribuția frecvențelor. Pentru a ne convinge de aceasta să comparăm șirul statistic din tabelul 1,2, care începe cu clasa 19,6 — 20,5, cu șirul statistic din tabelul 1,4, care începe cu clasa 20,0—20,9. Se constată că distribuția frecvențelor este alta în cazul șirului din tabelul 1.4 și anume este mai puțin simetrică decît în cazul șirului din tabelul 1.2. Mult mai clar ar ieși în evidență deosebirea dintre cele două distribuții ale frecvențelor în ceea ce privește simetria dacă acestea ar fi reprezentate grafic. În consecință la formarea șirului statistic se va începe cu clasa care asigură cea mai simetrică distribuție a frecvențelor.

TABELUL 1.3: Variația numărului de boabe din spic la soiul de grîu de toamnă Bezostaia 1

Intervalul de clasă	Centrul clasei	Frecvența	
		absolută	relativă
1	2	3	4
23—27	25	1	0,5
28—32	30	5	2,5
33—37	35	8	4,0
38—42	40	20	10,0
43—47	45	35	17,5
48—52	50	65	32,5
53—57	55	32	16,0
58—62	60	17	8,5
63—67	65	10	5,0
68—72	70	6	3,0
73—77	75	1	0,5
		200	100,0

TABELUL 1.4: Variația conținutului de fibre (%) la linia de cînepă 59-151

Intervalul de clasă	Centrul clasei	Frecvența	
		absolută	relativă
1	2	3	4
20—20,9	20,5	3	0,6
21—21,9	21,5	5	1,0
22—22,9	22,5	11	2,2
23—23,9	23,5	27	5,4
24—24,9	24,5	39	7,8
25—25,9	25,5	57	11,4
26—26,9	26,5	86	17,2
27—27,9	27,5	112	22,4
28—28,9	28,5	66	13,2
29—29,9	29,5	43	8,6
30—30,9	30,5	29	5,8
31—31,9	31,5	13	2,6
32—32,9	32,5	7	1,4
33—33,9	33,5	2	0,4
		500	100,0

Scanned with OKEN Scanner

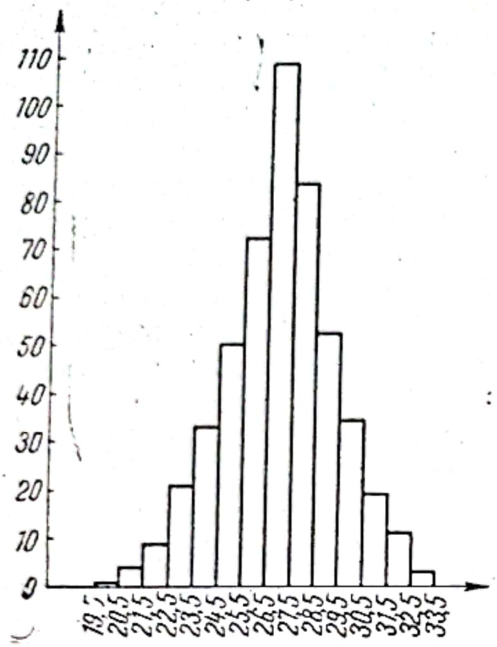


Fig. 1.1 — Poligonul variației conținutului de fibre la linia de cînepă 59—151

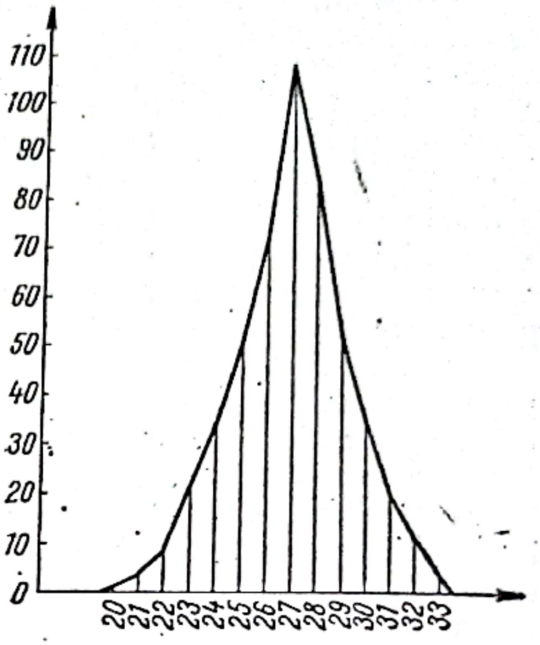


Fig. 1.2 — Poligonul variației conținutului de fibre la linia de cînepă 59—151

1.3. Reprezentarea grafică a distribuției frecvențelor

1.3.1. Reprezentarea grafică a unei variabile continuă

Reprezentarea se face diferit după cum șirul statistic este reprezentat prin limite de clasă sau prin centre de clasă.

În primul caz se notează pe axa absciselor, la distanțe egale, limitele de clasă apoi se construiește pentru fiecare segment obținut un dreptunghi cu înălțimea corespunzătoare frecvenței fiecărei clase. Ca măsură pe axa ordonatelor se ia de regulă frecvența relativă, dar se poate lua și frecvența absolută. În felul acesta se obține *poligonul distribuției frecvențelor* (poligonul de frecvență, poligonul de variație, diagrama distribuției frecvențelor). Acest poligon are forma de trepte. Orice poligon de frecvență de forma aceasta se numește histogramă[1]. Un astfel de poligon este cel din fig. 1.1. reprezentînd variația conținutului de fibre la linia de cînepă 59—151 (Tabelul 1.2.).

La șirurile statistice la care nu sînt indicate limitele de clasă, ci numai centrele claselor, poligonul de frecvență se alcătuiește astfel: se înseamnă prin puncte pe axa absciselor, la distanțe egale, centrele claselor apoi din aceste puncte se ridică perpendiculare a căror înălțime e proporțională cu frecvența claselor respective. Unind prin linii drepte vîrfurile perpendicularelor obținem poligonul de frecvență. Poligonul începe și se termină pe axa absciselor. În fig. 1.2. este arătat un poligon de acest gen, care se referă la același șir statistic din tabelul 1.2, dar reprezentat prin centrele claselor.

[1] Termen introdus de K. Pearson

În cazul cînd intervalele de clasă sînt extrem de mici iar numărul observațiilor foarte mare, se obține, în loc de un poligon al distribuției frecvențelor, o curbă a distribuției frecvențelor (curbă de frecvență, curbă de variație).

La un număr redus de observații cum este cazul experiențelor în cîmp este mai greu să se obțină un poligon de variație. Pe măsură ce numărul observațiilor crește cu atît variația devine mai evidentă și reprezentarea ei grafică mai ușoară.

1.3.2. Reprezentarea grafică a unei variabile discontinuă

Se înseamnă prin puncte pe axa absciselor la distanțe egale valorile claselor care reprezintă totdeauna numere întregi, apoi din punctele respective se ridică perpendiculare a căror înălțime este proporțională cu frecvența claselor corespunzătoare. Unind prin linii drepte vîrfurile perpendicularelor obținem poligonul de frecvență, care, spre deosebire de poligonul de frecvență a unei variabile discontinuă, nu începe și nu se termină pe axa absciselor, ci începe în vîrful perpendicularei care reprezintă valoarea cea mai mică și se termină în vîrful perpendicularei care reprezintă valoarea cea mai mare. Ca exemplu, prezentăm poligonul din fig. 1.3 care reprezintă variația numărului de boabe din spic la soiul de grîu de toamnă Bezostaia 1 (Tabelul 1.3).

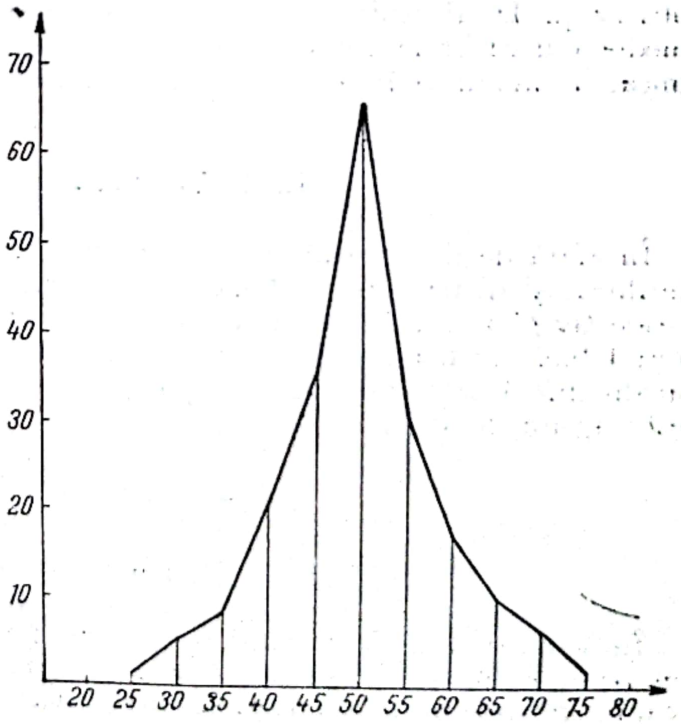


Fig. 1.3 — Poligonul variației numărului de boabe din spic la soiul de grîu de toamnă Bezostaia 1

1.3.3. Compensarea distribuției frecvențelor

Poligoanele de frecvență, datorită abaterilor accidentale, prezintă adesea neregularități care maschează adevărata formă a distribuțiilor respective. Metoda cea mai simplă de nivelare a poligoanelor este *gruparea observațiilor pe clase*, de care ne-am ocupat în secțiunea 1.2.3. Printr-o justă alegere a mărimii claselor se pot înlătura abaterile accidentale, obținîndu-se poligoane apropiate de cele adevărate.

O altă metodă de compensare a distribuției frecvențelor este cea a *mediilor mobile*, care constă în alcătuirea de medii dintr-un număr impar de observații consecutive și ordonarea lor pe abscisă. Fie șirul statistic $x_1, x_2, x_3 \dots x_k$. În cazul cînd compensarea se face pornind de la 3 observații vom avea în locul lui x_2 media

$$\bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

în locul lui x_3 media

$$\bar{x}_3 = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{3}$$

în locul lui x_i media

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_i + x_{i+1}}{3}$$

Compensarea este cu atît mai riguroasă cu cît se ia un număr mai mare de observații la alcătuirea mediilor. Prin folosirea mediilor mobile, valoarea medie a distribuției nu se schimbă iar influența asupra asimetriei curbei este mică. Se modifică însă esențial dispersia observațiilor.

1.3.4. Distribuții plurimodale

În afară de distribuțiile cu un singur vîrf, numite *distribuții unimodale*, se întîlnesc și distribuții cu două sau mai multe vîrfuri numite distribuții *bi-* respectiv *plurimodale*. Aceste distribuții ne arată că avem de a face cu un material biologic heterogen, alcătuit din mai multe populații ale căror valori medii diferă semnificativ. Se înțelege că nivelarea unor astfel de poligoane este lipsită de sens.

1.4. Indici statistici

1.4.1. Parametri și estimatori

Întocmirea șirului statistic și reprezentarea sa grafică reprezintă prima etapă a prelucrării statistice. A doua etapă a prelucrării statistice constă în caracterizarea prin anumite mărimi numerice a distribuțiilor de frecvențe.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru aceasta ne servim de așa-numiții *indici statistici* și anume indicii populațiilor statistice și indicii probelor. Indicii populațiilor statistice reprezintă „adevăratele" valori, adică acelea ce s-ar obține dacă s-ar lucra cu întreaga populație. Ei se numesc *parametri* și se notează cu litere grecești. Aceștia sînt: media aritmetică (μ), varianța (σ^2), abaterea standard (σ), coeficientul de variație ($\sigma\%$), indicele asimetriei (α), indicele excesului (ε), covarianța (σ^2_{xy}), coeficientul de corelație (ρ), coeficientul de regresie (β) etc. Indicii probelor reprezintă valorile „apropiate" de „adevăratele" valori. Ei ne dau indicații asupra populațiilor statistice, ne permit să tragem concluzii asupra parametrilor, să facem o estimare a parametrilor, de aceea se mai numesc și *estimatori*. Aceștia se notează cu literele latine corespunzătoare și sînt: media aritmetică ($\bar{x}$), varianța (s^2), abaterea standard (s), coeficientul de variație ($s\%$), indicele asimetriei (A_s), indicele excesului (E), covarianța (s^2_{xy}), coeficientul de corelație (r), coeficientul de regresie (b) etc.

1.4.2. Valori medii

1.4.2.1. *Media aritmetică*

Dintre valorile medii, media aritmetică este valoarea cea mai cunoscută și mai frecvent folosită. Metoda cea mai simplă de calcul a mediei unui șir de valori individuale este *metoda adunării*, care constă în însumarea valorilor respective și împărțirea sumei la numărul lor. Dacă șirul este format din x_1, x_2, x_3 ... x_n observații, media aritmetică $\bar{x}$ se deduce astfel:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots x_n}{n}$$

sau în forma prescurtată

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} \qquad (1.1)$$

Exemplul 1.3. Să se calculeze producția medie a soiului de grîu de toamnă Etoile de Choisy încercat în culturi comparative (mărimea parcelei de 20 m², numărul repetițiilor 6)

$$x_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_6 = 14,\ 12,\ 11,\ 15,\ 9,\ 11$$

$$\Sigma x = 14 + 12 + 11 + 15 + 9 + 11 = 72$$

$$n = 6$$

$$\bar{x} = \frac{72}{6} = 12 \text{ kg}$$

Cînd șirul statistic este alcătuit din valori mari, calculul mediei poate fi simplificat și anume scăzînd dintr-o medie probabilă (medie de lucru, medie provizorie, medie preliminară, medie presupusă) rînd pe rînd valorile individuale. Abaterile pozitive și negative de la media probabilă se adună algebric iar suma se împarte la numărul valorilor individule. Rezultatul se adună sau se scade

Scanned with OKEN Scanner

din valoarea aleasă inițial. Notînd cu A media probabilă și cu a abaterile valorilor individuale față de A vom avea următoarea formulă pentru calculul mediei.

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma a}{n} \tag{1.2}$$

Exemplul 1.4. Fie șirul de observații 104, 102, 101, 105, 90, 101 iar $A = 100$. Media aritmetică va fi:

$$\bar{x} = \frac{4 + 2 + 1 + 5 + (-10) + 1}{6} = 0{,}5;$$

$$x = 100 + 0{,}5 = 100{,}5$$

Metoda adunării se folosește în cazul șirurilor statistice alcătuite dintr-un număr mic de observații. Cînd șirurile statistice sînt formate dintr-un număr mare de observații (șiruri de valori distribuite pe clase) metoda de mai sus este inutilizabilă fiind obositoare și nesigură. În acest caz calculul mediei se face prin următoarele metode:

a) *Metoda multiplicării*, care constă în înmulțirea valorii fiecărei clase x cu frecvența clasei respective f; produsele obținute se însumează iar rezultatul se împarte la numărul total al observațiilor n

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{n} \tag{1.3}$$

Exemplul 1.5. Să se calculeze media aritmetică a conținutului de fibre la linia de cînepă 59-151 (Tabelul 1.2.). Modalitatea de calcul este arătată în tabelul 1.5. a

TABELUL 1.5. **Calculul conținutului mediu de fibre (%) la linia de cînepă 59-151**

a			*b*		
x	f	fx	f	x	fx
1	2	3	4	5	6
20	1	20	1	20500	10000
				0	0
21	4	84	4	1	4
22	9	198	9	2	18
23	21	483	21	3	63
24	33	792	33	4	132
25	50	1 250	50	5	250
26	72	1 872	72	6	432
27	108	2 916	108	7	756
28	83	2 324	83	8	664
29	52	1 508	52	9	468
30	34	1 020	34	10	340
31	19	589	19	11	209
32	11	352	11	12	132
33	3	99	3	13	39
	$n = 500$	$\Sigma fx = 13\,507$	$n = 500$		$\Sigma fx = 13\,507$

$$\bar{x} = \frac{13\,507}{500} = 27{,}01\%$$

Metoda de mai sus poate fi simplificată plecîndu-se de la considerentul că valoarea x cea mai mică este inclusă în celelalte valori x și ca atare valorile x pot fi descompuse (în exemplul nostru : $21 = 20 + 1$; $22 = 20 + 2$; $23 = 20 + 3$; ... $33 = 20 + 13$). Se înmulțește valoarea x cea mai mică cu numărul total al observațiilor iar la rezultatul obținut se adaugă produsele dintre frecvențe și numerele crescînde corespunzătoare (Tabelul 1.5. b).

O altă metodă simplificată pentru calculul mediei este cea bazată pe media probabilă A. Cînd calculul se face fără mașină se ia ca medie provizorie valoarea clasei cu cea mai mare frecvență. Cînd calculul se face cu mașina se ia ca medie provizorie clasa cea mai mică, deoarece calculul se face mai ușor. Frecvențele se înmulțesc cu abaterile a de la media probabilă. Formula este următoarea :

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fa}{n} \qquad (1.4)$$

Mersul calculului este arătat în tabelul 1.6 pentru ambele cazuri.

TABELUL 1.6 **Calculul conținutului mediu de fibre la linia de cînepă 59-151**

x	a	f	fa	x	a	f	fa
20	—7	1	— 7	A=20	0	1	0
21	—6	4	— 24	21	1	4	4
22	—5	9	— 45	22	2	9	18
23	—4	21	— 84	23	3	21	63
24	—3	33	— 99	24	4	33	132
25	—2	50	—100	25	5	50	250
26	—1	72	— 72 —431	26	6	72	432
A =27	0	108	0	27	7	108	756
28	+1	83	+ 83	28	8	83	664
29	+2	52	+104	29	9	52	468
30	+3	34	+102	30	10	34	340
31	+4	19	+ 76	31	11	19	209
32	+5	11	+ 55	32	12	11	132
33	+6	3	+ 18 +438	33	13	3	39
		n=500	Σfa = 7			n=500	Σfa=3507

$$\bar{x} = 27 + \frac{7}{500} = 27{,}01\% \qquad \bar{x} = 20 + \frac{3\,507}{500} = 27{,}01\%$$

În cazul cînd intervalul de clasă, i, este mai mic sau mai mare decît 1, media aritmetică se calculează cu ajutorul formulei următoare :

$$\bar{x} = A + i\frac{\Sigma fa}{n} \qquad (1.5)$$

Exemplul 1.6. Să se calculeze greutatea medie a știuleților la hibridul dublu de porumb Minhybrid 511, încercat în culturi comparative în 1962 la I.C.C.P.T. Fundulea. Desfășurarea calculului se vede în tabelul 1.7.

TABELUL 1.7 Calculul greutății medii a știuleților la Minhybrid 511

x	a	f	fa	x	a	f	fa
240	—6	1	— 6	310	+1	64	+64
250	—5	2	—10	320	+2	20	+40
260	—4	4	—16	330	+3	8	+24
270	—3	13	—39	340	+4	6	+24
280	—2	21	—42	350	+5	3	+15
290	—1	57	—57 —170	360	+6	1	+ 6 +173
300	0	100	0			$n=300$	$\Sigma fa=3$

b) *Metoda sumelor*, care are două variante. Prima variantă constă în aceea că expresia $i\frac{\Sigma fa}{n}$ din formula (1.5) se înlocuiește cu expresia $i\frac{S_0+S_1}{n}$. În felul acesta formula (1.5) devine

$$\bar{x} = A + i\frac{S_0+S_1}{n} \tag{1.6}$$

S_0 se obține adunînd fără întrerupere frecvențele tuturor claselor în afară de frecvența ultimei clase care nu se ia în considerare.

S_1 se obține adunînd fără întrerupere datele din coloana S_0 pînă la ultimul termen. Media probabilă A este totdeauna clasa cu cel mai mare x. Obișnuit se calculează și S_2 prin însumarea neîntreruptă a datelor din coloana S_1 tot pînă la ultimul termen. Suma obținută servește la calculul variației prin metoda sumelor.

Exemplul 1.7. Referindu-ne la șirul statistic din tabelul 1.7., desfășurarea calculului este arătată în tabelul 1.8.

TABELUL 1.8: Calculul greutății medii a știuleților la Minhybrid 511

x	f	S_0	S_1	S_2
240	1	1	1	1
250	2	3	4	5
260	4	7	11	16
270	13	20	31	47
280	21	41	72	119
290	57	98	170	289
300	100	198	368	657
310	64	262	630	1287
320	20	282	912	2199
330	8	290	1202	$3401=S_2$
340	6	296	$1498=S_1$	
350	3	$299=S_0$		
$A=360$	1			

$$\bar{x} = 360 - 10 \cdot \frac{299+1\,498}{300} = 300{,}1 \text{ g.}$$

Scanned with OKEN Scanner

La varianta a doua S_0 se obține prin însumarea frecvențelor dintr-un tabel de distribuție pornind de sus în jos și de jos în sus pînă la frecvența corespunzătoare mediei probabile A (Tabelul 1.9 col. 3) iar S_1 prin însumarea valorilor din coloana S_0 de sus în jos și de jos în sus, tot pînă la media probabilă. În continuare calculul se bazează pe valorile S_1 vecine mediei probabile pe care le vom nota cu d_1 și d_2 (Tabelul 1.9 col. 4). Formula pentru calculul mediei este următoarea:

$$\bar{x} = A + i\frac{d_2 - d_1}{n} \qquad (1.7$$

TABELUL 1.9; Calculul greutății medii a știuleților la Minhibrid 511

x	f	S_0	S_1	x	f	S_0	S_1
240	1	1	1	310	64	102	$173 = d_2$
250	2	3	4	320	20	38	71
260	4	7	11	330	8	18	33
270	13	20	31	340	6	10	15
280	21	41	72	350	3	4	5
290	57	98	$170 = d_1$	360	1	1	1
$A = 300$	100	—	—	$n = 300$			

$$\bar{x} = 300 + 10 \cdot \frac{173 - 170}{300} = 300{,}1 \text{ g}$$

Media aritmetică se caracterizează prin anumite însușiri. Astfel suma algebrică a abaterilor valorilor individuale dintr-un șir statistic de la media șirului este egală cu zero. Suma patratelor abaterilor valorilor individuale dintr-un șir de la media șirului este un minimum.

Mărimea numerică a mediei aritmetice depinde de mărimea tuturor observațiilor din șir. Orice schimbare a unui termen din șir — creșterea sau micșorarea acestuia — atrage după sine modificarea mărimii mediei aritmetice a șirului respectiv.

Media aritmetică nu este totdeauna un bun estimator al populației statistice. Astfel în cazul probelor mici media aritmetică nu reprezintă populația statistică decît în foarte mică măsură.

La distribuțiile plurimodale este contraindicat să se calculeze media aritmetică. În aceste cazuri se recomandă calculul valorii modale. De asemenea, este contraindicat calculul ei la șirurile cu ritm crescător. În locul ei se va calcula media geometrică.

1.4.2.2. *Media aritmetică ponderată*

Cînd avem mai multe șiruri statistice de mărimile n_1, $n_2 \ldots n_k$ cu mediile aritmetice $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2 \ldots \bar{x}_k$ și dorim să calculăm media generală este greșit să calculăm această medie prin însumarea mediilor individuale și împărțirea sumei

la numărul lor. În acest caz este necesar să calculăm media aritmetică ponderată a cărei formulă de calcul este următoarea:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \cdot \bar{x}_2 + \ldots + n_k \cdot \bar{x}_k}{n} \tag{1.8}$$

Exemplul 1.8. Să se calculeze lungimea medie a ştiuleţilor de porumb la hibridul dublu Warwick 600 încercat în 1962 în culturi comparative la I.C.C.P.T. Fundulea.

Proba a $n_1 = 25$ ştiuleţi, $\bar{x}_1 = 22{,}5$ cm
Proba b $n_2 = 50$ ştiuleţi, $\bar{x}_2 = 21{,}6$ cm
Proba c $n_3 = 100$ ştiuleţi, $\bar{x}_3 = 20{,}1$ cm

$$\bar{\bar{x}} = \frac{25 \cdot 22{,}5 + 50 \cdot 21{,}6 + 100 \cdot 20{,}1}{175} = 20{,}87 \text{ cm}$$

Este greşit că se calculeze media generală astfel:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{22{,}5 + 21{,}6 + 20{,}1}{3} = 21{,}40 \text{ cm.}$$

Să se calculeze conţinutul mediu de zahăr la soiul de sfeclă de zahăr Bod 165.

Proba a $n_1 = 5$ kg, $\bar{x}_1 = 19{,}0\%$
Proba b $n_2 = 10$ kg, $\bar{x}_2 = 18{,}1\%$
Proba c $n_3 = 15$ kg, $\bar{x}_3 = 17{,}7\%$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{5 \cdot 19{,}0 + 10 \cdot 18{,}1 + 15 \cdot 17{,}7}{30} = 18{,}05\%$$

1.4.2.3. *Mediana*

Mediana (valoarea centrală) este acea valoare din şirul de observaţii aranjate după mărime, care împarte şirul în două părţi egale ca număr. Ea se găseşte deci la mijlocul şirului, avînd de o parte şi de alta un număr egal de observaţii. La şirurile formate dintr-un număr impar de valori, $2k + 1$, valoarea de rangul [1] $k + 1$ este mediana. De exemplu, $2k + 1 = 301$ iar $k = 150$; valoarea de rangul $k + 1$ adică a 151 valoare din şir reprezintă mediana. La şirurile formate dintr-un număr par de valori individuale $2k$, mediana se găseşte între cele două valori din mijlocul şirului şi anume între valoarea de rangul k şi cea de rangul $k + 1$ fiind considerată la mijlocul dintre aceste valori.

Mediana unui şir statistic se calculează în felul următor. Se însumează frecvenţele dintr-un tabel de distribuţie pornind de sus în jos sau de jos în sus, pînă în dreptul clasei în care suma obţinută S_0, este foarte apropiată

[1] Prin rangul unei valori individuale se înţelege numărul care arată al cîtelea termen al şirului este valoarea respectivă.

la numărul lor. În acest caz este necesar să calculăm media aritmetică ponderată a cărei formulă de calcul este următoarea:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \cdot \bar{x}_2 + \ldots + n_k \cdot \bar{x}_k}{n} \qquad (1.8)$$

Exemplul 1.8. Să se calculeze lungimea medie a ştiuleţilor de porumb la hibridul dublu Warwick 600 încercat în 1962 în culturi comparative la I.C.C.P.T. Fundulea.

Proba a $n_1 = 25$ ştiuleţi, $\bar{x}_1 = 22{,}5$ cm
Proba b $n_2 = 50$ ştiuleţi, $\bar{x}_2 = 21{,}6$ cm
Proba c $n_3 = 100$ ştiuleţi, $\bar{x}_3 = 20{,}1$ cm

$$\bar{\bar{x}} = \frac{25 \cdot 22{,}5 + 50 \cdot 21{,}6 + 100 \cdot 20{,}1}{175} = 20{,}87 \text{ cm}$$

Este greşit că se calculeze media generală astfel:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{22{,}5 + 21{,}6 + 20{,}1}{3} = 21{,}40 \text{ cm.}$$

Să se calculeze conţinutul mediu de zahăr la soiul de sfeclă de zahăr Bod 165.

Proba a $n_1 = 5$ kg, $\bar{x}_1 = 19{,}0\%$
Proba b $n_2 = 10$ kg, $\bar{x}_2 = 18{,}1\%$
Proba c $n_3 = 15$ kg, $\bar{x}_3 = 17{,}7\%$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{5 \cdot 19{,}0 + 10 \cdot 18{,}1 + 15 \cdot 17{,}7}{30} = 18{,}05\%$$

1.4.2.3. *Mediana*

Mediana (valoarea centrală) este acea valoare din şirul de observaţii aranjate după mărime, care împarte şirul în două părţi egale ca număr. Ea se găseşte deci la mijlocul şirului, avînd de o parte şi de alta un număr egal de observaţii. La şirurile formate dintr-un număr impar de valori, $2k + 1$, valoarea de rangul [1] $k + 1$ este mediana. De exemplu, $2k + 1 = 301$ iar $k = 150$; valoarea de rangul $k + 1$ adică a 151 valoare din şir reprezintă mediana. La şirurile formate dintr-un număr par de valori individuale $2k$, mediana se găseşte între cele două valori din mijlocul şirului şi anume între valoarea de rangul k şi cea de rangul $k + 1$ fiind considerată la mijlocul dintre aceste valori.

Mediana unui şir statistic se calculează în felul următor. Se însumează frecvenţele dintr-un tabel de distribuţie pornind de sus în jos sau de jos în sus, pînă în dreptul clasei în care suma obţinută S_0, este foarte apropiată

[1] Prin rangul unei valori individuale se înţelege numărul care arată al cîtelea termen al şirului este valoarea respectivă.

sau egală cu jumătate din numărul total de observații $\frac{n}{2}$. În cazul cînd $S_0 < \frac{n}{2}$, mediana cade în intervalul de clasă următor, numit *interval median*. Dacă notăm cu x_g limita inferioară a intervalului median, cu i intervalul de clasă și cu f_0 frecvența clasei respective, formula pentru calculul medianei este următoarea:

$$M_e = x_g + i \frac{\frac{n}{2} - S_0}{f_0} \tag{1.9}$$

Exemplul 1.9. Să se calculeze mediana șirului statistic reprezentînd greutatea știuleților la Minhybrid 511 ($i = 10$, intervalul median = 295—305) (Tabelul 1.9).

Pornind din partea superioară a tabelului de distribuție avem:

$$M_e = 295 + 10 \frac{150 - 98}{100} = 300{,}2\,g.$$

Pornind din partea inferioară a tabelului avem

$$M_e = 305 - 10 \frac{150 - 102}{100} = 300{,}2\,g.$$

Mediana se caracterizează prin aceea că nu-și schimbă valoarea sa numerică atunci cînd valorile care se găsesc deasupra sau dedesubtul ei se măresc sau se micșorează. Ea nu este influențată de valorile extreme ale șirului spre deosebire de media aritmetică care este sensibil influențată. Mediana depinde de mărimea termenului central, respectiv a celor doi termeni centrali.

O altă caracteristică a medianei este aceea că suma abaterilor observațiilor de la valoarea centrală este un minimum adică mai mică decît suma abaterilor față de oricare altă valoare.

Mediana este indicată la stabilirea mediei unui șir cu clase deschise la capete, deoarece, după cum s-a spus, ea depinde numai de mărimea valorii respectiv valorilor individuale de la mijlocul șirului.

Ea se folosește frecvent la stabilirea dozei letale de 50% (DL 50) la animale, atunci cînd se studiază toxicitatea unui preparat. Dacă s-ar calcula media aritmetică valoarea acesteia ar fi mult influențată de valorile extreme, deoarece obișnuit încercările se fac pe loturi mici de animale. Mediana în schimb nu suferă această influență. De asemenea are aplicații în medicină.

1.4.2.4. *Quartile*

Se numesc quartile valorile care împart șirul de observații aranjate după mărime în 4 părți egale ca număr. Q_1 este quartila inferioară, Q_2 cea mijlocie iar Q_3 quartila superioară. Quartila mijlocie Q_2 coincide cu mediana M_e. Quartilele servesc la calculul coeficientului de asimetrie.

1.4.2.5. *Valoarea modală*

Valoarea modală (Modul, valoarea dominantă, valoarea normală) a unei distribuții statistice este acea valoare a variabilei căreia îi corespunde frecvența maximă. La șirurile statistice unimodale discontinue, la care intervalul de clasă este egal cu 1, valoarea modală este valoarea din șir care se repetă cel mai des, valoarea cu cea mai mare frecvență. La șirurile statistice unimodale discontinue la care intervalul de clasă este mai mare decît 1 precum și la șirurile unimodale continue, valoarea modală se găsește în clasa căreia îi corespunde cea mai mare frecvență, numită *clasă modală*. În acest caz poziția ei exactă în intervalul clasei respective numit *interval modal* se determină prin calcul. Calculul se bazează pe clasa modală și pe clasele vecine acesteia.

La distribuțiile unimodale valoarea modală se calculează cu ajutorul formulei următoare

$$M_0 = x_g + i \frac{n_0 - n_{-1}}{2n_0 - n_{-1} - n_{+1}} \qquad (1.10)$$

în care:

x_g = limita inferioară a intervalului modal
i = intervalul de clasă
n_0 = frecvența clasei modale
n_{-1} = frecvența clasei inferioare
n_{+1} = frecvența clasei superioare

Exemplul 1.10. Să se calculeze valoarea modală a șirului de variație reprezentînd greutatea știuleților la Minhybrid 511 (intervalul modal = 295—305) (Tabelul 1.9).

$$M_0 = 295 + 10 \frac{100 - 57}{200 - 57 - 64} = 300{,}44 \text{ g}$$

La distribuțiile plurimodale trebuie să calculăm mai multe valori modale și anume cîte una pentru fiecare vîrf. Formula de calcul este aceeași ca și la distribuțiile unimodale. Valoarea modală este influențată de mărimea valorilor din centrul șirului (la distribuțiile unimodale) sau din centrul îngrămădirii de observații (la distribuțiile plurimodale). Celelalte valori nu au nici o influență asupra ei.

Valoarea modală se utilizează la stabilirea simetriei distribuțiilor de frecvențe. La distribuțiile simetrice, media aritmetică, mediana și valoarea modală coincid.

1.4.2.6. *Media geometrică*

Fie variabila întîmplătoare X care ia valorile x_1, x_2, x_3 ..... x_n. Rădăcina a n-a a produsului lor se numește media geometrică

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n} \qquad (1.11)$$

Scanned with OKEN Scanner

Calculul mediei geometrice se efectuează mult mai ușor pe cale logaritmică

$$\lg \bar{x}_g = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 + \ldots + \lg x_n}{n} = \frac{\Sigma \lg x}{n} \tag{1.12}$$

Pentru distribuțiile de frecvențe formula este

$$\bar{x}_g = \sqrt[m]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \ldots . x_m^{f_m}} \tag{1.13}$$

în care:

$f_1, f_2, f_3, \ldots f_m$ sînt frecvențele.

Media geometrică se folosește în cazul șirurilor cu ritm crescător, la care nu este indicat să se calculeze media aritmetică.

Exemplul 1.11. Fie șirul 0,25, 0,50, 1,00, 2,00, 4,00

$$\bar{x}_g = \sqrt[5]{0{,}25 \cdot 0{,}50 \cdot 1{,}00 \cdot 2{,}00 \cdot 4{,}00} = 1$$

sau:

$$\lg \bar{x}_g = \frac{\lg 0{,}25 + \lg 0{,}50 + \lg 1{,}00 + \lg 2{,}00 + \lg 4{,}00}{5} = 0$$

din care deducem

$$\bar{x}_g = 1$$

Calculînd media aritmetică obținem $\bar{x} = 1{,}55$ care e mai puțin reprezentativă decît media geometrică.

1.4.2.7. *Media geometrică ponderată*

Cînd avem mai multe medii geometrice $\bar{x}_{g_1}, \bar{x}_{g_2}, \bar{x}_{g_3} \ldots \bar{x}_{g_k}$ deduse din șirurile de mărimile $n_1, n_2, n_3 \ldots n_k$ și dorim să calculăm media generală este greșit să calculăm această medie prin metoda adunării. Corect este să calculăm media geometrică ponderată.

$$\overline{\bar{x}}_g = \frac{n_1 \lg \bar{x}_{g_1} + n_2 \lg \bar{x}_{g_2} + n_3 \lg \bar{x}_{g_3} + \ldots . + n_k \lg \bar{x}_{g_k}}{n} \tag{1.14}$$

1.4.3. Indicii dispersiei

Valorile medii nu ne dau o imagine completă asupra unui șir statistic. Ele nu scot în evidență caracteristicile esențiale ale șirului de variație pentru următoarele motive. În primul rînd pentru că nu ne spun nimic asupra distribuției observațiilor pe clase, nu ne arată cum se repartizează observațiile în jurul valorilor medii și în al doilea rînd pentru că nu ne dau nici o indicație

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 1.10

	x 1	2	3	4	5	6	7	8	9	n	$\bar{x}$
f_1				5	90	5				100	5
f_2				10	80	10				100	5
f_3				15	70	15				100	5
f_4			5	15	60	15	5			100	5
f_5		2	8	15	50	15	8	2		100	5
f_6	2	3	10	15	40	15	10	3	2	100	5

asupra granițelor de variație ale șirurilor statistice. Pentru confirmarea afirmațiilor de mai sus prezentăm în tabelul 1.10 o serie de șiruri statistice care, deși diferă în ceea ce privește repartiția valorilor pe clase și cîmpul de variație, au totuși aceeași medie aritmetică, $\bar{x} = 5$ (Otto, E., 1958).

Pentru o caracterizare precisă a șirului statistic este necesar să știm cum se grupează valorile individuale în jurul valorilor medii, dacă sînt apropiate sau îndepărtate de aceste valori. Este necesar, cu alte cuvinte, să cunoaștem *dispersia*, împrăștierea, valorilor individuale în jurul valorilor medii. Fără cunoașterea abaterii valorilor individuale ale unei variabile de la valoarea ei medie nu e posibilă caracterizarea exactă a unei probe. Dispersia observațiilor în jurul valorilor medii de exemplu în jurul mediei aritmetice se măsoară cu ajutorul *indicilor dispersiei* dintre care menționăm amplitudinea variației, abaterea medie, diferența medie, abaterea medie patratică și abaterea standard.

1.4.3.1. *Amplitudinea variației*

Măsura cea mai simplă a dispersiei este *amplitudinea variației*, adică diferența dintre valoarea cea mai mare și cea mai mică a șirului statistic. Acest indice prezintă o serie de dezavantaje. Astfel, fiind calculat din cele două valori extreme depinde mult de întîmplare și nu reflectă împrăștierea celorlalte valori ale șirului. În afară de aceasta, valoarea sa crește sensibil în raport cu sporirea numărului de observații. Pentru aceste motive utilitatea sa este redusă.

1.4.3.2. *Abaterea medie*

Abaterea medie (deviația medie) este media valorilor absolute ale abaterilor individuale de la media aritmetică $\bar{x}$.

$$e = \frac{\Sigma | x - \bar{x} |}{n} \tag{1.15}$$

Exemplul 1.12. Să se calculeze abaterea medie a producției soiului de grîu de toamnă Etoile de Choisy (vezi exemplul 1.3)

$$| x_1 - \bar{x} | = | 12 - 14 | = 2$$
$$| x_2 - \bar{x} | = | 12 - 12 | = 0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$| x_6 - \bar{x} | = | 11 - 12 | = 1$$

$$e = \frac{10}{6} = 1{,}67 \text{ kg}$$

Scanned with OKEN Scanner

În cazul distribuțiilor de frecvențe se utilizează formula următoare

$$= \frac{\Sigma f |x - \bar{x}|}{n} \tag{1.16}$$

în care:

f este frecvența fiecărei clase iar x valoarea fiecărei clase.

Abaterea medie are și ea o utilizare redusă din mai multe motive dintre care mai important este acela că valorile individuale care se abat puternic de la medie nu sînt suficient luate în considerare.

1.4.3.3. *Diferența medie*

Diferența medie este media diferențelor absolute dintre toate perechile posibile de valori individuale ale unui șir de valori.

Exemplul 1.13. Să se calculeze diferența medie a producției soiului de grîu de toamnă Etoile de Choisy (exemplul 1.3)

$$D = \frac{|14-12|+|14-11|+|14-15|+|14-9|+|14-11|+\ldots}{30}$$

$$\frac{+|11-14|+|11-12|+|11-11|+|11-15|+|11-9|}{30} = 2{,}67$$

Acest indice fiind mai puțin precis decît abaterea medie patratică se folosește puțin.

1.4.3.4. *Abaterea medie patratică și abaterea standard*

Indicele cel mai sigur al dispersiei este *abaterea medie patratică* sau *varianța* care este media aritmetică a patratelor abaterilor valorilor individuale ale unui șir statistic de la media aritmetică a șirului respectiv. Varianța este cea mai bună măsură de estimare a dispersiei în cadrul populației și tot ea ne dă cele mai bune indicații asupra dispersiei valorilor în cadrul probei. Ea mai prezintă avantajul că ne scutește de obligația de a lucra cu numere negative, deoarece atît $(-a)\ (-a)$ cît și $(+a)\ (+a)$ dă a^2.

La șirurile statistice alcătuite dintr-un număr mic de observații varianța se calculează cu ajutorul formulei următoare.

$$s^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1} \tag{1.17}$$

Rădăcina patrată din varianță se numește *abaterea standard* (deviația standard, eroarea standard)

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.18}$$

TABELUL 1.11: Calculul varianței s^2 și al abaterii standard s cu ajutorul formulelor (1.17) și (1.18)

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$\Sigma (x - \bar{x})^2$
14	—2	4	
12	0	0	
11	+1	1	24
15	+3	9	
9	—3	9	
11	—1	1	

$\bar{x} = 12$ $s^2 = \frac{24}{5} = 4{,}8$ kg $s = \sqrt{4{,}8} = 2{,}19$ kg.

În tabelul 1.11 este arătat calculul varianței și abaterii standard a producției soiului de grîu Etoile de Choisy. Deoarece calculul pe baza abaterilor $x - \bar{x}$ este obositor se recomandă ca s^2 și s să se calculeze pornind de la valorile individuale x. În acest caz expresia $\Sigma (x - \bar{x})^2$ din formulele (1.17) și (1.18) se înlocuiește cu expresiile $\Sigma x^2 - n\bar{x}^2$ sau $\Sigma x^2 - \bar{x}\Sigma x$ sau $\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$.

În felul acesta formulele (1.17) și (1.18) devin

$$s^2 = \frac{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}{n - 1} \tag{1.19}$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}{n - 1}} \tag{1.20}$$

$$s^2 = \frac{\Sigma x^2 + \bar{x}\Sigma x}{n - 1} \tag{1.21}$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \bar{x}\Sigma x}{n - 1}} \tag{1.22}$$

$$s^2 = \frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n - 1} \tag{1.23}$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n - 1}} \tag{1.24}$$

Cele mai indicate și mai frecvent folosite sînt formulele (1.23) și (1.24). În tabelul 1.12 prezentăm un exemplu de calcul al varianței și abaterii standard a producției soiului de grîu Etoile de Choisy cu ajutorul formulelor menționate.

Expresia $\frac{(\Sigma x)^2}{n}$ se numește *termen de corecție* sau scăzător (TC) iar expresia $\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$ *suma patratelor abaterilor* (SPA). Aceleași denumiri se aplică expresiilor $n\bar{x}^2$ și $\bar{x}\Sigma x$ respectiv expresiilor $\Sigma(x - \bar{x})^2$, $\Sigma x^2 - n\bar{x}^2$, $\Sigma x^2 - \bar{x}\Sigma x$.

O varianță mică și o abatere standard mică ne indică o grupare strînsă a elementelor unei probe, în jurul valorii medii. Din contra o varianță mare

și o abatere standard mare ne arată că elementele probei au o împrăștiere mare, că proba prezintă o mare variabilitate.

Numitorul formulelor (1.17)—(1.24) adică $n-1$ (numărul observațiilor micșorat cu 1) poartă denumirea de *grade de libertate*. Faptul că suma patratelor abaterilor se împarte la $n-1$ și nu la n are următoarea explicație. Fie o populație statistică cu varianța σ^2 din care să extragem o probă de mărimea n; calculînd varianța acestei probe găsim că este s^2; mărimea lui s^2 bineînțeles nu coincide exact cu σ^2. Să extragem din populația statistică un număr foarte mare de probe de mărimea n; este de așteptat ca media varianțelor s^2 a acestor probe, adică $\bar{s}^2$, să coincidă exact cu σ^2. Aceasta se întîmplă însă numai atunci cînd varianțele probelor se calculează împărțind suma patratelor abaterilor la $n-1$ și nu la n, deoarece în urma calculării mediei aritmetice (pe care se bazează calculul varianței respectiv abaterii standard), una din valorile individuale ale probei este blocată. În adevăr înainte de calculul mediei aritmetice toate valorile individuale ale șirului statistic sînt liber variabile adică pot avea orice mărime. Îndată ce se calculează media una din valori este blocată; în consecință nu toate valorile n ale șirului sînt liber variabile ci numai $n-1$. Deci pentru calculul varianței și al abaterii standard rămîn numai $n-1$ valori individuale liber variabile. Zicem că numărul gradelor de libertate pentru calculul lui s^2 respectiv s este $n-1$.

TABELUL 1.12: Calculul varianței s^2 și abaterii standard s, cu ajutorul formulelor (1.23) și (1.24)

x	x^2	$(\Sigma x)^2$	$\frac{(\Sigma x)^2}{n}$
14	196		
12	144		
11	121	$72^2 = 5184$	$\frac{5\,184}{6} = 864$
15	225		
9	81		
11	121		
$\Sigma x = 72$	$\Sigma x^2 = 888$		

$$s^2 = \frac{888 - 864}{5} = 4{,}8\,kg$$

$$s = \sqrt{4{,}8} = 2{,}19\,kg$$

Pentru exemplificare să luăm o probă alcătuită din 3 valori iar media acestor valori să fie 10. În acest caz 2 valori pot varia oricum, de exemplu prima valoare poate fi 9 iar a doua 13 sau, prima valoare poate fi 8 iar a doua 11 sau, prima valoare poate fi 12 iar a doua 14. A treia valoare nu poate fi în primul caz decît 8 în al doilea caz nu poate fi decît 11 iar în al treilea caz decît 4

9	13	8	$\bar{x} = 10$
8	11	11	$\bar{x} = 10$
12	14	4	$\bar{x} = 10$

În cazul șirurilor cu valori distribuite pe clase calculul varianței și a abaterii standard se face prin *metoda multiplicării* și *metoda sumelor*.

Scanned with OKEN Scanner

a) *Metoda multiplicării* se bazează pe formulele (1.17) (1.18), (1.23) și (1.24) care se modifică astfel:

$$s^2 = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{n-1} \qquad (1.25) \qquad s^2 = \frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}}{n-1} \qquad (1.27)$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f(x)-\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (1.26) \qquad s = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}}{n-1}} \qquad (1.28)$$

Calculul se efectuează mai ușor cu ajutorul formulelor (1.27) și (1.28).

Exemplul 1.14. Să se calculeze varianța și abaterea standard a conținutului de fibre (%) la linia de cînepă 59-151 (Tabelul 1.2). Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 1.13.

TABELUL 1.13: Calculul varianței s^2 și al abaterii standard s cu ajutorul formulelor (1.27) și (1.28)

x	f	fx	x^2	fx^2	$\frac{(\Sigma fx)^2}{n}$
20	1	20	400	400	
21	4	84	441	1764	
22	9	198	484	4356	
23	21	483	529	11109	
24	33	792	576	19008	
25	50	1250	625	31250	
26	72	1872	676	48672	
27	108	2916	729	78732	$\frac{182\,439\,049}{500} = 364878$
28	83	2324	784	65072	
29	52	1508	841	43732	
30	34	1020	900	30600	
31	19	589	961	18259	
32	11	352	1024	11264	
33	3	99	1089	3267	
	$n = 500$	$\Sigma fx = 13507$		$\Sigma fx^2 = 367485$	

$$s^2 = \frac{367\,485 - 364\,878}{499} = 5{,}22\% \qquad s = \sqrt{5{,}22} = 2{,}29\%$$

Calculul poate fi simplificat dacă produsul fx din formulele (1.27) și (1.28) se înlocuiește cu produsul fa. În acest caz formulele respective devin

$$s^2 = \frac{\Sigma fa^2 - \frac{(\Sigma fa)^2}{n}}{n-1} \qquad (1.29) \qquad s = \sqrt{\frac{\Sigma fa^2 - \frac{(\Sigma fa)^2}{n}}{n-1}} \qquad (1.30)$$

În tabelul 1.14 prezentăm spre exemplificare calculul variantei și al abaterii standard a conținutului de fibre (%) la linia de cînepă 59-151.

TABELUL 1.14: Calculul varianței s^2 și al abaterii standard s cu ajutorul formulelor (1.29) și (1.30)

x	f	a	a^2	fa		fa^2
20	1	—7	49	— 7		49
21	4	—6	36	— 24		144
22	9	—5	25	— 45		225
23	21	—4	16	— 84		336
24	33	—3	9	— 99		297
25	50	—2	4	—100		200
26	72	—1	1	— 72	—431	72
$A = 27$	108	0	0	0		0
28	83	+1	1	+ 83		83
29	52	+2	4	+104		208
30	34	+3	9	+102		306
31	19	+4	16	+ 76		304
32	11	+5	25	+ 55		275
33	3	+6	36	+ 18	+438	108
	$n = 500$			$\Sigma fa = +7$		$\Sigma fa^2 = 2607$

$$s^2 = \frac{2607 - \frac{7^2}{500}}{499} = 5{,}22\% \qquad s = \sqrt{5{,}22} = 2{,}29\%$$

Expresiile $\frac{(\Sigma fx)^2}{n}$ și $\frac{(\Sigma fa)^2}{n}$ poartă denumirea de termene de corecție (TC) iar expresiile $\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}$ și $\Sigma fa^2 - \frac{(\Sigma fa)^2}{n}$ de sume ale patratelor abaterilor (SPA).

În cazul cînd intervalul de clasă i este mai mic sau mai mare decît 1, s^2 se calculează cu ajutorul formulei următoare

$$s^2 = s_a^2 \cdot i^2 \tag{1.31}$$

$$s_a^2 = \frac{\Sigma fa^2 - \frac{(\Sigma fa)^2}{n}}{n-1}$$

Exemplul 1.15. Să se calculeze varianța greutății știuleților la Minhybrid 511 (Tabelul 1.7). Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 1.15.

TABELUL 1.15: Calculul varianței s^2 cu ajutorul formulei (1.31)

x	f	a	a^2	fa		fa^2
240	1	—6	36	— 6		36
250	2	—5	25	—10		50
260	4	—4	16	—16		64
270	13	—3	9	—39		117
280	21	—2	4	—42		84
290	57	—1	1	—57	—170	57
A=300	100	0	0	0		0
310	64	+1	1	+64		64
320	20	+2	4	+40		80
330	8	+3	9	+24		72
340	6	+4	16	+24		96
350	3	+5	25	+15		75
360	1	+6	36	+ 6	+173	36
	n=300			$\Sigma fa = +3$		$\Sigma fa^2 = 831$

$$s_a^2 = \frac{831 - \frac{3^2}{300}}{299} = 2{,}78\% \quad s^2 = s_a^2 \cdot i^2 = 2{,}78 \cdot 10^2 = 278\,g$$

$$s = \sqrt{278} = 16{,}68\ g$$

b) *Metoda sumelor* este cea mai bună metodă pentru calculul varianței și abaterii standard mai ales în cazul șirurilor statistice voluminoase, deoarece ne scutește de calcule obositoare.

$$s_a^2 = \frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}}{n-1}$$

$$\Sigma fx^2 = S_0 + 3S_1 + 2S_2 \qquad \frac{(\Sigma fx)^2}{n} = \frac{(S_0 + S_1)^2}{n}$$

$$s_a^2 = \frac{S_0 + 3S_1 + 2S_2 - \frac{(S_0 + S_1)^2}{n}}{n-1} \tag{1.32}$$

Exemplul 1.16. Să se calculeze varianța greutății știuleților la Minhybrid 511. Ținînd seama de rezultatele din tabelul 1.8 vom avea

$$S_0 + 3S_1 + 2S_2 = 299 + 4494 + 6802 = 11\,595$$

$$\frac{(S_0 + S_1)^2}{n} = \frac{(299 - 1498)^2}{300} = 10\,764$$

$$s_a^2 = \frac{11\,595 - 10\,764}{299} = 2{,}78\ g$$

$$s^2 = s_a^2 \cdot i^2 = 2{,}78 \cdot 10^2 = 278\ g$$

$$s = \sqrt{278} = 16{,}68\ g$$

Scanned with OKEN Scanner

O formulă mai simplă pentru calculul variației este următoarea

$$s^2 = i^2 \cdot \frac{2(e_1 + e_2) - (d_1 + d_2) - nb^2}{n - 1} \tag{1.33}$$

în care

$$b = \frac{d_2 - d_1}{n}$$

Exemplul 1.17. Prezentăm în tabelul 1.16 calculul variației greutății știuleților la Minhybrid 511

TABELUL 1.16: Calculul variației s^2 cu ajutorul formulei (1.33)

x	f	S_0	S_1	S_2
240	1	1	1	1
250	2	3	4	5
260	4	7	11	16
270	13	20	31	47
280	21	41	72	119
290	57	98	$170 = d_1$	$289 = e_1$
$A = 300$	100	—	—	—
310	64	102	$173 = d_2$	$298 = e_2$
320	20	38	71	125
330	8	18	33	54
340	6	10	15	21
350	3	4	5	6
360	1	1	1	1

$$n = 300$$

$$s^2 = 10^2 \frac{2(289 + 298) - (170 + 173) - 300\left(\frac{173 - 170}{300}\right)^2}{299} = 278\ g$$

$$s = \sqrt{278} = 16{,}68\ g$$

1.4.3.5. *Abaterea medie patratică ponderată*

Cînd avem mai multe probe care se referă la același caracter, probe care sînt extrase din populații cu aceeași varianță, dar cu medii aritmetice diferite și dorim să calculăm o varianță comună, calculul se face diferit, după cum probele au același număr de observații sau un număr diferit.

În cazul cînd probele au același număr de observații abaterea medie patratică s^2 se calculează cu ajutorul formulei următoare:

$$s^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2 + \ldots + s_k^2}{k} \tag{1.34}$$

în care:

s_1^2, s_2^2, ... s_k^2 reprezintă varianțele probelor 1, 2 ... k iar k numărul probelor

$$s = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 + \ldots + s_k^2}{k}} \tag{1.35}$$

În cazul cînd probele au un număr diferit de observații se calculează așa numita *abatere medie patratică ponderată* s^2.

$$s^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1) + \ldots + s_k^2(n_k - 1)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \ldots + (n_k - 1)} \tag{1.36}$$

sau

$$s^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1) + \ldots + s_k^2(n_k - 1)}{n - k} \tag{1.37}$$

în care:

s_1^2, s_2^2 ... s_k^2 = varianțele probelor 1, 2 ... k
$n_1, n_2 \ldots n_k$ = numărul de observații al probelor 1, 2, ... k
n = numărul total de observații
k = numărul probelor

Formulele (1.36) și (1.37) se deosebesc de formula (1.34) prin aceea că varianțele probelor se înmulțesc cu numărul gradelor de libertate respective iar suma produselor se împarte la suma tuturor gradelor de libertate.

Rădăcina patrată din s^2 este abaterea standard ponderată

$$s = \sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1) + \ldots + s_k^2(n_k - 1)}{n - k}} \tag{1.38}$$

Exemplul 1.18

Proba a	$n_1 = 25$	$s_1^2 = 5$
Proba b	$n_2 = 50$	$s_2^2 = 4$
Proba c	$n_3 = 100$	$s_3^2 = 3$

$$s^2 = \frac{5(25 - 1) + 4(50 - 1) + 3(100 - 1)}{175 - 3} = 3{,}56$$

$$s = \sqrt{3{,}56} = 1{,}89$$

Scanned with OKEN Scanner

1.4.3.6. *Coeficientul de variație*

Abaterea standard fiind o măsură absolută a dispersiei nu ne permite să comparăm între ele două sau mai multe distribuții de frecvențe în ceea ce privește variația lor. Astfel, distribuțiile alcătuite din valori mari au o abatere standard mare iar distribuțiile formate din valori mici au o abatere standard mică. Este greșit însă să tragem de aci concluzia că primele au o dispersie mai mare decît ultimele. Comparația este însă perfect posibilă dacă recurgem la *coeficientul de variație* $s\%$ propus de *K. Pearson*, care nu este altceva decît raportul dintre abaterea standard și media aritmetică

$$s\% = \frac{s}{\bar{x}} \tag{1.39}$$

sau abaterea standard exprimată în procente din media aritmetică (abaterea standard relativă)[1]:

$$s\% = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}} \tag{1.40}$$

Exemplul 1.19. Referindu-ne la soiul de grîu de toamnă Etoile de Choisy, a cărui producție medie $\bar{x} = 12$ kg iar abaterea standard $s = 2{,}19$ kg, găsim că $s\% = 18{,}25\%$

$$s\% = \frac{2{,}19 \cdot 100}{12} = 18{,}25\%$$

Calculînd aceiași indici la soiul de grîu de toamnă Ponca încercat în aceeași experiență s-au găsit următoarele valori: $\bar{x} = 3{,}50$ kg, $s = 1{,}87$ kg, $s\% = 28{,}77\%$ (Tabelul 1.17). Din datele arătate în tabelul 1.17 reiese că producția soiului Ponca prezintă o variație mai mare decît producția soiului Etoile de Choisy cu toate că producțiile repetiții ale acestui soi sînt cu mult mai mici decît cele ale soiului Etoile de Choisy.

TABELUL 1.17

Soiul	$\bar{x}$	s^2	s	$s\%$
Etoile de Choisy	12,0	4,80	2,19	18,25
Ponca	6,5	3,50	1,87	28,77

Cu cît coeficientul de variație al unei distribuții de frecvențe este mai mic cu atît variația distribuției respective este mai mică. În general, în biologie, se admite că distribuțiile de frecvențe care au un coeficient de variație mai mic de 10% prezintă o variație mai mică, cele care au un coeficient de 10—20% au o variație mijlocie, iar cele cu un coeficient de peste 20% au o variație mare.

[1] Coeficientul de variație se mai notează cu v sau $C.V.$

1.4.4. Momente potențate

Momentele unei distribuții sînt medii aritmetice ale abaterilor de la un anumit punct ales ca origine, ridicate la diferite puteri. În funcție de punctul de origine distingem trei categorii de momente: momente inițiale, momente ordinare și momente centrate.

Cînd punctul de origine al abaterilor este 0 avem de a face cu *momente inițiale* pe care le vom nota cu M. Formulele pentru calculul momentelor inițiale sînt următoarele (intervalul de clasă $i = 1$):

Momentul de gradul 1, $M_1 = \frac{\Sigma fx}{n}$ (1.41)

Momentul de gradul al 2-lea, $M_2 = \frac{\Sigma fx^2}{n}$ (1.42)

Momentul de gradul al 3-lea, $M_3 = \frac{\Sigma fx^3}{n}$ (1.43)

Momentul de gradul al 4-lea, $M_4 = \frac{\Sigma fx^4}{n}$ (1.44)

Momentul de gradul r, $M_r = \frac{\Sigma fx^r}{n}$ (1.45)

Se vede că momentul de gradul 1 este media aritmetică $\bar{x}$.

Cînd punctul de origine al abaterilor este o valoare luată arbitrar avem *momente ordinare* m', care se calculează cu ajutorul următoarelor formule (intervalul de clasă $i = 1$):

$$m'_1 = \frac{\Sigma f(x - A)}{n} \quad (1.46)$$

$$m'_2 = \frac{\Sigma f(x - A)^2}{n} \quad (1.47)$$

$$m'_3 = \frac{\Sigma f(x - A)^3}{n} \quad (1.48)$$

$$m'_4 = \frac{\Sigma f(x - A)^4}{n} \quad (1.49)$$

$$m'_r = \frac{\Sigma f(x - A)^r}{n} \quad (1.50)$$

Înlocuind expresia $x - A$ din formulele (1.46) ... (1.50) cu $\frac{x-A}{i}$ obținem formulele pentru calculul momentelor de gradul 1, 2, 3, 4 ... r la șirurile statistice în care intervalul de clasă $i \neq 1$. Formula generală de calcul a

momentelor ordinare în cazul cînd $i \neq 1$ este următoarea:

$$m'_r = \frac{\Sigma f\left(\frac{x-A}{i}\right)^r}{n} \tag{1.51}$$

Ținînd seama că abaterile $x - A$ și $\frac{x-A}{i}$ sînt totdeauna egale cu -1, -2, -3, -4, -5, -6, ... $-n$; $+1$, $+2$, $+3$, $+4$, $+5$, $+6$, ... $+n$, expresia $x - A$ din formulele (1.46) ... (1.50) și expresia $\frac{x-A}{i}$ din formula (1.51) pot fi înlocuite cu a care are valorile de mai sus. În felul acesta formulele (1.46) ... (1.50) respectiv formula (1.51) devin:

$$m'_1 = \frac{\Sigma fa}{n} \tag{1.52}$$

$$m'_2 = \frac{\Sigma fa^2}{n} \tag{1.53}$$

$$m'_3 = \frac{\Sigma fa^3}{n} \tag{1.54}$$

$$m'_4 = \frac{\Sigma fa^4}{n} \tag{1.55}$$

$$m'_r = \frac{\Sigma fa^r}{n} \tag{1.56}$$

Cînd abaterile se calculează plecînd de la media aritmetică $\bar{x}$ avem de a face cu *momente centrate* m a căror formule de calcul sînt (1.57) ... (1.61) pentru șirurile de valori nedistribuite pe clase și (1.62) ... (1.66) pentru șirurile de valori distribuite pe clase (intervalul de clasă $i = 1$):

$$m_1 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})}{n} \tag{1.57}$$

$$m_2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n} \tag{1.58}$$

$$m_3 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^3}{n} \tag{1.59}$$

$$m_4 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^4}{n} \tag{1.60}$$

$$m_r = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^r}{n} \tag{1.61}$$

$$m_1 = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})}{n} \tag{1.62}$$

$$m_2 = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{n} \tag{1.63}$$

$$m_3 = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^3}{n} \tag{1.64}$$

$$m_4 = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^4}{n} \tag{1.65}$$

$$m_r = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^r}{n} \tag{1.66}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă înlocuim expresia $x - \bar{x}$ din formulele (1.62) ... (1.66) cu expresia $\frac{x - \bar{x}}{i}$ obținem formulele pentru calculul momentelor de gradul 1, 2, 3, 4, ...r la distribuțiile de frecvențe în care intervalul de clasă $i \neq 1$. Formula generală de calcul a momentelor în acest caz este

$$m_r = \frac{\Sigma f\left(\frac{x - \bar{x}}{i}\right)^r}{n} \tag{1.67}$$

Momentele centrate de gradul al 2-lea sînt aproximativ egale cu varianța s^2.

Între momentele centrate m și momentele ordinare m' există următoarele relații:

$$m_2 = m'_2 - (m'_1)^2; \quad (m_2 \approx s^2) \tag{1.68}$$

$$m_3 = m'_3 - 3m'_1m'_2 + 2(m'_1)^3 \tag{1.69}$$

$$m_4 = m'_4 - 4m'_1m'_3 + 6(m'_1)^2 m'_2 - 3(m'_1)^4 \tag{1.70}$$

$$m_5 = m'_5 - 5m'_1m'_4 + 10(m'_1)^2m'_3 - 10(m'_1)^3m'_2 + 4(m'_1)^5 \tag{1.71}$$

Pentru verificarea momentelor centrate se folosesc formulele următoare:

$$m_3 = m'_3 - 3m_2m'_1 - (m'_1)^3 \tag{1.72}$$

$$m_4 = m'_4 - 4m_3m'_1 - 6m_2(m'_1)^2 - (m'_1)^4 \tag{1.73}$$

$$m_5 = m'_5 - 5m_4m'_1 - 10m_3(m'_1)^2 - 10m_2(m'_1)^3 - (m'_1)^5 \tag{1.74}$$

Momentul de gradul al 2-lea este pozitiv. Momentul de gradul al 3-lea poate fi pozitiv sau negativ; cînd distribuția este simetrică el este egal cu 0. Momentul de gradul al 4-lea este totdeauna pozitiv.

Am arătat mai sus că momentul inițial de gradul 1 este media aritmetică $\bar{x}$ iar momentul centrat de gradul al 2-lea este aproximativ egal cu varianța s^2. Momentele centrate de gradul al 2-lea pot fi folosite la calculul coeficientului de corelație. După cum vom vedea momentele servesc și la calculul asimetriei și excesului.

1.4.5. Corecțiile lui Sheppard

La distribuțiile de frecvențe continui atribuim tuturor observațiilor din interiorul unei clase o valoare comună reprezentată prin centrul clasei. Prin aceasta introducem în calculul variației s^2 o eroare, deoarece observațiile din cadrul fiecărei clase nu sînt concentrate în jurul clasei ci sînt repartizate în sînul clasei după o anumită lege. Această eroare este cu atît mai mare cu

cît intervalul de clasă este mai mare. Din această cauză varianța crește cu ceva. Pentru înlăturarea acestei erori recurgem la așa numita *corecție a lui Sheppard*. Pentru calculul varianței corectate, Sheppard propune următoarea formulă:

$$s^2 \text{ (corectat)} = s^2 - \frac{1}{12} i^2 \tag{1.75}$$

$$s \text{ (corectat)} = \sqrt{s^2 - \frac{1}{12} i^2} \tag{1.76}$$

în care:

i = intervalul de clasă

Referindu-ne la varianța conținutului de fibre la linia de cînepă 59-151 (Tabelele 1.13 și 1.14) vom avea:

$$s^2 \text{ (corectat)} = 5{,}22 - \frac{1}{12} = 5{,}22 - 0{,}0833 = 5{,}1367\ \%$$

$$s \text{ (corectat)} = \sqrt{5{,}22 - \frac{1}{12}} = \sqrt{5{,}1367} = 2{,}266\ \%$$

În cazul varianței greutății știuleților la Minhybrid 511 (Tabelele 1.15 și 1.16) avem:

$$s^2 \text{ (corectat)} = 278 - \frac{1}{12} \cdot 10^2 = 278 - 8{,}33 = 269{,}67\ g$$

$$s \text{ (corectat)} = \sqrt{269{,}67} = 16{,}42\ g$$

Corecția Sheppard se aplică și momentelor centrate care de asemenea sînt afectate de erori. Formulele de corecție pentru momentele centrate sînt următoarele:

$$m_2 \text{ (corectat)} = m_2 - \frac{1}{12} i^2 \tag{1.77}$$

$$m_4 \text{ (corectat)} = m_4 - \frac{1}{2} m_2 i^2 + \frac{7}{240} i^4 \tag{1.78}$$

1.4.6. Indicii asimetriei

Asimetria (disimetria) este o caracteristică a formei unei distribuții de frecvențe, care se întîlnește destul de des mai ales în cercetările biologice. Asimetria poate fi aparentă sau reală. Prima se poate datora numărului prea mic de observații sau alegerii defectuoase a claselor de frecvențe, a doua se datorește influenței condițiilor externe sau acțiunii unor factori intrinseci (de ex. în cazul organismelor vegetale sau animale acțiunii eredității). Asimetria aparentă poate fi înlăturată prin sporirea numărului de elemente ce

Scanned with OKEN Scanner

alcătuiesc proba sau printr-o justă grupare a observațiilor pe clase. Asimetria reală nu poate fi modificată. În consecință ea trebuie studiată așa cum se prezintă.

1.4.6.1. *Indicele asimetriei după* K. Pearson

Raportînd diferența dintre media aritmetică $\bar{x}$ și valoarea modală M_0 la abaterea standard obținem coeficientul lui Pearson care ne dă posibilitatea să măsurăm simetria unei distribuții

$$A_s = \frac{\bar{x} - M_0}{s} \tag{1.79}$$

Cînd $\bar{x} > M_0$ avem asimetrie de stînga iar $A_s > 0$ (asimetrie pozitivă).

Cînd $\bar{x} < M_0$ avem simetrie de dreapta iar $A_s < 0$ (asimetrie negativă).

Cînd $\bar{x} = M_0$ distribuția este simetrică iar $A_s = 0$.

Graficul din fig. 1.4. ilustrează cele 2 cazuri de asimetrie.

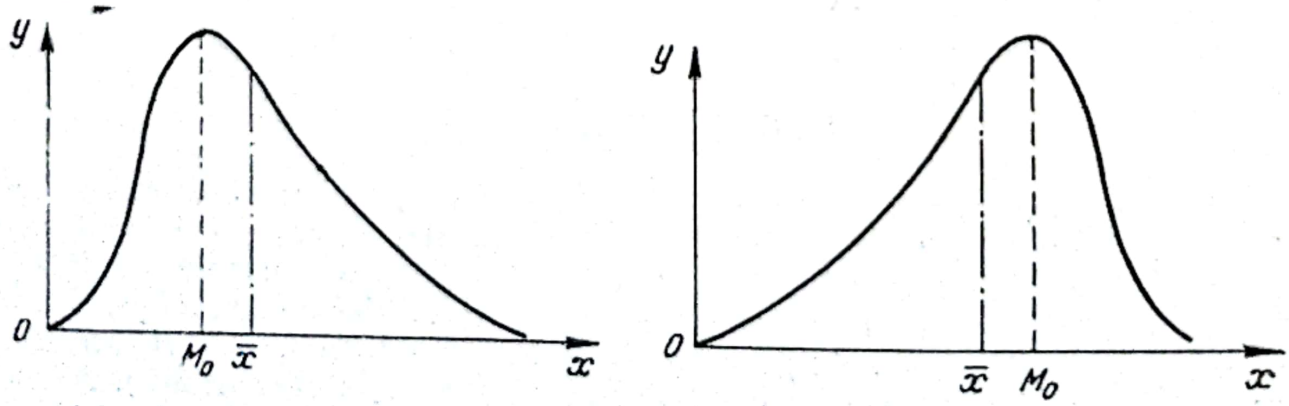
Exemplul 1.20. Să vedem dacă distribuția greutății știuleților la Minhybrid 511 este sau nu simetrică. $\bar{x} = 300{,}1\ g$, $M_0 = 300{,}44\ g.$, $s = 16{,}42\ g$.

$$A_s = \frac{300{,}1 - 300{,}44}{16{,}42} = 0{,}0207$$

Studiul asimetriei se poate face și cu ajutorul altor coeficienți ai lui Pearson care sînt definiți prin următoarele formule:

$$\beta_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3} \tag{1.80}$$

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} \tag{1.81}$$



1.4 — Asimetria de stînga și asimetria de dreapta (după Erna Weber, 1961)

în care m_2, m_3 și m_4 sînt momentele de gradul 2, 3 și 4. Acești coeficienți sînt totdeauna pozitivi. Într-o distribuție care coincide cu distribuția normală $\beta_1 = 0$ iar $\beta_2 = 3$.

1.4.6.2. *Indicele asimetriei după* Johannsen

Cel mai frecvent se folosește la calculul asimetriei formula lui Johannsen care se bazează pe momentul centrat de gradul al 3-lea (formula 1.64) în relație cu abaterea standard la puterea a 3-a:

$$A_s = \frac{\Sigma f(x - \bar{x})^3}{n \cdot s^3} \tag{1.82}$$

În cazul distribuției simetrice m_3 fiind egal cu 0, A_s este de asemenea egal cu 0. Raportul $m_3 : s^3$ sau $m_3 : \sqrt{m_2^3}$ reprezintă măsura relativă a asimetriei.

1.4.7. Indicele excesului

O altă caracteristică a formei unei curbe de variație este boltirea. În cercetările biologice se întîlnesc adesea curbe care se abat în ceea ce privește boltirea, de la curba normală (curba mezokurtică), unele fiind ascuțite — leptokurtice — altele turtite — platikurtice. Vorbim în acest caz de *exces*. Pentru definirea excesului se folosește momentul centrat de gradul al 4-lea (formula 1.65) în relație cu abaterea standard la puterea a 4-a. Într-o repartiție normală excesul $E = 0$, dacă E este definit prin:

$$E = \frac{m_4}{s^4} - 3 = \frac{\Sigma f(x - \bar{x})^4}{n \cdot s^4} - 3$$

Cu aceasta este dată și formula excesului care este:

$$E = \frac{\Sigma f(x - \bar{x})^4}{n \cdot s^4} - 3 \tag{1.83}$$

Excesul este repezentat printr-un număr abstract. Dacă $E > 0$ distribuția prezintă un exces pozitiv, adică este leptokurtică. Dacă $E <$ o distribuția prezintă un exces negativ, adică este platikurtică.

Exemplul 1.21. Să se calculeze indicele asimetriei și indicele excesului la distribuția de frecvențe reprezentînd conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151 (intervalul de clasă $i = 1$) (Tabelul 1.18).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 1.18: Calculul asimetriei A_s și excesului E la distribuția de frecvențe reprezentînd conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151 ($i = 1$)

x	f	$x-A$ sau a	$f(x-A)$ sau fa	$f(x-A)^2$ sau fa^2	$f(x-A)^3$ sau fa^3	$f(x-A)^4$ sau fa^4
20	1	—7	— 7	49	— 343	2401
21	4	—6	— 24	144	— 864	5184
22	9	—5	— 45	225	—1125	5625
23	21	—4	— 84	336	—1344	5376
24	33	—3	— 99	297	— 891	2673
25	50	—2	—100	200	— 400	800
26	72	—1	—72 —431	72	—72 —5039	72
$A=27$	108	0	—	—	—	—
28	83	1	83	83	83	83
29	52	2	104	208	416	832
30	34	3	102	306	918	2754
31	19	4	76	304	1216	4864
32	11	5	55	275	1375	6875
33	3	6	18 438	108	648 4656	3888
	500		$\Sigma fa = 7$	$\Sigma fa^2 = 2607$	$\Sigma fa^3 = -383$	$\Sigma fa^4 = 41427$

$$m_1' = \frac{\Sigma f(x-A)}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa}{n} = \frac{7}{500} = 0{,}014$$

$$m_2' = \frac{\Sigma f(x-A)^2}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^2}{n} = \frac{2607}{500} = 5{,}214$$

$$m_3' = \frac{\Sigma f(x-A)^3}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^3}{n} = \frac{-383}{500} = -0{,}766$$

$$m_4' = \frac{\Sigma f(x-A)^4}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^4}{n} = \frac{41\,427}{500} = 82{,}854$$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fa}{n} = A + m_1' = 27 + 0{,}014 = 27{,}014\%$$

$$m_2 = m_2' - (m_1')^2 = 5{,}214 - (0{,}014)^2 = 5{,}214$$

$$s^2 \approx m_2; \quad s^2 = 5{,}214; \quad s = \sqrt{5{,}214} = 2{,}283$$

$$s^2 \text{ (corectat)} = s^2 - \frac{1}{12} i^2$$

$$s^2 \text{ (corectat)} = 5{,}214 - 0{,}0833 = 5{,}131$$

$$s \text{ (corectat)} = \sqrt{5{,}214 - 0{,}0833} = \sqrt{5{,}131} = 2{,}265$$

$$m_3 = m_3' - 3m_1'm_2' + 2(m_1')^3$$

$$m_3 = -0{,}766 - 3 \cdot 0{,}014 \cdot 5{,}214 + 2(0{,}014)^3 = -0{,}985$$

$$A_s = \frac{\Sigma f(x-\bar{x})^3}{n \cdot s^3} = \frac{-0{,}985}{2{,}283^3} = -0{,}0828$$

Scanned with OKEN Scanner

Ținînd seama de s (corectat) avem:

$$A_s = \frac{-0{,}985}{2{,}265^3} = -0{,}0848$$

Distribuția reprezentînd conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151 prezintă o ușoară asimetrie de dreapta (negativă).

Semnificația indicelui de asimetrie se examinează comparîndu-l cu eroarea s_{A_s} a acestuia. Varianța asimetriei $s^2_{A_s} = \frac{6}{n+3}$ iar eroarea acesteia $s_{A_s} = \sqrt{\frac{6}{n+3}}$. Indicele asimetriei este considerat semnificativ (granița de semnificație 5%) atunci cînd depășește de două ori eroarea sa. În cazul nostru avem:

$$s_{A_s} \frac{5}{500+3} = 0{,}109$$

Indicele de asimetrie A_s fiind mai mic decît eroarea sa este nesemnificativ.

Pentru calculul excesului E este necesar să cunoaștem valoarea momentului centrat de gradul al 4-lea.

$$m_4 = m'_4 - 4m'_1m'_3 + 6(m'_1)^2 m'_2 - 3(m'_1)^4$$

$$m_4 = 82{,}854 - 4 \cdot 0{,}014 \cdot (-0{,}766) + 6 \cdot 0{,}014^2 \cdot 5{,}214 - 3 \cdot 0{,}014^4 = 82{,}903$$

$$E = \frac{82{,}903}{2{,}283^4} - 3 = 0{,}0517$$

Aplicînd corecția Sheppard obținem:

$$m_4 \text{ (corectat)} = m_4 - \frac{1}{2} m_2 + \frac{7}{240}$$

$$m_4 \text{ (corectat)} = 82{,}854 - \frac{1}{2} \cdot 5{,}214 + 0{,}0292 = 80{,}2762$$

$$E = \frac{80{,}2762}{2{,}265^4} - 3 = 0{,}0501$$

Distribuția prezintă un exces pozitiv

Varianța excesului $s^2_E = \frac{24}{n+5}$ iar eroarea acestuia $s_E = \sqrt{\frac{24}{n+5}}$.

Excesul este semnificativ (granița de semnificație = 5%) atunci cînd este de două ori mai mare decît eroarea sa. În exemplul nostru avem:

$$s_E = \sqrt{\frac{24}{500+5}} = 0{,}218$$

Indicele excesului fiind mai mic decît eroarea sa este nesemnificativ.

Exemplul 1.22. Să se calculeze asimetria și excesul prin metoda momentelor la distribuția greutății știuleților la Minhybrid 511 (intervalul de clasă $i \neq 1$) (Tabelul 1.19).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 1.19: Calculul asimetriei A_s și excesului E la distribuția greutății știuleților la Minhybrid 511 ($i \neq 1$)

x	f	$\frac{x-A}{i}$ sau a	$f\left(\frac{x-A}{i}\right)$ sau fa		$f\left(\frac{x-A}{i}\right)^2$ sau fa^2	$f\left(\frac{x-A}{i}\right)^3$ sau fa^3		$f\left(\frac{x-A}{i}\right)^4$ sau fa^4
1	2	3	4		5	6		7
240	1	—6	— 6		36	—216		1296
250	2	—5	—10		50	—250		1250
260	4	—4	—16		64	—256		1024
270	13	—3	—39		117	—351		1053
280	21	—2	—42		84	—168		336
290	57	—1	—57	—170	57	— 57	—1298	57
A=300	100	0	—		—	—		—
310	64	1	64		64	64		64
320	20	2	40		80	160		320
330	8	3	24		72	216		648
340	6	4	24		96	384		1536
350	3	5	15		75	375		1875
360	1	6	6	173	36	216	1415	1296
	n=300		Σfa=3		Σfa^2=831	Σfa^3=117		Σfa^4=10755

$$m_1' = \frac{\Sigma f\left(\frac{x-A}{i}\right)}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa}{n} = \frac{3}{300} = 0{,}01$$

$$m_2' = \frac{\Sigma f\left(\frac{x-A}{i}\right)^2}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^2}{n} = \frac{831}{300} = 2{,}77$$

$$m_3' = \frac{\Sigma f\left(\frac{x-A}{i}\right)^3}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^3}{n} = \frac{117}{300} = 0{,}39$$

$$m_4' = \frac{\Sigma f\left(\frac{x-A}{i}\right)^4}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{\Sigma fa^4}{n} = \frac{10\,755}{300} = 35{,}85$$

$$\bar{x} = A + i\frac{\Sigma fa}{n} = A + i \cdot m_1' = 300 + 10 \cdot 0{,}01 = 300{,}1 \text{ g}$$

$$s^2 = i^2[m_2' - (m_1')^2]$$

$$s^2 = 10^2\ (2{,}77 - 0{,}01^2) = 10^2 \cdot 2{,}77 = 277 \text{ g}$$

$$s = 10\sqrt{2{,}77} = 10 \cdot 1{,}664 = 16 \cdot 64 \text{ g}$$

$$s^2(\text{corectat}) = s^2 - \frac{1}{12}i^2 = 277 - \frac{100}{12} = 268{,}67 \text{ g}$$

$$s(\text{corectat}) = \sqrt{268{,}67} = 16{,}39 \text{ g}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece asimetria este reprezentată printr-un număr abstract nu se ține seama de mărimea clasei la calculul acesteia. Se aplică totuși corecția Sheppard pentru intervalul de clasă $i = 1$ la calculul lui s^2 respectiv s:

$$s^2 \text{ (corectat)} = 2{,}77 - 0{,}0833 = 2{,}6867$$

$$s \text{ (corectat)} = \sqrt{2{,}6867} = 1{,}6391$$

$$s^3 \text{ (corectat)} = 4{,}4038$$

$$s^4 \text{ (corectat)} = 7{,}2183$$

$$m_3 = m_3' - 3m_1'm_2' + 2(m_1')^3$$

$$m_3 = 0{,}39 - 3 \cdot 0{,}01 \cdot 2{,}77 + 2(0{,}01)^3 = 0{,}3069$$

$$A_s = \frac{0{,}3069}{4{,}4038} = 0{,}0703$$

$$s_{A_s} = \sqrt{\frac{6}{n+3}} = \sqrt{\frac{6}{300+3}} = 0{,}14$$

Se constată o ușoară asimetrie de stînga (pozitivă) care este nesemnificativă.

$$m_4 = m_4' - 4m_1'm_3' + 6(m_1')^2 m_2' - 3(m_1')^4$$

$$m_4 = 35{,}85 - 4 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}39 + 6(0{,}01)^2 \cdot 2{,}77 - 3(0{,}01)^4 = 35{,}8361$$

$$m_4 \text{ (corectat)} = m_4 - \frac{1}{2} m_2 + \frac{7}{240}$$

$$m_4 \text{ (corectat)} = 35{,}8361 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}77 + 0{,}0292 = 34{,}4803$$

$$E = \frac{34{,}4803}{7{,}2183} - 3 = 1{,}78$$

$$s_E = \sqrt{\frac{24}{n+5}} = \sqrt{\frac{24}{305}} = 0{,}28$$

Distribuția prezintă un exces pozitiv (curba este ascuțită) care este semnificativ.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 2

Distribuții teoretice

2.1. Despre probabilitate

Probabilitatea unui eveniment este raportul dintre numărul de cazuri favorabile ale unui eveniment și numărul total de cazuri posibile, cu condiția ca toate cazurile să aibă șanse egale de realizare. Notînd cu n numărul de cazuri favorabile și cu N numărul de cazuri posibile probabilitatea P a unui eveniment este:

$$P = \frac{n}{N} \tag{2.1}$$

Dacă aruncăm un zar ale cărui fețe sînt notate de la 1 pînă la 6, probabilitatea ca o anumită față să apară este de $\frac{1}{6}$ sau 0,16 sau 16%. Probabilitatea de apariție a uneia din cele 6 fețe indiferent care, este egală cu suma probabilităților individuale adică $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=6\cdot\frac{1}{6}=1$ sau 100%. În cazul unui octaedru cu 8 fețe probabilitatea de apariție a unei anumite fețe este $\frac{1}{8}$ iar probabilitatea de apariție a oricărei din cele 8 fețe este $8\cdot\frac{1}{8}=1$ sau 100%. Rezultă că suma probabilităților individuale este egală cu 1. Deoarece numărul cazurilor favorabile este întotdeauna mai mic sau cel mult egal cu numărul cazurilor posibile, probabilitatea este un număr pozitiv cuprins între 0 și 1 inclusiv aceste valori. Cînd probabilitatea este egală cu 1 evenimentul este sigur, deoarece numărul cazurilor favorabile este egal cu al celor posibile. De exemplu, probabilitatea de a extrage o bilă albă dintr-o urnă care are 25 bile albe este $\frac{25}{25}=1$. Cînd probabilitatea este egală cu 0 producerea evenimentului este imposibilă, deoarece nu avem cazuri favorabile. De ex. probabilitatea de a extrage o bilă neagră dintr-o urnă cu 25 bile albe este egală cu 0. Dacă avem un sistem de 2 evenimente — E și E' — care se exclud reciproc, numite evenimente contrare, și însemnăm cu $P(E)=p$ probabilitatea de realizare a evenimentului E și cu $P(E')=q$ nerealizarea acestui eveniment, adică probabilitatea de realizare a evenimentului contrar E', și ne propunem să calculăm pe q observăm că numărul de cazuri favorabile pentru evenimentul E' este egal cu cel al cazurilor nefavorabile pentru E adică $N-n$ iar numărul de cazuri posibile este tot N. Deci

$$q = \frac{N-n}{N} \tag{2.2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Ținînd seama de relația (2.1) avem:

$$p + q = \frac{n}{N} + \frac{N - n}{N} = \frac{N}{N} = 1 \tag{2.3}$$

De unde

$$q = 1 - p \tag{2.4}$$

iar

$$p = 1 - q \tag{2.5}$$

Dacă evenimentul E reprezintă extragerea unei bile albe iar evenimentul E' extragerea unei bile negre și dacă în urnă se găsesc 25 bile albe și 25 bile negre vom avea:

$$p + q = \frac{25 + 25}{50} = 1$$

Suma probabilităților unui eveniment și a evenimentului contrar este egal cu 1 (certitudinea).

Calculul probabilităților constituie în prezent una din cele mai moderne discipline matematice cu numeroase aplicații în științele naturii și ale tehnicii moderne. La baza calculului probabilităților stau principiile materialismului dialectic, legile probabilităților avînd un caracter obiectiv, necesar și general.

Contribuții de seamă la dezvoltarea teoriei probabilităților au adus, în țara noastră, O. Onicescu și Gh. Mihoc.

2.2. Distribuția binomială

2.2.1. Caracterizare

Cazul cel mai simplu de distribuție binomială îl reprezintă aruncarea unei monede în care unul din evenimente de exemplu „stema" poate să apară sau nu. Probabilitatea pentru ambele evenimente „stema" și „banul" este $\frac{1}{2}$ sau 50% $\left(p = \frac{1}{2},\ q = \frac{1}{2}\right)$ așa că această distribuție poate fi reprezentată prin binomul $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$. Dacă aruncăm simultan 2 monede sînt posibile următoarele 4 combinații de evenimente:

Moneda 1	Moneda 2
Stema	Stema
Stema	Banul
Banul	Stema
Banul	Banul

Probabilitatea este de $\frac{1}{4}$ pentru fiecare din cele 4 combinații. Aruncînd 3 monede sînt posibile 8 combinații de evenimente și anume :

Moneda 1	Moneda 2	Moneda 3
Stema	Stema	Stema
Stema	Stema	Banul
Stema	Banul	Stema
Stema	Banul	Banul
Banul	Stema	Stema
Banul	Stema	Banul
Banul	Banul	Stema
Banul	Banul	Banul

Probabilitatea este de $\frac{1}{8}$ pentru fiecare din cele 8 combinații. Dacă aruncăm 4 monede obținem 16 combinații, fiecare cu o probabilitate de $\frac{1}{16}$. Numărul combinațiilor pentru aruncarea cu 5, 6 monede sînt 32, 64 iar probabilitățile sînt $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$. Grupînd combinațiile cu aceeași valoare în joc, obținem datele din tabelul 2.1.

TABELUL 2.1: Probabilitatea în cazul aruncării cu 1-6 monede

Nr. stemelor	Probabilitatea la aruncarea cu					
	1 monedă	2 monede	3 monede	4 monede	5 monede	6 monede
0	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64
1	1/2	2/4	3/8	4/16	5/32	6/64
2		1/4	3/8	6/16	10/32	15/64
3			1/8	4/16	10/32	20/64
4				1/16	5/32	15/64
5					1/32	6/64
6						1/64
Σ	2/2=1	4/4=1	8/8=1	16/16=1	32/32=1	64/64=1

Dacă luăm în considerare numărătorii de la probabilitățile din tabelul 2.1 vedem că ei reprezintă coeficienții rezultați din dezvoltarea binomului $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$ cu exponenți din ce în ce mai mari în are exponenții corespund cu numărul monedelor aruncate. Dacă dezvoltăm binomul $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^n$ dînd lui n

valorile 1, 2, 3, 4 etc. obținem următorii *coeficienți binomiali* care formează așa numitul triunghi al lui Pascal.

$n = 0$					1					$1 = 2^0$
$n = 1$				1		1				$2 = 2^1$
$n = 2$			1		2		1			$4 = 2^2$
$n = 3$		1		3		3		1		$8 = 2^3$
$n = 4$	1		4		6		4		1	$16 = 2^4$
$n = 5$		1		5		10		5		1	$32 = 2^5$
$n = 6$			1		6		15		20		15		6		1	$64 = 2^6$
$n = 7$				1		7		21		35		35		21		7		1	$128 = 2^7$
$n = 8$	1		8		28		56		70		56		28		8		1	$256 = 2^8$

Triunghiul cu coeficienți prezintă următoarele particularități:

a) Ordonarea termenilor este perfect simetrică

b) Fiecare rînd începe cu 1 și se termină cu 1

c) Dacă exponentul este un număr par întîlnim un singur termen cu valoarea maximă, iar dacă exponentul este un număr impar avem doi termeni cu valoarea maximă.

d) Rîndurile oblice vecine cu primul și ultimul rînd sînt formate din numerele 1, 2, 3, 4, 5 etc.

e) Numerele din fiecare rînd reprezintă suma numerelor vecine din rîndul superior de ex.:

$0 + 1$	$1 + 6$	$6 + 15$	$15 + 20$	$20 + 15$	$15 + 6$	$6 + 1$	$1 + 0$
$= 1$	$= 7$	$= 21$	$= 35$	$= 35$	$= 21$	$= 7$	$= 1$

f) Numărul termenilor din fiecare rînd este totdeauna egal cu $n + 1$ iar suma lor este egală cu 2^n

Distribuțiile care urmează schema de mai sus se numesc distribuții binoi miale (distribuții binomice sau ale lui Bernoulli după numele lui *James Bernoulli* care a formulat această distribuție în lucrarea sa Ars Conjectand în 1713).

Cînd avem de a face cu exponenți mari, calculul coeficienților binomiali prin dezvoltarea binomului $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^n$ este greoi. În acest caz folosim formula următoare:

$$\left(\frac{n}{x}\right) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \qquad (2.6)$$

în care:

x reprezintă clasa. Înlocuind pe x din formula de mai sus cu valorile de la 0 pînă la n obținem coeficienții binomului $(p+q)^n$ luînd în considerare că $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$.

Exemplul 2.1. Să se calculeze coeficienții binomului $(p+q)^{10}$ $(p = q = \frac{1}{2}$, $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$.

$$\binom{10}{0} = 1$$

$$\binom{10}{1} = \frac{10!}{1!\,(9)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1\,(9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,(8)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1\,(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{90}{2} = 45$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!\,(7)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1\,(7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{720}{6} = 120$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!\,(6)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1\,(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{5040}{24} = 210$$

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,(5)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1\,(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{30240}{120} = 252$$

Ținînd seama că triunghiul lui Pascal este simetric, calculul celorlalți coeficienți nu mai este necesar deoarece:

$$\binom{10}{6} = \binom{10}{4} = 210 \qquad \binom{10}{9} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\binom{10}{7} = \binom{10}{3} = 120 \qquad \binom{10}{10} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$$

Domeniul cel mai important al aplicării legii binomiale este cel al variației alternative de exemplu apariția unei însușiri sau absența acesteia în cazul segregării mendeliene, apariția unui sex sau a sexului opus etc. În general legea binomială apare în studiul seriilor unde se observă prezența sau absența unei însușiri.

Scanned with OKEN Scanner

2.2.2. Probabilitatea în cazul distribuției binomiale

Probabilitatea în cazul unei distribuții binomiale de tipul $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^n$ $\left(p=\frac{1}{2}, q=\frac{1}{2}\right)$ se calculează cu ajutorul formulei

$$P_{n.x}=\binom{n}{x}p^n \tag{2.7}$$

în care

$P_{n.x}$ este probabilitatea clasei x.

Ținînd seama că $p=\frac{1}{2}$ vom avea:

$$P_{n.x}=\binom{n}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^n=\binom{n}{x}\frac{1}{2^n} \tag{2.8}$$

Factorul $\frac{1}{2^n}$ reprezintă probabilitatea individuală. De exemplu, în cazul unei distribuții după binomul $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^{10}$ probabilitatea individuală este

$$\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2^{10}}=\frac{1}{1\,024}$$

Înmulțind coeficienții binomiali cu probabilitatea individuală obținem probabilitățile pentru clasele 1, 2, 3, 4... Astfel în cazul unei distribuții după binomul $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^{10}$ probabilitățile pentru clasele 0—10 sînt următoarele:

$$\frac{1}{1024}, \frac{10}{1024}, \frac{45}{1024}, \frac{120}{1024}, \frac{210}{1024}, \frac{252}{1024}, \frac{210}{1024}, \frac{120}{1024}, \frac{45}{1024}, \frac{10}{1024}, \frac{1}{1024}$$

sau exprimate în procente

0,09, 0,98, 4,39, 11,72, 20,51, 24,61, 20,51, 11,72, 4,39, 0,98, 0,09.

În cazul cînd $p \neq q$ probabilitatea se calculează cu ajutorul formulei următoare:

$$P_{n.x}=\binom{n}{x}p^x(1-q)^{n-x}=\binom{n}{x}p^xq^{n-x} \tag{2.9}$$

care este și formula distribuției binomiale.

Exemplul 2.2. Probabilitatea ca din $n = 6$ descendenți ai unei vaci, $x = 2$ descendenți să fie viței este următoarea, dacă p este probabilitatea nașterii unui vițel iar q a unei vițele.

$$P_{6\cdot 2} = \binom{6}{2} p^2 q^4$$

Exemplul 2.3. Să se calculeze probabilitățile pentru distribuția binomială de tipul $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)^4$ $\left(p = \frac{3}{4},\quad q = \frac{1}{4},\ n = 4,\ x = 1, 2, 3, 4\right)$.

$$P_{4\cdot 0} = \binom{4}{0}\left(\frac{3}{4}\right)^0\left(\frac{1}{4}\right)^4 = 1 \cdot \frac{1}{256} = \frac{1}{256} = 0{,}39\%$$

$$P_{4\cdot 1} = \binom{4}{1}\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^3 = 4 \cdot \frac{3}{256} = \frac{12}{256} = 4{,}69\%$$

$$P_{4\cdot 2} = \binom{4}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 6 \cdot \frac{9}{256} = \frac{54}{256} = 21{,}09\%$$

$$P_{4\cdot 3} = \binom{4}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1 = 4 \cdot \frac{27}{256} = \frac{108}{256} = 42{,}19\%$$

$$P_{4\cdot 4} = \binom{4}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1 \cdot \frac{81}{256} = \frac{81}{256} = 31{,}64\%$$

2.2.3. Reprezentarea grafică a distribuției binomiale

Orice distribuție binomială reprezentată grafic formează un poligon în formă de trepte (histogramă). Acest poligon se obține notînd pe axa absciselor la distanțe egale clasele x, apoi construind pentru fiecare segment obținut un dreptunghi cu înălțimea corespunzătoare probabilității care se exprimă fie în numere fracționare (frecvența absolută), fie în procente (frecvența relativă). În fig. 2.1 prezentăm histograma distribuției binomiale de tipul $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^{10}$. Cînd $p = q = \frac{1}{2}$ distribuția binomială este simetrică. Cînd $p \neq q$ distribuția este asimetrică. Asimetria este cu atît mai mare cu cît valorile lui p și q se abat mai mult una de alta, totuși la valori mari ale lui n asimetria dispare. În fig. 2.2 prezentăm diagramele unei distribuții binomiale de tipul $(p + q)^{20}$ în care p și q au valori diferite. Se vede că asimetria este cu atît mai evidentă cu cît diferența dintre p și q este mai mare.

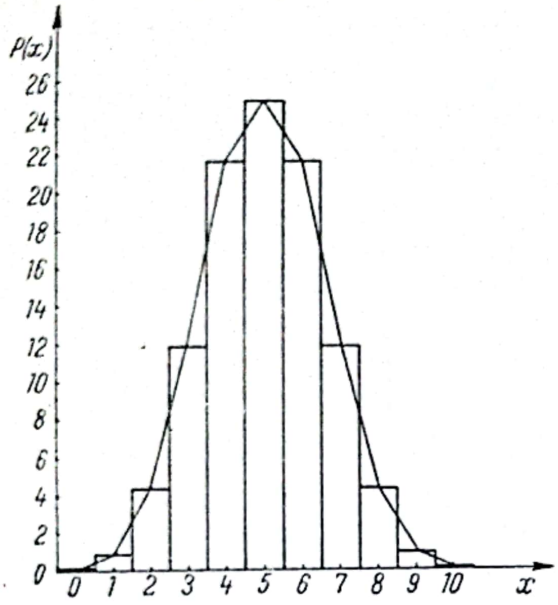


Fig. 2.1 — Reprezentarea grafică a distribuției binomiale de tipul $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^{10}$.

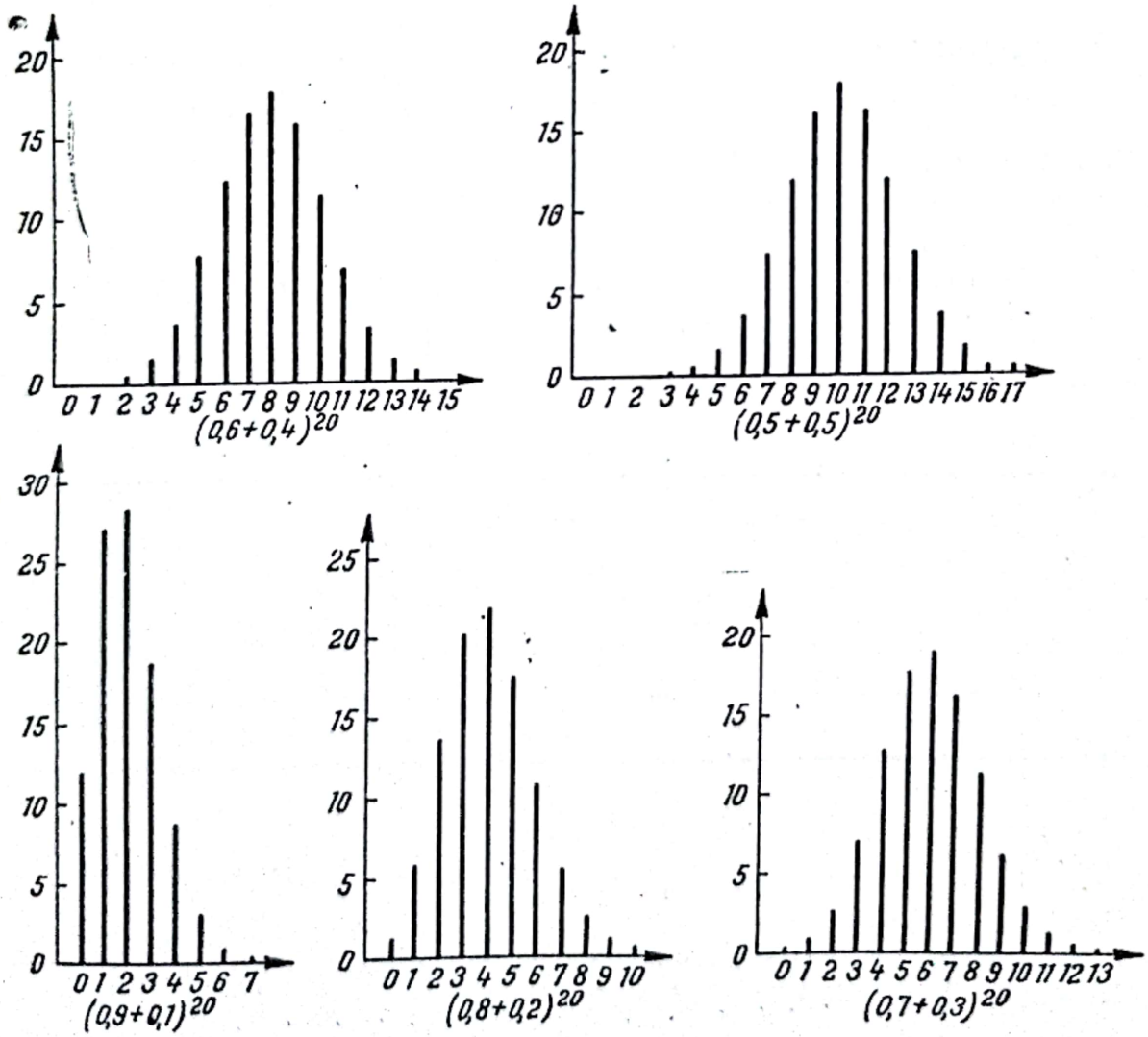


Fig. 2.2 — Diagramele unei distribuții binomiale de tipul $(p+q)^{20}$ în care $p \neq q$ (după Erna Weber, 1961)

2.2.4. Media aritmetică, abaterea medie patratică și abaterea standard în cazul distribuției binomiale

Media aritmetică μ, abaterea medie patratică σ^2 și abaterea standard σ în cazul distribuției binomiale reprezintă parametri. Ei se calculează cu ajutorul formulelor (1.3), (1.27) și (1.28) pe care le reproducem mai jos:

$$\mu = \frac{\Sigma fx}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}}{n} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{n}}{n}}$$

Formula pentru calculul variantei și formula pentru calculul abaterii standard se deosebesc de formulele (1.27) și (1.28) prin aceea că suma patratelor abaterilor nu se împarte la n — 1 ci la n, deoarece în cazul de față fiind vorba de o distribuție teoretică toate valorile individuale sînt liber variabile.

Exemplul 2.4. Să se calculeze media aritmetică μ, varianța σ^2 și abaterea standard σ a unei distribuții binomiale de formă $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^6$. Pentru a lucra cu numere întregi să considerăm pe $n = 6.2^n$ în care exponentul $n = 6$ adică 384. Desfășurarea calculului este redată în tabelul 2.2.

TABELUL 2.2: Calculul mediei aritmetice μ, a varianței σ^2 și a abaterii standard σ în cazul unei distribuții binomiale de forma $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^6$

x	x^2	f	fx	fx^2
0	0	6	0	0
1	1	36	36	36
2	4	90	180	360
3	9	120	360	1080
4	16	90	360	1440
5	25	36	180	900
6	36	6	36	216
		$n = 384$	$\Sigma fx = 1152$	$\Sigma fx^2 = 4032$

$$\mu = \frac{1\,152}{384} = 3 \qquad \sigma^2 = \frac{4032 - \frac{(1152)^2}{384}}{384} = 1{,}5 \qquad \sigma = \sqrt{1{,}5} = 1{,}225$$

Parametrii distribuției binomiale se calculează mult mai ușor cu ajutorul formulelor (2.10), (2.11) și (2.12) a căror deducții le redăm mai jos:

Scanned with OKEN Scanner

Media aritmetică. Valoarea medie μ a unei populații statistice este suma produselor dintre numărul evenimentelor x și probabilitățile corespunzătoare. În cazul distribuției binomiale avem:

$$\mu = \sum_{x=0}^{n} x \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Dînd lui x valorile 0, 1 ..... n și scoțînd pe np înaintea semnului însumării obținem:

$$\mu = np(p+q)^{n-1} = np \qquad (2.10)$$

Abaterea medie patratică. Momentul ordinar de gradul al 2-lea m_2' este:

$$m_2' = \sum_{x=0}^{n} x^2 \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = n(n-1)\,p^2 + np$$

Pentru a obține momentul centrat de gradul al 2-lea m_2 trebuie să scădem pe $(np)^2$ din m_2':

$$m_2 = n^2p^2 - np^2 + np - n^2p^2$$

$$m_2 = np(1-p) = npq$$

Știm că momentul centrat de gradul al 2-lea m_2 este egal cu varianța σ^2, $m_2 = \sigma^2$ deci:

$$\sigma^2 = npq \qquad (2.11) \qquad\qquad \sigma = \sqrt{npq} \qquad (2.12)$$

Aplicînd formulele de mai sus la calculul parametrilor distribuției $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^6$ găsim:

$$\mu = 6 \cdot 0{,}5 = 3$$

$$\sigma^2 = 6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 1{,}5$$

$$\sigma = \sqrt{1{,}5} = 1{,}225$$

Pentru exprimarea parametrilor în frecvențe relative se folosesc următoarele formule:

$$\mu = p \qquad (2.13)$$

$$\sigma^2 = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{pq}{n} \qquad (2.14)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{pq}{n}} \qquad (2.15)$$

Referindu-ne la același exemplu găsim:

$$\mu = 0{,}5 = 50\%$$

$$\sigma^2 = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{6} = 0{,}0417 = 4{,}17\%$$

$$\sigma = \sqrt{0{,}0417} = 0{,}2042 = 20{,}42\%$$

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2.5. Să se calculeze parametrii unei distribuții binomiale de forma $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)^4$ Desfășurarea calculului se vede în tabelul 2.3

TABELUL 2.3: Calculul parametrilor în cazul unei distribuții binomiale de forma $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)^4$

x	x^2	f	fx	fx^2
0	0	1	0	0
1	1	12	12	12
2	4	54	108	216
3	9	108	324	972
4	16	81	324	1296
		$n = 256$	$\Sigma fx = 768$	$\Sigma fx^2 = 2496$

$$\mu = \frac{768}{256} = 3;\ \sigma^2 = \frac{2496 - \frac{(768)^2}{256}}{256} = 0{,}75;\quad \sigma = \sqrt{0{,}75} = 0{,}866$$

La aceleași rezultate ajungem prin aplicarea formulelor (2.10), (2.11) și (2.12).

$$\mu = 4 \cdot 0{,}75 = 3$$
$$\sigma^2 = 4 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}25 = 0{,}75$$
$$\sigma = \sqrt{0{,}75} = 0{,}866$$

sau exprimînd parametrii în frecvențe relative:

$$\mu = 0{,}75 = 75\%$$
$$\sigma^2 = \frac{0{,}75 \cdot 0{,}25}{4} = 0{,}0469 = 4{,}69\%$$
$$\sigma = \sqrt{0{,}0469} = 0{,}2165 = 21{,}65\%$$

Formulele de calcul ale *momentelor ordinare* pentru legea binomială sînt următoarele:

$$m_1' = np \tag{2.16}$$
$$m_2' = n^2p^2 + npq \tag{2.17}$$
$$m_3' = n^3p^3 + 3n^2p^2q + npq(1 - 2p) \tag{2.18}$$
$$m_4' = n^4p^4 + 6n^3p^3q + n^2p^2(7 - 18p + 11p^2) + np(1 - 7p + 12p^2 - 6p^3) \tag{2.19}$$

Scanned with OKEN Scanner

Formulele pentru calculul *momentelor centrate* sînt:

$$m_1 = 0 \tag{2.20}$$

$$m_2 = npq \tag{2.21}$$

$$m_3 = npq\ (q - p) \tag{2.22}$$

$$m_4 = 3n^2p^2q^2 + npq(1 - 6pq) \tag{2.23}$$

Formulele pentru calculul *coeficienților lui Pearson*:

$$\beta_1 = \frac{(q+p)^2}{npq} \tag{2.24}$$

$$\beta_2 = \frac{1-6pq}{npq} + 3 \tag{2.25}$$

2.2.5. Comparația unei distribuții empirice cu distribuția binomială

Exemplul 2.6. (După E. Weber, 1961). În $n = 106$ fătări a cîte $m = 8$ purcei s-a constatat că frecvența fătărilor corespunzătoare diferitelor rapoarturi dintre sexe este cea din tabelul 2.4 coloana 5. Să se compare distribuția acestor frecvențe cu distribuția binomială.

TABELUL 2.4: Comparația unei distribuții empirice cu distribuția binomială

Sexul ♂ x	Sexul ♀	Numărul de fătări f	fx	$P_{n.x}.106$
0	8	0	0	0,299
1	7	5	5	2,589
2	6	9	18	9,815
3	5	22	66	21,267
4	4	25	100	28,799
5	3	26	130	24,959
6	2	14	84	13,520
7	1	4	28	4,185
8	0	1	8	0,567
		$n = 106$	$\Sigma fx = 439$	106,000

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{439}{100} = 4,14$$

$$\bar{x} = np$$

$$p = \frac{\bar{x}}{n}$$

$$p = \frac{4,14}{8} = 0,52$$

$$q = 1 - p = 0,48$$

Pentru a obține distribuția teoretică trebuie să dezvoltăm binomul $(p+q)^8$ adică $(0{,}52+0{,}48)^8$:

$$(p+q)^8 = p^8 + \binom{8}{1}p^7q + \binom{8}{2}p^6q^2 + \binom{8}{3}p^5q^3 + \binom{8}{4}p^4q^4 + \binom{8}{5}p^3q^5 + \binom{8}{6}p^2q^6 + \binom{8}{7}pq^7 + q^8$$

$$(0{,}52+0{,}48)^8 = 0{,}52^8 + 8\cdot 0{,}52^7\cdot 0{,}48 + 28\cdot 0{,}52^6\cdot 0{,}48^2 + 56\cdot 0{,}52^5\cdot 0{,}48^3 + 70\cdot 0{,}52^4\cdot 0{,}48^4 + 56\cdot 0{,}52^3\cdot 0{,}48^5 + 28\cdot 0{,}52^2\cdot 0{,}48^6 + 8\cdot 0{,}52\cdot 0{,}48^7 + 0{,}48^8$$

Deoarece avem 106 observații, probabilitatea pentru fiecare clasă se înmulțește cu 106. Rezultatele se văd în tabelul 2.4 col. 5. Se constată un paralelism destul de strîns între cele două distribuții. O metodă exactă pentru examinarea concordanței dintre distribuția empirică și cea binomială este cea bazată pe testul χ^2 (hi patrat) despre care vom vorbi în cap. 8.

2.3. Distribuția lui Poisson

2.3.1. Caracterizare

Distribuția lui Poisson sau distribuția evenimentelor rare reprezintă un caz special al distribuției binomiale, care se întîlnește atunci cînd probabilitatea unui eveniment este foarte mică chiar dacă numărul observațiilor este foarte mare. De exemplu apariția semințelor cu 2 embrioni, apariția de intersexe la cînepa dioică, apariția de semințe sau fructe atacate de unele boli sau dăunători etc. Altfel exprimat avem de a face cu o distribuție a evenimentelor rare atunci cînd:

$$p \to 0$$

$$q \to 1$$

$$n \to \infty$$

dar în așa măsură încît produsul np să aibă totuși o valoare finită. În această ipoteză formula probabilității în cazul distribuției lui Poisson este:

$$P_{n\cdot x} = \frac{\lambda_i^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \qquad (2.26)$$

în care:

e este baza logaritmilor neperieni 2,71828.

Distribuția lui Poisson este, ca și distribuția binomială o distribuție discretă, avînd un parametru λ care este totdeauna pozitiv. Ea este o distribuție asimetrică. Asimetria este cu atît mai mare cu cît λ este mai mic. Pe măsură ce λ crește, distribuția se apropie de cea binomială.

Probabilitățile claselor 0, 1, 2, 3, etc. în cazul distribuției lui Poisson pot fi calculate cu ajutorul formulei (2.26) Mai comodă este folosirea următoarelor formule:

$$P_{n\cdot 0} = e^{-\lambda} \tag{2.27}$$

$$P_{n\cdot x+1} = \frac{\lambda^{(x+1)} \cdot e^{-\lambda}}{(x+1)!} = \frac{\lambda \cdot \lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!\,(x+1)} = \frac{\lambda}{x+1} P_{n\cdot x} \tag{2.28}$$

2.3.2. Media aritmetică și abaterea medie patratică în cazul distribuției lui Poisson

Media aritmetică a distribuției lui Poisson este dată de expresia:

$$\sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

Seria cu termenul general $\frac{\lambda^x}{x!}$ reprezintă dezvoltarea lui $e^{-\lambda}$. Multiplicînd seria termen cu termen cu λ obținem;

$$\lambda e^{\lambda} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x+1}}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!}$$

din care urmează:

$$\sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \lambda \tag{2.29}$$

Media aritmetică este $\lambda = np$

Abaterea medie patratică. Pentru a obține varianța folosim tot seria

$$e^{\lambda} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!}$$

pe care o multiplicăm cu λ^2

$$\lambda^2 \cdot e^{\lambda} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^{x+2}}{x!} = \sum_{x=2}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x}{x!} = \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x}{x!}$$

împărțind cu e^{λ} avem:

$$\lambda^2 = \Sigma x^2 \cdot P_{n\cdot x} - \Sigma x \cdot P_{n\cdot x}$$

Scanned with OKEN Scanner

apoi:

$$\Sigma x^2 \cdot P_{n \cdot x} - \lambda^2 = \sigma^2$$

de unde:

$$\lambda^2 = \lambda^2 + \sigma^2 - \lambda$$

și din aceasta:

$$\sigma^2 = \lambda \tag{2.30}$$

Valoarea medie și varianța pot fi deduse și din valorile corespunzătoare ale distribuției binomiale. Știm că media distribuției binomiale este $\mu = np$. Știm de asemenea că în cazul distribuției lui Poisson $np = \lambda$. Rezultă că $\mu = \lambda$.

Varianța în cazul distribuției lui Poisson este $\sigma^2 = npq$. Ținînd seama că $q = 1 - p$ vom avea:

$$\sigma^2 = \lambda\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)$$

iar pentru cazul cînd n are valori mari:

$$\sigma^2 \approx \lambda$$

În cazul distribuției lui Poisson media și varianța coincid.

Abaterea standard este:

$$\sigma = \sqrt{\lambda} \tag{2.31}$$

Momentele ordinare sînt:

$$m_1' = \lambda$$
$$m_2' = \lambda + \lambda^2$$
$$m_3' = \lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3$$
$$m_4' = \lambda + 7\lambda^2 + 6\lambda^3 + \lambda^4$$

Momentele centrate au valorile:

$$m_1 = 0$$
$$m_2 = \lambda$$
$$m_3 = \lambda$$
$$m_4 = \lambda + 3\lambda^2$$

Coeficienții lui Pearson sînt:

$$\beta_1 = \frac{1}{\lambda} \qquad \beta_2 = 3 + \frac{1}{\lambda}$$

Scanned with OKEN Scanner

2.3.3. Comparația unei distribuții empirice cu distribuția lui Poisson

Exemplul 2.7. (după K.F. Zimmermann 1959). În 100 vase a cîte 1200 boabe de secară puse la germinat s-au găsit 0—6 boabe cu 2 embrioni în fiecare vas. Distribuția boabelor cu 2 embrioni este arătată în tabelul 2.5. Să vedem dacă această distribuție corespunde cu distribuția lui Poisson.

TABELUL 2.5: Comparația unei distribuții empirice cu distribuția lui Poisson

x	f	fx	$P_{n.x} \cdot 100$
1	2	3	4
0	6	0	9,26
1	24	24	22,04
2	32	64	26,23
3	18	54	20,81
4	9	36	12,38
5	6	30	5,89
6	5	30	2,34
	$n = 100$	$\Sigma fx = 238$	98,95

$$\lambda = \bar{x} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{238}{100} = 2{,}38$$

Dăm mai jos calculul frecvențelor teoretice folosind formulele (2.27) și (2.28). Pentru a putea compara frecvențele empirice cu cele teoretice este necesar ca valorile teoretice să fie înmulțite cu 100 (numărul încercărilor).

$$P_{n \cdot 0} \cdot 100 = e^{-\lambda} \cdot 100 = 2{,}71828^{-2{,}38} \cdot 100 = 9{,}26$$

pentru $x = 0$:

$$P_{n \cdot 1} = 2{,}38 \cdot P_{n \cdot 0} = 2{,}38 \cdot 9{,}26 = 22{,}04$$

pentru $x = 1$:

$$P_{n \cdot 2} = \frac{2{,}38}{2} \cdot P_{n \cdot 1} = 1{,}19 \cdot 22{,}04 = 26{,}23$$

pentru $x = 2$;

$$P_{n \cdot 3} = \frac{2{,}38}{3} \cdot P_{n \cdot 2} = 0{,}79 \cdot 26{,}23 = 20{,}81$$

ș.a.m.d.

Rezultatele se văd în tabelul 2.5 col. 4. Paralelismul dintre distribuția empirică și cea teoretică este relativ bun. Pentru a ne convinge în adevăr că distribuția boabelor cu 2 embrioni are la bază legea lui Poisson trebuie să apelăm la testul χ^2 (vezi cap. 8)

Scanned with OKEN Scanner

2.4. Distribuția normală

2.4.1. Funcția distribuției normale

Am văzut că distribuția binomială reprezentată grafic formează o histogramă. Această histogramă are un număr cu atît mai mare de coloane cu cît crește valoarea exponentului n. Dacă mărim exponentul n la ∞ coloanele devin atît de înguste încît formează o linie continuă. Histograma se transformă în curbă. Putem spune deci că distribuția binomială trece în distribuție normală atunci cînd $n \to \infty$ iar $p = q = 1/2$.

În timp ce legea binomială și legea lui Poisson sînt legi de tip discontinuu (acestor legi se supun distribuțiile discontinui, discrete) legea normală este o lege de tip continuu (acestei legi se supun distribuțiile continui, fluctuante). Dacă în cazul distribuției binomiale, unde avem un număr finit de valori, ordonatele fiecărei valori reprezintă probabilitățile respective, în cazul distribuției normale în care variabila aleatoare ia un număr infinit de valori, nu mai putem vorbi despre probabilitatea unei anumite valori, aceasta fiind extrem de mică, practic egală cu 0. În cazul distribuției normale vorbim despre densitatea de probabilitate care este dată de funcția

$$f(x) = C \cdot e^{-h^2(x-a)^2} \tag{2.32}$$

în care:

$$C = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \tag{2.33}$$

Distribuția definită de funcția (2.32) se numește distribuția normală sau distribuția lui Gauss.

Calculul mediei μ și a variantei σ^2 ale distribuției normale arată că:

$$\mu = a \tag{2.34}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2h^2} \tag{2.35}$$

Pe de altă parte $h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$. La valori mici ale lui σ curba normală este îngustă și înaltă, la valori mari este turtită și largă. Suprafața de sub curbă își păstrează totdeauna aceeași valoare adică 1 sau 100%.

Înlocuind în funcția (2.32) constantele C, a și h cu valorile din formulele (2.33), (2.34) și (2.35) obținem funcția de densitate:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{sau} \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \tag{2.36}$$

Înlocuind pe $\frac{x-\mu}{\sigma}$ cu u obținem:

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

care multiplicată cu σ ne dă funcția distribuției normate sau standardizate a lui Gauss.

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \tag{2.37}$$

Ordonatele curbei normale definite prin funcția (2.37) sînt date în tabela I din anexă pentru $u = 0$ pînă la $u = 4{,}9$. Valorile de la $u = 0$ pînă la $u = 2{,}99$ sînt gradate pînă la 0,01 iar valorile de la $u = 3 - 4{,}99$ sînt gradate pînă la 0,1. Punctul dinaintea fiecărui număr din tabel înseamnă că fiecare valoare trebuie să aibă înainte un 0 urmat de virgulă, de exemplu 39894 se va scrie 0,39894. u este măsurat în unități σ. Pentru a arăta modul de folosire a tabelei să luăm 2 exemple:

1) Să se găsească ordonata pentru $u = 0{,}39$. Se caută în coloana lui u valoarea 0,3 apoi mergem pe rîndul corespunzător acestei valori pînă la coloana 0,09 unde găsim pe $\varphi(u) = 0{,}36973$.

2) Să se caute ordonata pentru $u = -2{,}98$. Căutăm în coloana lui u valoarea 2,9 apoi mergem pe rîndul corespunzător acestei valori pînă la coloana 0,08 unde găsim pe $\varphi(u) = 0{,}00471$. Deoarece $\varphi(u) = \varphi(-u)$, ordonata pentru $u = -2{,}98$ este de asemenea 0,00471.

Distribuția normală este foarte răspîndită în natură. Ori de cîte ori o mărime este supusă unor influențe aleatoare de mică intensitate și independente unele față de altele, se demonstrează că distribuția sa se supune legii normale. Această lege se întîlnește în cazul tuturor variațiilor continui de exemplu talia și dimensiunile organismelor, greutatea și dimensiunile unor organe etc.

2.4.2. Proprietățile curbei normale

Curba normală se caracterizează prin următoarele proprietăți:

1) Este perfect simetrică față de axa y care trece prin punctul de maxim. Media μ se găsește exact la mijlocul curbei. Faptul acesta ne arată că toate valorile x de pe axa variabilei aleatoare, adică abaterile pozitive și cele negative egal depărtate de media μ, sînt la fel de probabile. Ele se grupează simetric față de medie și anume abaterile pozitive la dreapta iar cele negative la stînga. Faptul că media μ se găsește în punctul de origine 0 înseamnă că media aritmetică a tuturor observațiilor posibile are abaterea 0.

2) Are un maxim care coincide cu μ, media tuturor valorilor x și scade necontenit la stînga și la dreapta lui.

3) În apropiere de axa absciselor curba suferă o puternică deviere. Aceasta înseamnă că probabilitatea de a se ivi abateri mari este foarte redusă. Cu alte cuvinte abaterile mici sînt foarte frecvente în timp ce abaterile mari sînt puțin probabile.

4) Este asimptotă la axa absciselor. Aceasta înseamnă că orice abatere este posibilă cu toate că probabilitatea de a se produce o abatere foarte mare este extrem de redusă.

5) Are forma de clopot.

Scanned with OKEN Scanner

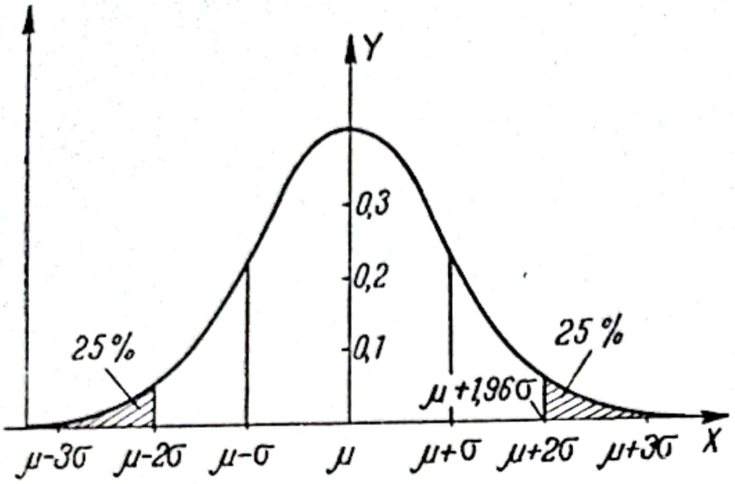


Fig. 2.3 — Curba distribuției normale

Dacă din punctele de inflexiune ale curbei coborîm perpendiculare pe axa absciselor obținem distanțele $\mu + \sigma$ și $\mu - \sigma$. Divizînd și restul axei x-lor în porțiuni egale cu $\mu + \sigma$ și $\mu - \sigma$ obținem la dreapta axei distanțele $\mu + 2\sigma$ și $\mu + 3\sigma$ iar la stînga distanțele $\mu - 2\sigma$ și $\mu - 3\sigma$ (fig. 2.3).

2.4.3. Desenarea curbei normale

Cunoscînd ordonatele curbei normale, $\varphi(u)$, pentru $0 \leqq u \leqq 4{,}9$ desenarea curbei normale se poate face ușor. Aceste ordonate se găsesc în tabela I. Curba poate fi desenată mult mai ușor — dar cu oarecare aproximație — cu ajutorul următoarelor valori:

Abscisa, u	Ordonata, y	Abscisa	Ordonata
0	y_{max}	0 cm	16 cm
$\pm 0{,}5$	$7/8 \cdot y_{max}$	$\pm$ 2 cm	14 cm
$\pm 1{,}0$	$5/8 \cdot y_{max}$	$\pm$ 4 cm	10 cm
$\pm 1{,}5$	$2{,}5/8 \cdot y_{max}$	$\pm$ 6 cm	5 cm
$\pm 2{,}0$	$1/8 \cdot y_{max}$	$\pm$ 8 cm	2 cm
$\pm 3{,}0$	$1/80 \cdot y_{max}$	$\pm$ 12 cm	0,2 cm

De exemplu luînd ca unitate de lungime pe axa absciselor $0{,}5\ u = 2$ cm și egalînd ordonata în punctul 0 cu 16 avem următoarele distanțe pe axa absciselor și următoarele ordonate

Reprezentarea se face pe hîrtie milimetrică.

2.4.4. Funcția sumelor distribuției normale

Prin integrarea formulei (2.37) obținem integrala:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \qquad (2.38)$$

care este integrala lui Gauss sau funcția sumelor distribuției normale, cu ajutorul căreia se calculează suprafața de sub curba normală. Valorile integrale $\Phi(u)$ se găsesc în tabelele II, III și IV din ar exă. Ca unitate de măsură se ia σ

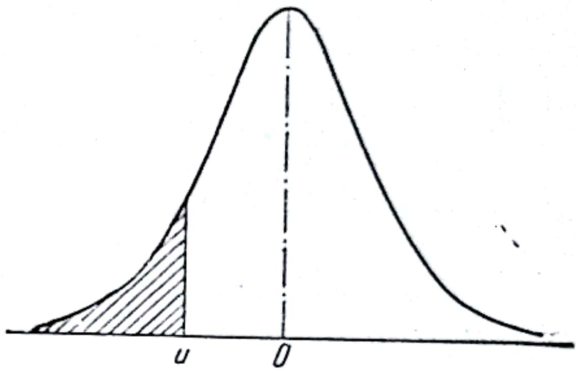


Fig. 2.4 — Explicații la tabela II (după E r n a W e b e r, 1961)

Tabela II cuprinde suprafețele de sub curba normală $\Phi(u)$ pentru $u \geqq 3{,}9$ pînă la $u \leqq 0$ (fig. 2.4). Valorile lor variază de la 0 la 0,5. Punctul dinaintea fiecărui număr înseamnă că fiecare valoare trebuie să aibă înainte un 0 urmat de virgulă de exemplu 500000 = 0,500000.

Exemple:

1) Să se găsească suprafața de sub curba normală din stînga abscisei $u = -2{,}58$. Se caută în coloana lui u valoarea —2,5 apoi mergem pe rîndul corespunzător acestei valori pînă la coloana 0,08 unde găsim suprafața $\Phi(u) = 0{,}004940$.

2) Să se găsească suprafața de sub curba normală dintre $u_1 = -2{,}58$ și $u_2 = 0$.

Pentru $u_2 = 0$ suprafața $\Phi(u_2) = 0{,}500000$
Pentru $u_1 = -2{,}58$ suprafața $\Phi(u_1) = 0{,}004940$
Suprafața căutată este: $\Phi(u_2) - \Phi(u_1) = 0{,}495060$

3) Să se găsească suprafața dintre $u_1 = -2{,}99$ și $u_2 = -1{,}70$

Pentru $u_2 = -1{,}70$ suprafața $\Phi(u_2) = 0{,}044566$
Pentru $u_1 = -2{,}99$ suprafața $\Phi(u_1) = 0{,}001395$
Suprafața căutată este $\Phi(u_2) - \Phi(u_1) = 0{,}043171$

Tabela III cuprinde suprafețele $\Phi(u)$ pentru $u = \geqq 0$ pînă la $u \leqq 3{,}9$ care variază de la 0,5—1,0 (fig. 2.5).

Exemple:

1) Să se găsească suprafața de sub curba normală, din stînga abscisei $u = 2{,}58$. Căutăm în coloana lui u valoarea 2,5 apoi mergem pe rîndul corespunzător acestei valori pînă la coloana 0,08 unde găsim suprafața $\Phi(u) = 0{,}995060$.

2) Să se găsească suprafața de sub curba normală cuprinsă între abscisele $u_1 = 2{,}58$ și $u_2 = 0$.

Pentru $u_1 = 2{,}58$ corespunde suprafața $\Phi(u_1) = 0{,}995060$
Pentru $u_2 = 0$ corespunde suprafața $\Phi(u_2) = 0{,}500000$
Suprafața căutată este $\Phi(u_1) - \Phi(u_2) = 0{,}495060$

Scanned with OKEN Scanner

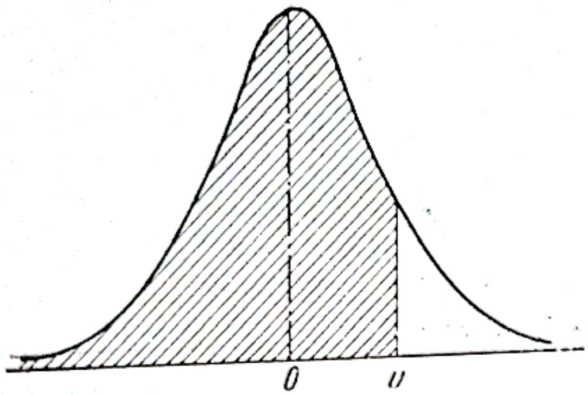


Fig. 2.5 — Explicație la tabela III (după Erna Weber, 1961)

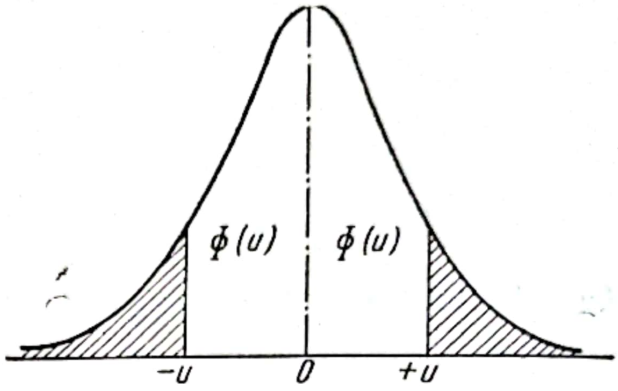


Fig. 2.6 — Explicație la tabela IV (după Erna Weber, 1961)

3) Să se găsească suprafața de sub curba normală dintre $u_1 = 2{,}58$ și $u_2 = -2{,}58$.

Pentru $u_1 = 2{,}58$ corespunde suprafața $\Phi(u_1) = 0{,}995060$
Pentru $u_2 = -2{,}58$ corespunde suprafața $\Phi(u_2) = 0{,}004940$
Suprafața căutată este $\Phi(u_1) - \Phi(u_2) = 0{,}990120$

Tabela IV cuprinde suprafețele care se găsesc în afara absciselor $-u$ și $+u$ adică valorile $1-2\ \Phi_0(u)$ (fig. 2.6).

Exemple:

1) Să se afle suma celor două suprafețe de sub curba normală care se găsesc în afara absciselor $u = \pm 1{,}96$.

Căutăm în coloana lui u valoarea 1,9 apoi mergem pe rîndul corespunzător acestei valori pînă la coloana 0,06 unde găsim 0,049996 rotund 0,05 sau 5%.

2) Să se afle suma celor două suprafețe din afara absciselor $u = \pm 2{,}58$. Căutînd în tabelă găsim, 0,009880 sau 0,01 sau 1%.

Folosind aceeași tabelă găsim că suma suprafețelor din afara absciselor $u = \pm 3{,}29$ este 0,000925 rotund 0,001 sau 0,1%.

Datele din tabelele II și III ne arată că suprafața totală de sub curba normală este egală cu 1.

2.4.5. Distribuția sumelor exprimate în procente

Valorile din tabelele II și III ne permit să construim curba sumelor distribuției normale. Dacă înmulțim aceste valori cu 100 obținem sumele exprimate în procente. Pentru construirea curbei acestor sume așezăm pe axa absciselor valorile u în unități de măsură σ iar ca ordonate luăm din tabelele II și III sumele corespunzătoare pe care le înmulțim cu 100 adică $y\%$.

Scanned with OKEN Scanner

Următoarele valori sînt suficiente:

σ	y%	σ	y%
—3,0	0,135	0,0	50,000
—2,5	0,621	0,5	69,146
—2,0	2,275	1,0	84,135
—1,5	6,681	1.5	93,319
—1,0	15,865	2,0	97,725
—0,5	30,854	2,5	99,379
—0,0	50,000	3,0	99,865

În fig. 2.7 se poate vedea curba sumelor exprimate în procente alături de curba normală.

Intervalul —1 σ pînă la + 1σ se întinde de la 15,865% pînă la 84,135% cuprinzînd 68,270% din suprafața totală mărginită de curba care este de 100%. Intervalul —2 σ pînă la + 2σ se întinde de la 2,275% pînă la 97,725% cuprinzînd 95,450% din suprafața totală.

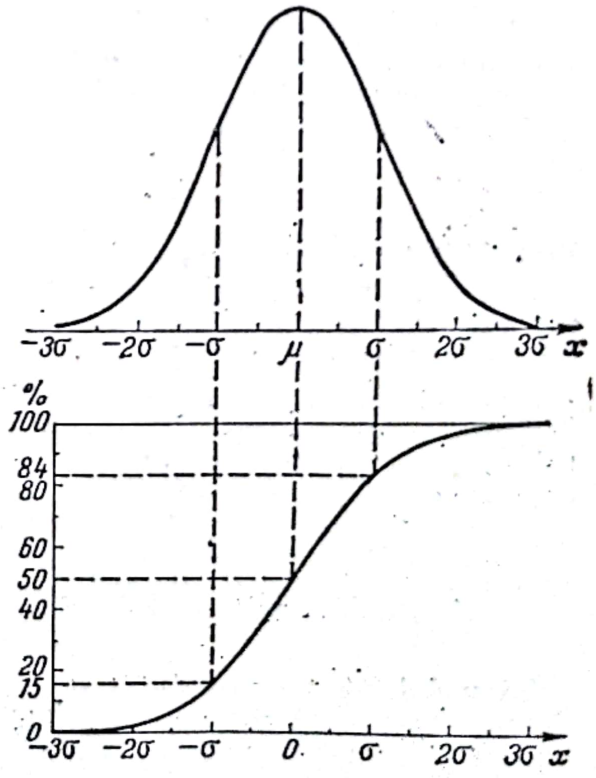


Fig. 2.7 — Curba normală și curba sumelor exprimate în procente (după E r n a W e b e r, 1961)

Pentru examinarea statistică a probelor se folosesc cel mai frecvent următoarele intervale:

$\mu \pm 1\sigma$ cu 68,27% din suprafața totală

$\mu \pm 1{,}96\sigma$ cu 95,00% din suprafața totală

$\mu \pm 2\sigma$ cu 95,45% din suprafața totală

$\mu \pm 2{,}58\sigma$ cu 99,01% din suprafața totală

$\mu \pm 3\sigma$ cu 99,73% din suprafața totală

$\mu \pm 3{,}29\sigma$ cu 99,91% din suprafața totală

2.4.6. **Probabilitatea de transgresiune în cazul distribuției normale**

Intervalele menționate mai sus (2.4.5.) ne arată frecvențele relative adică probabilitățile repartiției observațiilor (valorilor individuale) în cadrul curbei normale. Astfel în intervalul $\mu + 1\sigma$ probabilitatea repartiției valorilor individuale este de 68,27%, în intervalul $\mu \pm 1{,}96\ \sigma$ de 95%, în intervalul $\mu \pm 2{,}58\ \sigma$ de 99,01% iar în intervalul $\mu \pm 3{,}29\ \sigma$ de 99,91%.

În statistică este foarte important de a se stabili probabilitatea observațiilor care se găsesc în afara unui anumit interval sau altfel exprimat probabilitatea observațiilor care depășesc o anumită limită, o anumită graniță, un anumit prag sau nivel. Probabilitatea ca o observație să depășească o anumită graniță de exemplu $\mu \pm 1{,}96\ \sigma$ se află scăzînd probabilitatea pînă la această graniță din probabilitatea tuturor observațiilor care este de 100% deci în cazul de față avem:

$$100 - 95 = 5$$

Probabilitatea ca o valoare să depășească granița $\mu \pm 2{,}58\ \sigma$ este $100 - 99{,}01 = 0{,}99$ rotund 1, iar granița $\mu \pm 3{,}29\ \sigma$ este $100 - 99{,}91 = 0{,}09$ rotund 0,1. Prin urmare probabilitatea ca o observație să se găsească în afara granițelor $\mu \pm 1{,}96\ \sigma$, $\mu \pm 2{,}58\ \sigma$ și $\mu \pm 3{,}29\ \sigma$ este de 5%, 1% respectiv 0,1%.

Probabilitatea ca o valoare individuală în cadrul distribuției normale să depășească o anumită limită se numește *probabilitate de transgresiune* sau probabilitate de a greși, iar limita respectivă se numește *graniță* (prag, nivel) *de semnificație*.

2.4.7. **Comparația unei distribuții empirice cu distribuția normală**

Exemplul 2.8. Fie distribuția reprezentînd conținutul de fibre (%) la linia de cînepă 59—151 care are $n = 500$; $x = 27{,}01$; $s = 2{,}29$ iar i (intervalul de clasă) = 1 (vezi tabelele 1.6 și 1.14).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 2.6: Comparația unei distribuții empirice cu distribuția normală

x_i	f_i	$a = x_i - x_0$	$u = i \cdot \frac{a-b}{s}$	$\varphi(u)$	$y = \frac{n}{s} \varphi(u) \cdot i$	f_i obse.vate în %	f_i calculate în %
0	1	2	3	4	5	6	7
20	1	—7	—3,061	0,00372	0,8122	0,2	0,16
21	4	—6	—2,624	0,01276	2,7910	0,8	0,56
22	9	—5	—2,188	0,03642	7,9570	1,8	1,59
23	21	—4	—1,751	0,08613	18,856	4,2	3,76
24	33	—3	—1,314	0,16827	36,7901	6,6	7,56
25	50	—2	—0,878	0,27134	59,2245	10,0	11,85
26	72	—1	—0,441	0,36197	79,0328	14,4	15,81
$x_0 = 27$	108	0	0,004	0,39893	87,1026	21,6	17,42
28	83	1	0,432	0,36359	79,3865	16,6	15,88
29	52	2	0,869	0,27338	59,6899	10,4	11,94
30	34	3	1,306	0,17004	37,1266	6,8	7,43
31	19	4	1,742	0,08750	19,1048	3,8	3,82
32	11	5	2,179	0,03714	8,1091	2,2	1,62
33	3	6	2,616	0,01301	2,8406	0,6	0,57
	500				498,7733	100,0	99,97

Să se compare această distribuție cu distribuția normală. Calculul distribuției teoretice se desfășoară după cum urmează (Tabelul 2.6). Mai întîi calculăm valorile lui u (coloana 3). În acest scop este necesar să cunoaștem în prealabil valoarea lui b care se obține scăzînd din media aritmetică, media provizorie.

$$b = \bar{x} - x_0 = 27{,}01 - 27 = 0{,}01$$

u se calculează cu ajutorul formulei următoare:

$$u = i \cdot \frac{a - b}{s}$$

De exemplu prima valoare u se obține astfel:

$$u = 1 \left(\frac{-7 - 0{,}01}{2{,}29} \right) = -3{,}061$$

Cunoscînd valorile lui u căutăm în tabela I din anexă ordonatele $\varphi(u)$ corespunzătoare acestor valori (coloana 4). Deoarece $n = 500$ iar valorile u din tabela I sînt exprimate în unități de măsură σ este necesar să înmulțim fiecare valoare din coloana 4 cu 500 și să împărțim produsul respectiv la $s = 2{,}29$

$$y = \frac{n}{s} \varphi(u) \cdot i$$

În felul acesta obținem valorile y (coloana 5) care sînt apropiate de valorile din coloana 1. Valorile y exprimate în procente din numărul total de obser-

vații, adică frecvențele calculate se găsesc în coloana 7. Comparînd frecvențele calculate (coloana 7) cu frecvențele observate (coloana 6) constatăm că sînt apropiate. Calculul distribuției normale s-a făcut plecînd de la ipoteza că distribuția empirică urmează legea distribuției normale înlocuindu-se parametrii populației cu indicii distribuției empirice.

$\mu = \bar{x} = 27{,}01$; $\sigma = s = 2{,}29$; iar $n = 500$

Pentru reprezentarea grafică a distribuției empirice așezăm la distanțe egale pe axa absciselor valorile 20, 21, 22... 33 precum și valoarea mediei aritmetice $\bar{x} = 27{,}01$, apoi din punctele respective ridicăm perpendiculare a căror înălțime corespunde cu frecvențele respective. Unind vîrfurile perpendicularelor obținem poligonul de frecvență. Pentru construirea curbei normale desenăm sub axa x-lor o altă scară pe care marcăm în dreptul lui $\mu = \bar{x} = 27{,}01$ punctul 0 apoi ținînd seama că $\sigma = s = 2{,}29$ fixăm în stînga lui 0 punctele $-\sigma$, -2σ și -3σ iar în dreapta punctele $+\sigma$, $+2\sigma$ și $+3\sigma$. Ordonatele pentru diferite valori u exprimate în unități de măsura σ se calculează cu ajutorul formulei:

$$y = \frac{n}{s} \varphi(u) \cdot i$$

pentru $u = 0$: $y = \frac{500 \cdot 0{,}39894}{2{,}29} = 87{,}10$

pentru $u = \pm 0{,}5$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}35207}{2{,}29} = 76{,}87$

pentru $u = \pm 1{,}0$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}24179}{2{,}29} = 52{,}79$

pentru $u = \pm 1{,}5$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}12952}{2{,}29} = 28{,}28$

pentru $u = \pm 2{,}0$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}05399}{2{,}29} = 11{,}79$

pentru $u = \pm 2{,}5$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}01753}{2{,}29} = 3{,}83$

pentru $u = \pm 3{,}0$ $y = \frac{500 \cdot 0{,}00443}{2{,}29} = 0{,}97$

În fig. 2.8 se văd cele două curbe: empirică și normală.

Scanned with OKEN Scanner

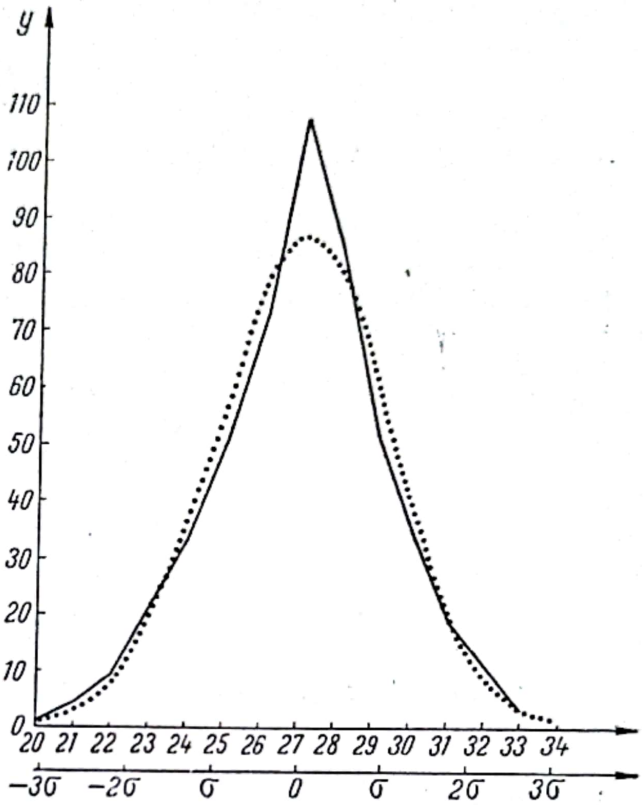


Fig. 2.8 — Comparația unei distribuții empirice (conținutul de fibre linia de cînepă 59—151) cu distribuția normală

2.4.8. Distribuția mediilor. Abaterea standard a mediei aritmetice

Să extragem dintr-o populație statistică cu media μ o probă alcătuită din n valori individuale. Media aritmetică x a acestei probe se va abate mai mult sau mai puțin de la media adevărată μ. Dacă luăm din aceeași populație statistică, 1, 2, 3 etc. probe și determinăm media aritmetică a fiecărei probe obținem mediile $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$ etc. Toate aceste medii se abat mai mult sau mai puțin de la parametrul μ. Dacă luăm un număr foarte mare de probe și calculăm media fiecăreia din ele, constatăm că distribuția acestor medii este asemănătoare cu distribuția normală.

Să presupunem că numărul probelor este atît de mare încît media lor aritmetică $\mu_{\bar{x}}$ coincide cu media populației statistice μ. Varianța distribuției mediilor respective va fi în cazul acesta $\sigma_{\bar{x}}^2$. Această varianță nu este însă identică cu varianța populației statistice σ^2, ci este mai mică și anume cu atît mai mică cu cît probele din care s-au calculat mediile sînt mai mari. Se poate deduce matematic că varianța distribuției mediilor este invers proporțională cu numărul valorilor individuale.

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \tag{2.39}$$

Valoarea estimativă a lui $\sigma_{\bar{x}}^2$ este:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n} \tag{2.40}$$

Abaterea standard a distribuției mediilor este:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \tag{2.41}$$

iar valoarea estimativă respectivă

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}. \tag{2.42}$$

Pentru șirurile statistice alcătuite dintr-un număr mic de valori individuale știm din (1.23) că

$$s^2 = \frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1}$$

de unde

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n(n-1)}}. \tag{2.43}$$

Aceasta este formula *abaterii standard a mediei aritmetice* pentru șirurile statistice mici.

Exemplul 2.9. Să se calculeze abaterea standard a mediei aritmetice privind producția de boabe a soiului de grîu de toamnă Etoile de Choisy. Referindu-ne la datele din tabelul 1.12 vom avea:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{888 - 864}{6(6-1)}} = \sqrt{0{,}80} = 0{,}89 \text{ kg}$$

Formula (2.43) se folosește în cazul cînd s^2 este necunoscut. În cazul cînd s^2 este cunoscut se folosește formula (2.42).

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{4{,}8}{6}} = \sqrt{0{,}80} = 0{,}89 \text{ kg}$$

În cazul cînd este cunoscut s formula de calcul este următoarea:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{2.44}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{2{,}19}{\sqrt{6}} = 0{,}89 \text{ kg}$$

Pentru șirurile statistice alcătuite dintr-un număr mare de observații (distribuții de frecvențe) formula abaterii standard este următoarea:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma f x^2 - \frac{(\Sigma f x)^2}{n}}{n(n-1)}} \tag{2.45}$$

Scanned with OKEN Scanner

respectiv următoarea:

$$s_x = \sqrt{\frac{\Sigma fa^2 - \frac{(\Sigma fa)^2}{n}}{n(n-1)}}. \tag{2.46}$$

Exemplul 2.10 Să se calculeze abaterea standard a mediei aritmetice privind conținutul de fibre (%) la linia de cînepă 59—151 folosind formula (2.45). Referindu-ne la datele din tabelul 1.13 avem:

$$s_x = \sqrt{\frac{367485 - 364878}{500(500-1)}} = 0{,}10$$

În cazul cînd s^2 este cunoscut folosim formula (2.42).

$$s_x = \sqrt{\frac{5{,}22}{500}} = 0{,}10$$

iar dacă este cunoscut s folosim formula (2.44)

$$s_x = \frac{2{,}29}{\sqrt{500}} = 0{,}10$$

Abaterea standard a mediei aritmetice $s_{\bar{x}}$ se mai numește și *eroare a mediei aritmetice* pentru a nu se confunda cu abaterea standard a observațiilor s.

2.4.9. Distribuția diferențelor. Abaterea standard a diferenței

Dacă avem două distribuții normale și facem diferența dintre valorile individuale perechi, vedem că diferențele pot fi pozitive sau negative după cum prima sau a doua valoare din valorile perechi este mai mare sau mai mică. În cazul cînd numărul diferențelor este suficient de mare constatăm că ele formează o distribuție normală în care media tuturor diferențelor este egală cu 0. Admițînd că cele două distribuții între care s-a făcut diferența au variațele σ_1^2 și σ_2^2 putem admite că și distribuția diferențelor va avea de asemenea o varianță pe care vom nota-o cu σ_d^2. Se poate demonstra că varianța distribuției diferențelor este egală cu suma variațelor celor două distribuții între care s-a făcut diferența:

$$\sigma_d^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \tag{2.47}$$

Cele afirmate mai sus sînt valabile și pentru o distribuție a diferențelor între două distribuții normale constituite din valori medii. Și în acest caz media diferențelor este egală cu 0. Ținînd seama că varianța unei distribuții normale de valori medii este $\sigma_{\bar{x}}^2$ varianța diferențelor dintre valorile medii va fi:

$$\sigma_d^2 = \sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2 \tag{2.48}$$

Scanned with OKEN Scanner

Varianța definită prin formula (2.48) este valabilă atît pentru întreaga distribuție a diferențelor cît și pentru fiecare diferență în parte între două medii. Varianța diferenței dintre două medii empirice este așadar:

$$s_d^2 = s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2 \tag{2.49}$$

Știm din (2.40) că:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n}.$$

De unde:

$$s_d^2 = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \tag{2.50}$$

Rădăcina pătrată din aceasta ne dă *abaterea standard a diferenței* s_d, care se mai numește și eroare a diferenței spre a nu se confunda cu abaterea standard a observațiilor s.

În calculul abaterii standard a diferenței se pot ivi următoarele cazuri:

1. Variațele probelor comparate sînt cunoscute.

a) Probele au un număr diferit de valori individuale:

$$s_d = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \tag{2.51}$$

b) Probele au același număr de valori individuale:

$$s_d = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}} \tag{2.52}$$

2. Variațele probelor comparate nu sînt cunoscute

a) Probele au un număr diferit de observații:

$$s^2 = \frac{(\Sigma x_1^2 + \Sigma x_2^2) - \left[\frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2}\right]}{n_1 + n_2 - 2} \tag{2.53}$$

$$s_d = \sqrt{s^2\left[\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}\right]} \tag{2.54}$$

b) Probele au același număr de observații:

$$s^2 = \frac{(\Sigma x_1^2 + \Sigma x_2^2) - \left[\frac{(\Sigma x_1)^2 + (\Sigma x_2)^2}{n}\right]}{2n - 2} \tag{2.55}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} \tag{2.56}$$

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 2.11. Să se calculeze abaterea standard a diferenței de producție d, dintre soiurile de grîu de toamnă Etoile de Choisy și Ponca. Etoile de Choisy: $\bar{x} = 12$, $s^2 = 4{,}8$, $s = 2{,}19$; Ponca: $\bar{x} = 7$, $s^2 = 0{,}80$, $s = 0{,}89$; $n = 6$ pentru fiecare soi.

Aplicînd formula (2.52) avem:

$$s_d = \sqrt{\frac{2{,}19^2 + 0{,}80^2}{6}} = 0{,}95 \text{ kg}$$

Să admitem că varianțele s^2 ale celor două soiuri sînt necunoscute. În acest caz eroarea diferenței va fi calculată cu ajutorul formulelor (2.55) și (2.56). Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 2.7.

TABELUL 2.7: **Calculul abaterii standard a diferenței s_d, cu ajutorul formulelor** (2.55) **și** (2.56)

x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	$(\Sigma x_1)^2$	$(\Sigma x_2)^2$
14	7	196	49		
12	7	144	49		
11	6	121	36		
15	8	225	64	$72^2 = 5184$	$42^2 = 1764$
9	8	81	64		
11	6	121	36		
$\Sigma x_1 = 72$	$\Sigma x_2 = 42$	$\Sigma x_1^2 = 888$	$\Sigma x_2^2 = 298$		

$$s^2 = \frac{(888 + 298) - \dfrac{5184 + 1764}{6}}{2 \cdot 6 - 2} = 2{,}8$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}8}{6}} = 0{,}96 \text{ kg}$$

2.5 Distribuția t

2.5.1. Funcția distribuției t

Distribuțiile empirice pot fi comparate cu distribuția normală atunci cînd probele au un număr mare de valori individuale. În multe cercetări sîntem nevoiți să lucrăm cu probe mici. Astfel este cazul experimentărilor în cîmp unde numărul repetițiilor este de 4—10. În acest caz distribuțiile obținute nu mai pot fi comparate cu distribuția normală care, după cum știm, are la bază un număr infinit sau foarte mare de observații.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a ieși din acest impas folosim așa-numita *distribuție t* sau *distribuție a lui Student*, descoperită de W. S. Gosset în 1908 și perfecționată de *R.A.* Fisher în 1924.

Fie mărimea χ alcătuită din l mărimi x_1, x_2, $x_3 \dots x_l$, independente și distribuite normal și o altă mărime x distribuită normal și independentă față de χ. Se caută probabilitatea $d\Phi(t)$ astfel ca

$$t < \frac{x\sqrt{l}}{\chi} < t + dt$$

Prin calcul obținem:

$$d\Phi(t) = \frac{\left(\frac{l-1}{2}\right)!}{\sqrt{\pi l}\left(\frac{l-2}{2}\right)!\left(1+\frac{t^2}{l}\right)^{\frac{l+1}{2}}}\,dt \qquad (2.57)$$

iar funcția distribuției variabilei t este dată de expresia:

$$\varphi(t) = \frac{\left(\frac{l-1}{2}\right)!}{\sqrt{\pi l}\left(\frac{l-2}{2}\right)!\left(1+\frac{t^2}{l}\right)^{\frac{l+1}{2}}} \qquad (2.58)$$

În teoria statisticii legea t este cunoscută sub forma:

$$t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (2.59) \qquad \text{respectiv } t = \frac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}} \qquad (2.60)$$

2.5.2. Proprietățile curbei $\varphi(t)$

Curba $\varphi(t)$ este simetrică în cazul cînd $t = 0$. Ea se întinde de la $t = -\infty$ pînă la $t = +\infty$. Curba este cu atît mai teșită cu cît numărul gradelor de libertate l este mai mic. Cînd numărul gradelor de libertate crește, curba $\varphi(t)$ se apropie de curba normală. Aceasta are loc atunci cînd $l > 30$. O însușire esențială a legii de probabilitate a variabilei t este că ea depinde numai de indicii probei fiind independentă de abaterea standard σ a populației statistice. Ordonatele distribuției t normate pentru valorile $t = 0$ pînă la $t = 9{,}9$ și pentru $l = 4$ pînă la $l = 10$ sînt date în *tabela V* din anexă. Tabela servește la compararea distribuțiilor empirice alcătuite dintr-un număr mic de valori cu distribuția t. În fig. 2.9 sînt redate curbele distribuției t pentru $l = 1$ și $l = 5$ și curba normală.

Scanned with OKEN Scanner

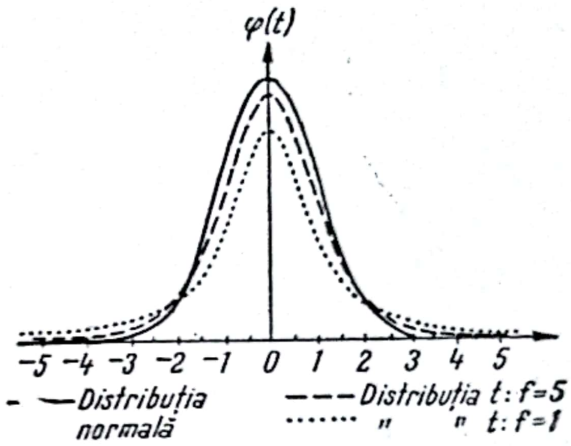


Fig. 2.9 — Distribuția t pentru $l = 1$ și $l = 5$ și distribuția normală (după Erna Weber, 1961)

2.5.3. Momentele distribuției t

Momentele obișnuite ale distribuției Student coincid cu momentele centrate, deoarece momentul de gradul I este egal cu 0. Formulele pentru momentele centrate de ordin par sînt următoarele:

$$m_2 = \frac{l}{l-2}$$

$$m_4 = \frac{3l^2}{(l-2)(l-4)}$$

$$m_6 = \frac{15l^3}{(l-2)(l-4)(l-6)}$$

2.5.4. Funcția sumelor distribuției t

Funcția sumelor distribuției t este dată de expresia

$$2\Phi(t) = 2\int_t^\infty d\Phi(t) = 2\frac{\left(\frac{l-1}{2}\right)!}{\sqrt{\pi l}\left(\frac{l-2}{2}\right)!}\int_t^\infty \frac{dt}{\left(1+\frac{t^2}{l}\right)^{\frac{l+1}{2}}} = \alpha \qquad (2.61)$$

α reprezintă suma celor 2 suprafețe situate la stînga și la dreapta ordonatelor $\pm t$ (fig. 2.10 părțile haşurate). Valorile α se exprimă în % din suprafața totală mărginită de curba t care este egală cu 100%. Ele reprezintă probabilitățile de transgresiune. În tabela VI se văd în primul rînd în capul tabelei probabilitățile de transgresiune α; în prima coloană sînt redate gradele de libertate l iar în celelalte coloane valorile t corespunzătoare la diferitele probabilități de transgresiune și numărul gradelor de libertate. Modul de folosire a tabelei

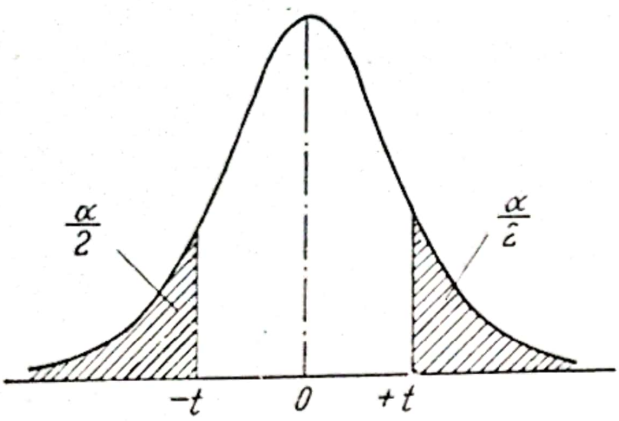


Fig. 2.10 — Explicație la tabela VI (după Erna Weber, 1961)

poate fi ilustrat prin următorul exemplu privind semnificația diferenței de producție dintre două soiuri de grîu care este de 420 kg/ha. Valoarea calculată a lui t este 7,30 ; $l = 5$; $\alpha = 0{,}1\%$. Căutînd în tabela VI în rîndul corespunzător lui $l = 5$ în dreptul coloanei $\alpha = 0{,}1\%$ găsim valoarea teoretică a lui t care este 6,859. Deoarece t calculat $> t$ teoretic la o probabilitate de transgresiune de 0,1% rezultă că diferența de producție este foarte semnificativă. Importanța practică a valorilor t va fi arătată în cap. 3 (3.5 Testul t).

2.6. Distribuția χ^2 (Hi pătrat)

Distribuția χ^2 a fost formulată pentru prima dată de către F. R. Helmert în 1875. Formularea definitivă a dat-o Karl Pearson în 1900.

2.6.1. Funcția distribuției χ^2

Fie șirul de variabile întîmplătoare independente X_1, X_2 ... X_l care iau valorile x_1, x_2 ... x_l, în care fiecare variabilă urmează legea distribuției normale avînd media = 0, varianța = 1 și funcția de frecvență

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Notăm cu χ^2 suma pătratelor acestor valori ale variabilelor :

$$\chi^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_l^2$$

sau :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{l} x_i^2 \qquad (2.62)$$

Se caută probabilitatea $d\Phi(\chi^2)$ astfel ca suma $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_l^2$ să se găsească între χ^2 și $(\chi + dx)^2$. Prin calcul se ajunge la următoarea expresie pentru distribuția χ^2 a lui Pearson:

$$d\Phi(\chi^2) = \frac{1}{\left(\frac{l-2}{2}\right)!}\left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{l-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\left(\frac{\chi^2}{2}\right) \tag{2.63}$$

în care l este numărul gradelor de libertate.

În literatura de specialitate funcția variabilei este prezentată sub următoarea formă:

$$\varphi(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{l}{2}}\left(\frac{l-2}{2}\right)!}(\chi^2)^{\frac{l-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \tag{2.64}$$

în care:

l este numărul gradelor de libertate.

2.6.2. Reprezentarea grafică a funcției de frecvență $\varphi(\chi^2)$

Pentru $l = 1$ expresia funcției de frecvență a variabilei χ^2 este:

$$\varphi(\chi^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(\chi^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

Pentru $\chi^2 = 0$, $\varphi(\chi^2) = +\infty$ iar pentru $\chi^2 \to \infty$, $\varphi(\chi^2) \to 0$. Deci pe măsură ce valoarea lui χ^2 crește, curba descrește continuu apropiindu-se asimptotic de axa χ^2.

Pentru $l = 2$:

$$\varphi(\chi^2) = \frac{1}{2} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

Făcînd $\chi^2 = 0$, $\varphi(\chi^2) = \frac{1}{2}$ deci originea curbei este în punctul $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ iar în cazul cînd $\chi^2 \to \infty$, $\varphi(\chi^2) = 0$ deci curba este asimptotă la axa χ^2.

Pentru $l = 3$ expresia funcției este:

$$\varphi(\chi^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(\chi^2)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

Curba are originea în punctul de origine a axelor și este asimptotă la axa χ^2 deoarece $\chi^2 = 0$, $\varphi(\chi^2) = 0$, iar pentru $\chi^2 \to \infty$, $\varphi(\chi^2) \to 0$.

Scanned with OKEN Scanner

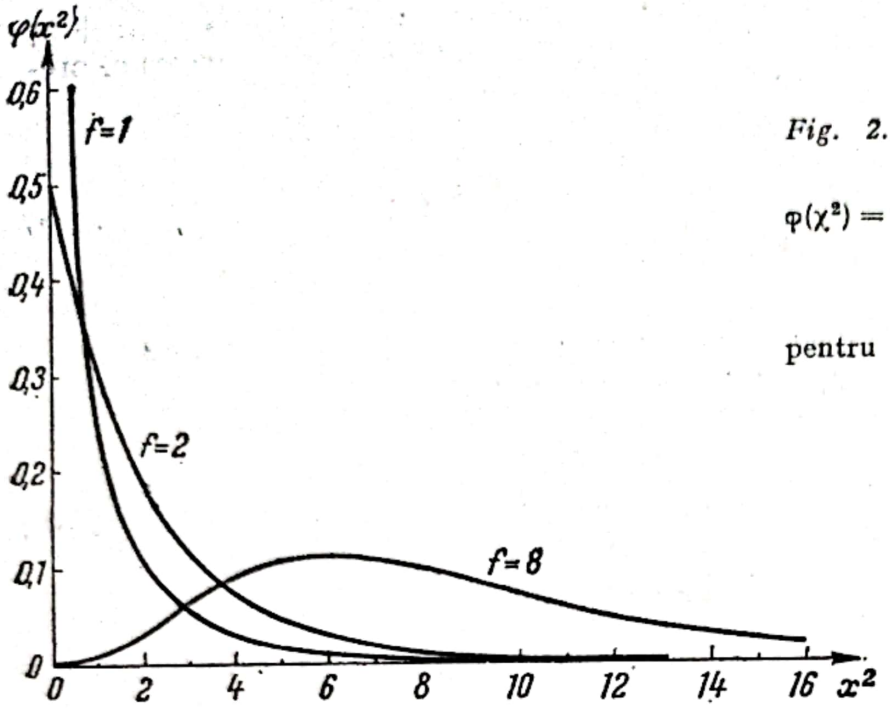


Fig. 2.11 — Reprezentarea curbelor

$$\varphi(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{l}{2}}\left(\frac{l+2}{2}\right)} (\chi^2)^{\frac{l-2}{2}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

pentru $l = 1$, 2 și 8 (după Erna Weber, 1961)

În fig. 2.11 sînt reprezentate curbele $\varphi(\chi^2)$ pentru $l = 1, 2$ și 8. Pe măsură ce numărul gradelor de libertate l crește, curba devine din ce în ce mai simetrică tinzînd, la un număr mare de grade de libertate, spre curba normală.

2.6.3. Funcția sumelor distribuției χ^2

Funcția sumelor distribuției χ^2 este dată de expresia

$$\Phi(\chi^2) = \frac{1}{\left(\frac{l-2}{2}\right)!} \int_{\chi_0^2}^{\infty} \left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{l-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\left(\frac{\chi^2}{2}\right) = \alpha \qquad (2.65)$$

Valorile procentuale ale lui α reprezintă probabilitățile de transgresiune. Ele corespund cu suprafața hașurată de sub curbă (fig. 2.12).

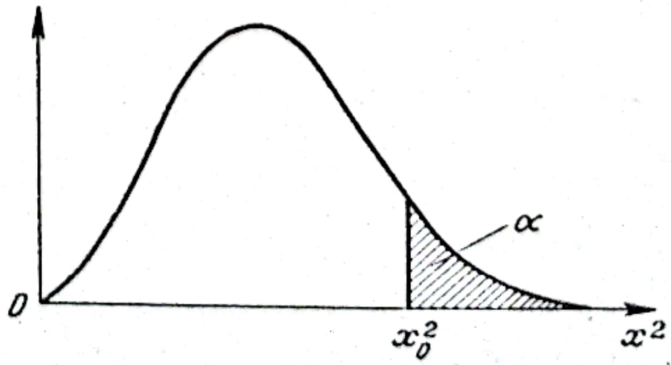


Fig. 2.12 — Explicație la tabela VII (după Erna Weber, 1961)

Scanned with OKEN Scanner

În tabela VII sînt redate în primul rînd din capul tabelei probabilitățile de transgresiune α exprimate în %. În prima coloană ale aceleeași tabele se găsesc gradele de libertate l de la 1 la 100 iar în cuprinsul tabelei valorile χ^2 corespunzătoare la diferite grade de libertate și probabilități de transgresiune. Pentru înțelegerea modului de folosire a tabelei să luăm următoarele două exemple:

a) Valoarea calculată a lui χ_1^2 este de 6,00 iar $l = 5$. Căutăm în tabelă în rîndul corespunzător lui $l = 5$ valoarea teoretică χ_0^2 cea mai apropiată. Găsim 6,06; această valoare corespunde la $\alpha = 30\%$ ceea ce înseamnă lipsa semnificației.

b) Valoarea calculată a lui χ_1^2 este 21 iar $l = 10$. Valoarea teoretică χ_0^2 cea mai apropiată corespunzătoare la $l = 10$ este 20,5 care corespunde la $\alpha = 2{,}5\%$ ceea ce înseamnă că avem de a face cu o semnificație evidentă.

Însemnătatea practică a valorilor χ^2 va fi arătată la cap. 8 (8.1 Testul χ^2).

2.7. Distribuția F

Dintr-o populație statistică distribuită normal, cu media = 0 și varianța = 1 să extragem două probe alcătuite din n_1 și n_2 valori individuale. Suma valorilor individuale n_1, independente și distribuite normal, urmează legea de distribuție X^2

$$d\Phi(\chi_1^2) = \frac{1}{\left(\frac{l_1-2}{2}\right)!} e^{-\frac{\chi_1^2}{2}} \left(\frac{\chi_1^2}{2}\right)^{\frac{l_1-2}{2}} d\left(\frac{\chi_1^2}{2}\right)$$

De asemenea suma valorilor individuale n_2, independente și distribuite normal urmează legea distribuției χ^2.

$$d\Phi(\chi_2^2) = \frac{1}{\left(\frac{l_2-2}{2}\right)!} e^{-\frac{\chi_2^2}{2}} \left(\frac{\chi_2^2}{2}\right)^{\frac{l_2-2}{2}} d\left(\frac{\chi_2^2}{2}\right)$$

Se caută probabilitatea $d\Phi(F)$ astfel ca

$$F < \frac{\frac{\chi_1^2}{l_1}}{\frac{\chi_2^2}{l_2}} < F + dF$$

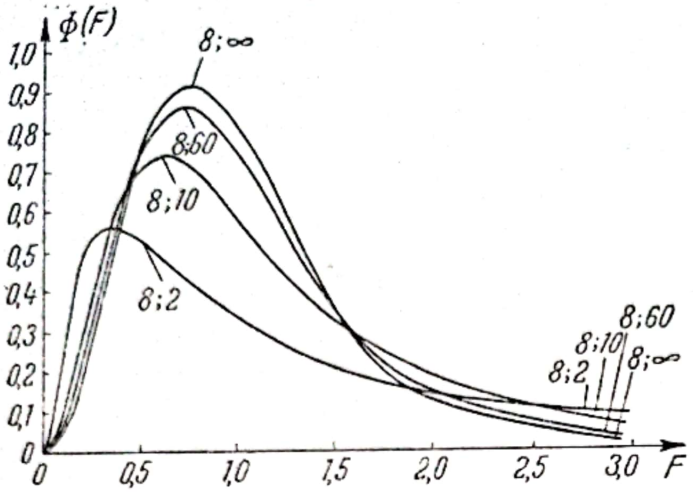


Fig. 2.13 — Distribuția F pentru (l_1 l_2 = (8 ; 2), (8 ; 10). (80 ; 60) și (8 ; ∞) (după E r n a W e b e r, 1961)

Calculul matematic ne conduce la următoarea expresie :

$$d\Phi(F) = \frac{\left(\frac{l_1+l_2-2}{2}\right)! F^{\frac{l_1-2}{2}} l_1^{\frac{l_1}{2}} l_2^{\frac{l_2}{2}} dF}{\left(\frac{l_1-2}{2}\right)!\left(\frac{l_2-2}{2}\right)! (l_2+l_1F)^{\frac{l_1+l_2}{2}}} \qquad (2.66)$$

$l_1 = n_1 - 1$ și $l_2 = n_2 - 1$ fiind gradele de libertate.

Curba $\varphi(F)$ pentru $l_1 = 8$ și $l_2 = 2,\ 10,\ 60\,\infty$, se vede în fig. 2.13. Curba este asimetrică, dar pe măsură ce l_2 crește ea devine din ce în ce mai simetrică fără a forma o curbă normală în cazul cînd $l_2 = \infty$. Distribuția F tinde către distribuția t^2 atunci cînd $l_1 =$ constant, iar $l_2 \to \infty$. Media distribuției F este egală cu $\frac{l_2}{l_2-2}$ pentru $l_2 > 2$. Cînd l_2 are o valoare mare media este aproximativ egală cu 1.

Integrala $\alpha = \int_F^\infty d\Phi(F)$ reprezintă suprafața mărginită de curbă și axa absciselor (fig. 2.14). Ea se exprimă sub forma $\alpha\% = 100 \int_F^\infty d\Phi(F)$ și reprezintă probabilitatea de transgresiune.

Cînd vorbim de distribuția F ne referim la distribuția raportului a două varianțe s_1^2 și s_2^2 a două probe de mărimea l_1 și l_2 extrase din aceeași populație distribuită normal adică :

$$F_{l_1 l_2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

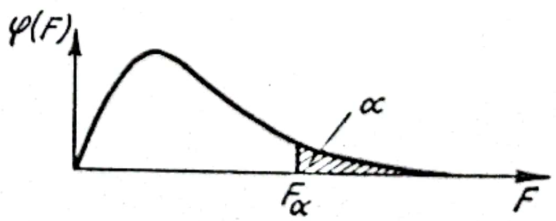


Fig. 2.14 — Explicație la tabela VIII (după A. L i n d e r 1960)

Valorile raportului $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ corespunzătoare probabilităților de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și gradelor de libertate l_1 și l_2 sînt redate în tabela VIII din anexă. În primul rînd din capul tabelei sînt redate gradele de libertate l_1 (pentru varianța cu valoare mare s_1^2), în prima coloană a tabelei sînt redate gradele de libertate l_2 (pentru varianța cu valoare mică s_2^2) iar în cuprinsul tabelei valorile raportului $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ pentru $\alpha = 5\%$ (caractere subțiri) și $\alpha = 1\%$ (caractere groase). Deoarece $s_1^2 > s_2^2$ valorile raportului $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ sînt întotdeauna mai mari decît 1.

Distribuția raportului a două varianțe a fost descoperită de către R. A. Fisher în 1924 și a fost denumită de către G. W. Snedecor distribuție F în cinstea descoperitorului ei.

Importanța practică a distribuției F va fi arătată în cap. 3 (3.8 Testul F).

2.8. Alte distribuții teoretice

În afară de distribuțiile teoretice menționate în acest capitol se mai utilizează în biologie și alte distribuții și anume:

1) *Distribuția binomială negativă*, denumită uneori și distribuția lui Pascal în care frecvențele (probabilitățile) sînt aranjate într-un binom cu exponent negativ. Această distribuție reprezintă o dezvoltare a distribuției lui Poisson și este definită complet prin doi parametri: media aritmetică μ și exponentul n. Se caracterizează prin aceea că media populației nu e constantă ci variază continuu. Se folosește în scopul reprezentării unor amestecuri de populații.

2) *Distribuția hipergeometrică*, denumită astfel din faptul că funcția probabilității poate fi dezvoltată sub forma unei serii hipergeometrice. Este o distribuție a unei variabile discrete care se aplică în general la extracții, fără înlocuire, dintr-o populație finită. Distribuția hipergeometrică reprezintă o generalizare a distribuției binomiale. Are aceeași medie aritmetică ca și distribuția binomială corespunzătoare; varianța este însă mai mică decît la distribuția binomială corespunzătoare.

3) *Distribuția Neyman* de tip A, care reprezintă o formă a distribuției lui Poisson, *familia distribuțiilor lui K. Pearson, distribuția Gram-Charlier, distribuția polinomială* ș.a.

C A P I T O L U L 3

Metode de examinare a semnificației

3.1. Granițele semnificației

Metodele statistice au drept scop de a verifica dacă ipoteza nulă este justă sau falsă. Această ipoteză poate fi verificată numai prin compararea indicilor statistici ai probei cu indicii statistici ai populației din care a fost extrasă proba, adică prin compararea estimatorilor cu parametrii corespunzători. Potrivit ipotezei nule abaterea estimatorilor față de parametri este egală cu zero. În realitate niciodată estimatorii nu coincid cu parametrii respectivi. Ei se abat mai mult sau mai puțin față de parametri. Se pune întrebarea cînd poate fi considerată această abatere „nesemnificativă" și cînd poate fi considerată „semnificativă". Pentru a răspunde la această întrebare este necesar să ne amintim de distribuția normală a valorilor individuale. Dacă o valoare individuală se abate puțin de la medie este de acceptat că această abatere se datorește unei cauze accidentale. Dacă abaterea este însă mare trebuie să admitem că ea se datorește unei alte cauze decît cea accidentală. O astfel de cauză poate fi apartenența valorii respective la o altă populație. Prin urmare abaterea nu e accidentală ci este veritabilă.

O delimitare precisă între abaterile accidentale și cele esențiale este greu de făcut. Granița aceasta poate fi stabilită numai convențional. Ea coincide cu granița de semnificație $u = \pm 1{,}96$ ceea ce corespunde la probabilitatea de transgresiune α de 5% (vezi 2.4.6). Orice valoare individuală a cărei probabilitate de transgresiune este sub 5% cade în sfera abaterilor adevărate și ca atare se deosebește semnificativ de celelalte valori. În practică se folosesc și alte granițe de semnificație și anume $u = \pm 2{,}58$ care corespunde la o probabilitate de transgresiune de 1% și $u = \pm 3{,}29$ care corespunde la o probabilitate de transgresiune de 0,1%. Abaterea care depășește granița $u = \pm 2{,}58$ ($\alpha < 1\%$) este distinct semnificativă iar cea care depășește granița $u = \pm 3{,}29$ ($\alpha < 0{,}1\%$) este foarte semnificativă.

În consecință există următoarele *clase de semnificație* (clase de siguranță):

$\alpha > 5\%$ — abaterea nu e semnificativă (nu este asigurată);

α se găsește între 5% și 1% — abaterea este semnificativă (este asigurată);

α se găsește între 1% și 0,1% — abaterea este distinct semnificativă (este bine asigurată);

$\alpha < 0{,}1\%$ — abaterea este foarte semnificativă (foarte asigurată).

Granițele abaterilor accidentale $u = \pm 1{,}96$; $u = \pm 2{,}58$ și $u = \pm 3{,}29$ sînt valabile pentru distribuțiile teoretice în care $\sigma = 1$. Cînd σ este mai mare sau mai mic decît 1, granițele de mai sus nu mai sînt desemnate de valorile u

Scanned with OKEN Scanner

sus menționate ci de valorile u multiplicate cu valoarea abaterii standard σ potrivit relației:

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \text{deci} \quad x - \mu = u \cdot \sigma$$

Astfel pentru $\alpha = 5\%$ sfera abaterilor accidentale se întinde de la $\mu - 1{,}96\ \sigma$ pînă la $\mu + 1{,}96\ \sigma$, iar pentru $\alpha = 1\%$ de la $\mu - 2{,}58\ \sigma$ pînă la $\mu + 2{,}58\ \sigma$.

Această regulă valabilă pentru distribuțiile teoretice este valabilă și pentru cele empirice. Astfel pentru $\alpha = 5\%$ sfera abaterilor accidentale se întinde de la $\bar{x} - 1{,}96\ s$ pînă la $\bar{x} + 1{,}96\ s$, iar pentru $\alpha = 1\%$ de la $\bar{x} - 2{,}58\ s$ pînă la $\bar{x} + 2{,}58\ s$.

Exemplul 3.1. Să se stabilească granițele abaterilor accidentale pentru distribuția reprezentînd conținutul de fibre al liniei de cînepă 59-151. Ținînd seama că $\bar{x} = 27{,}01\%$ iar $s = 2{,}29\%$ granițele abaterilor accidentale pentru $\alpha = 5\%$ sînt:

$$27{,}01 - 1{,}96 \cdot 2{,}29 = 22{,}52\%$$

$$27{,}01 + 1{,}96 \cdot 2{,}29 = 31{,}50\%$$

Probabilitatea ca linia 59-151 să dea indivizi cu un conținut de fibre sub 22,52% sau peste 31,50% este mai mică de 5%.

Pentru $\alpha = 1\%$ granițele abaterilor accidentale sînt:

$$27{,}01 - 2{,}58 \cdot 2{,}29 = 21{,}10\%$$

$$27{,}01 + 2{,}58 \cdot 2{,}29 = 32{,}92\%$$

Probabilitatea de a se obține valori sub 21,10% sau peste 32,92% este mai mică de 1%.

Pentru $\alpha = 0{,}1\%$ granițele sînt 19,48 și 34,54% În exemplul nostru (vezi tabelul 1.2) nici un individ nu depășește aceste limite.

3.2. Examinarea semnificației mediilor supuse distribuției normale

Potrivit ipotezei nule media aritmetică a unei probe empirice coincide cu media populației statistice sau se abate accidental de la media populației statistice. Pentru verificarea acestei ipoteze este necesar să stabilim granițele abaterilor accidentale de la media teoretică. Dacă media empirică se găsește în interiorul acestor granițe ipoteza este dovedită justă. Dacă media probei cade în afara limitelor stabilite pentru abaterile accidentale înseamnă că ipoteza este falsă, media aritmetică deosebindu-se semnificativ de media teoretică.

Limitele abaterilor accidentale se stabilesc cu ajutorul abaterii standard a mediei aritmetice teoretice.

Scanned with OKEN Scanner

Astfel pentru $\alpha = 5\%$ sfera abaterilor accidentale se întinde:

$$\text{de la } \mu - 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}} \text{ pînă la } \mu + 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}$$

Pentru $\alpha = 1\%$:

$$\text{de la } \mu - 2{,}58\,\sigma_{\bar{x}} \text{ pînă la } \mu + 2{,}58\,\sigma_{\bar{x}}$$

Se observă dacă media empirică se găsește în interiorul limitelor $\mu \pm 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}$ sau $\mu \pm 2{,}58\,\sigma_{\bar{x}}$. În cazul cînd cade între aceste granițe ea nu se deosebește de media populației statistice. În cazul cînd nu cade între aceste limite ea se deosebește semnificativ, respectiv distinct semnificativ de media teoretică.

O metodă mai simplă pentru stabilirea semnificației mediei aritmetice constă în următoarele: se calculează produsul $1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}$ și se compară cu diferența dintre media empirică și media teoretică, $\bar{x} - \mu$. În cazul cînd $\bar{x} - \mu < 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}$, media empirică nu se abate semnificativ de cea teoretică.

Modalitățile examinării semnificației mediei empirice indicate mai sus se folosesc atunci cînd media teoretică μ și abaterea standard a acestei medii $\sigma_{\bar{x}}$ sînt cunoscute. În caz contrar, nu mai avem posibilitatea să comparăm valorile estimative ale probei noastre cu parametrii respectivi. Putem trage totuși concluzii prețioase asupra semnificației mediei empirice stabilind *granițele confidenței*.

Orice medie a unei probe luată dintr-o populație statistică, cu respectarea regulilor hazardului, nu se poate abate prea mult de la media populației respective mai ales dacă proba este mare. Putem admite deci că media teoretică se găsește undeva între limitele abaterilor accidentale ale mediei empirice. Cu cît limitele abaterilor accidentale sînt mai apropiate, cu atît putem fi mai siguri că media teoretică este mai apropiată de cea empirică. Aceste limite poartă denumirea de granițe ale confidenței (limite ale confidenței) și se stabilesc cu ajutorul *abaterii standard a mediei aritmetic eempirice* $s_{\bar{x}}$ (vezi 2.4.8) potrivit formulei (3.1):

$$\bar{x} \pm u \cdot s_x \tag{3.1}$$

Intervalul cuprins între $\bar{x} - u \cdot s_{\bar{x}}$ și $\bar{x} + u \cdot s_{\bar{x}}$ se numește *interval de confidență*.

Într-o distribuție normală procentele de valori individuale pentru diferite intervale de confidență sînt următoarele:

95,0% din totalul de valori se găsesc în intervalul $\bar{x} - 1{,}96\ s_{\bar{x}}$ pînă la $\bar{x} + 1{,}96\ s_{\bar{x}}$

99,0% din totalul de valori se găsesc în intervalul $\bar{x} - 2{,}58\ s_{\bar{x}}$ pînă la $\bar{x} + 2{,}58_{\bar{x}} s$

99,9% din totalul de valori se găsesc în intervalul $\bar{x} - 3{,}29\ s_{\bar{x}}$ pînă la $\bar{x} + 3{,}29\ s_{\bar{x}}$.

Cu alte cuvinte există o siguranță statistică de 95,0%, 99,0% și 99,9% ca media populației statistice μ să se găsească în intervalele sus menționate.

Scanned with OKEN Scanner

Exprimîndu-ne altfel putem spune că pentru probabilitățile de transgresiune α de 5%, 1% și 0,1% intervalele de confidență sînt următoarele:

$$\alpha = 5\% : \bar{x} \pm 1{,}96\, s_{\bar{x}}$$

$$\alpha = 1\% : \bar{x} \pm 2{,}58\, s_{\bar{x}}$$

$$\alpha = 0{,}1\% : \bar{x} \pm 3{,}29\, s_{\bar{x}}$$

Exemplul 3.2. Să se stabilească granițele confidenței a conținutului de fibre la linia de cînepă 59-151 ținînd seama că $\bar{x} = 27{,}01\%$ iar $s_{\bar{x}} = 0{,}10\%$.

Pentru $\alpha = 5\%$

$$27{,}01 - 1{,}96 \cdot 0{,}10 = 26{,}81\%$$

$$27{,}01 + 1{,}96 \cdot 0{,}10 = 27{,}21\%$$

Pentru $\alpha = 1\%$

$$27{,}01 - 2{,}58 \cdot 0{,}10 = 26{,}75\%$$

$$27{,}01 + 2{,}58 \cdot 0{,}10 = 27{,}27\%$$

Putem afirma cu o probabilitate de 95% că media teoretică se găsește în intervalul de confidență delimitat de 26,81% și 27,21% sau cu o probabilitate de 99% că se găsește în intervalul delimitat de 26,75% și 27,27% sau exprimîndu-se altfel, probabilitatea ca media teoretică să se găsească în afara limitelor sus menționate este de 5% respectiv 1%.

3.3. Examinarea semnificației diferențelor supuse distribuției normale

Ipoteza nulă este valabilă și în cazul diferenței dintre două medii empirice. Exactitatea acestei ipoteze poate fi verificată comparînd estimatorul cu parametrul respectiv, adică diferența empirică d cu diferența teoretică δ.

Din 2.4.9 știm că diferența teoretică este egală cu zero. Ipoteza nulă este justă atunci cînd diferența empirică nu se abate semnificativ de la zero și este falsă atunci cînd diferența găsită se abate semnificativ de la zero.

Pentru probe > 100 observații, semnificația unei diferențe se poate examina pe două căi.

Prima cale constă în stabilirea diferenței semnificative celei mai mici care se numește *diferența limită DL* și care se calculează înmulțind abaterea standard a diferenței s_d cu valoarea u corespunzătoare granițelor semnificației, respectiv probabilităților de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$.

$$DL_{5\%} = 1{,}96\, s_d$$

$$DL_{1\%} = 2{,}58\, s_d$$

$$DL_{0{,}1\%} = 3{,}29\, s_d$$

Formula generală este:

$$DL = u \cdot s_d \tag{3.2}$$

Dacă diferența empirică este mai mică decît diferența limită DL, atunci nu este semnificativă și invers dacă diferența găsită este mai mare decît diferența limită, atunci ea este semnificativă.

Exemplul 3.3. Să se stabilească dacă diferența în ceea ce privește conținutul de fibre dintre linia de cînepă 59-151 și soiul de cînepă ICAR 42-118 este semnificativă.

$\bar{x}_1 = 27{,}01\%$, $\bar{x}_2 = 19{,}30\%$, $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 7{,}71\%$, $s_d = 0{,}21\%$ $n = 500$

$$DL_{5\%} = 1{,}96 \cdot 0{,}21 = 0{,}41\%$$
$$DL_{1\%} = 2{,}58 \cdot 0{,}21 = 0{,}54\%$$
$$DL_{0{,}1\%} = 3{,}29 \cdot 0{,}21 = 0{,}69\%$$

Diferența dintre cele două variante este foarte semnificativă, deoarece ea depășește diferența limită chiar la o probabilitate de transgresiune α de 0,1%. Ipoteza nulă s-a dovedit falsă în acest caz.

Exemplul 3.4. Să se stabilească semnificația diferenței în ceea ce privește conținutul mediu de fibre dintre soiul de cînepă ICAR 42-118 și linia de cînepă 59-290.

$$\bar{x}_1 = 19{,}30\%\,;\ \bar{x}_2 = 18{,}57\%\,;\ d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0{,}73\%\,;\ s_d = 0{,}40\%$$
$$DL_{5\%} = 1{,}96 \cdot 0{,}40 = 0{,}78$$

Diferența găsită, fiind mai mică decît diferența limită este nesemnificativă. Ipoteza nulă este justă în acest caz.

Cea de a doua cale de examinare a semnificației unei diferențe constă în calcularea valorii u empirice și aflarea valorii α corespunzătoare (Tabela IV din anexă).

Valoarea u se află împărțind diferența dintre două medii la abaterea standard a diferenței:

$$u = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_d} = \frac{d}{s_d} \tag{3.3}$$

Dacă valoarea α corespunzătoare valorii u găsite de noi este sub 5% diferența este semnificativă.

Exemplul 3.5. Să se stabilească dacă diferența dintre soiul ICAR 42-118 și linia 59-151 este semnificativă (vezi exemplul 3.3).

$$u = \frac{27{,}01 - 19{,}30}{0{,}21} = \frac{7{,}71}{0{,}21} = 36{,}7$$

Căutînd în tabela IV din anexă găsim că deja la $u = 3{,}9$, $\alpha = 0{,}01$ deci diferența este foarte asigurată.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 3.6. Să se stabilească dacă diferența dintre soiul ICAR 42-118 și linia B. 59-290 este semnificativă (vezi exemplul 3.4).

$$u = \frac{19{,}30 - 18{,}57}{0{,}40} = \frac{0{,}73}{0{,}40} = 1{,}82$$

Valoarea α corespunzătoare lui $u = 1{,}82$ este de 6,87% deci diferența este nesemnificativă. Practic cele două soiuri nu se deosebesc în ceea ce privește conținutul de fibre.

3.4. Testul *u*

Examinarea semnificației unei observații dintr-o distribuție normală, a unei medii sau a unei diferențe supuse legii normale, pe baza valorilor *u* (Tabela IV din anexă) constituie *testul u*. În unele lucrări de metode statistice prin testul *u* se înțelege modalitatea de examinare a semnificației unei diferențe supuse distribuției normale folosind formula (3.3).

$$u = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_d} = \frac{d}{s_d}$$

Prin analogie cu testul *t* (vezi 3.5) noi vom păstra prima definiție socotind-o mai cuprinzătoare și mai justă. După cum s-a arătat, testul *u* se folosește în cazul distribuțiilor alcătuite dintr-un număr mare de observații (> 100).

3.5. Testul *t*

S-a arătat în secțiunea 3.1 că în cazul distribuțiilor supuse legii normale (a distribuțiilor alcătuite dintr-un număr mare de valori individuale, mai mare de 100) granițele semnificației pentru valorile individuale sînt $\bar{x} \pm 1{,}96\ s$; $\bar{x} \pm 2{,}58\ s$ și $\bar{x} \pm 3{,}29\ s$. Pentru distribuțiile supuse legii *t* (a distribuțiilor alcătuite dintr-un număr mic de observații, mai mic de 100) nu mai sînt valabile granițele $\bar{x} \pm us$ în care *u* ia valorile $\pm 1{,}96$, $\pm 2{,}58$ și $\pm 3{,}29$, ci granițele $\bar{x} \pm ts$ în care valorile lui *t* variază în funcție de numărul gradelor de libertate *l* și a probabilităților de transgresiune α (Tabela VI din anexă). În felul acesta granițele semnificației se lărgesc mult. Astfel dacă ne referim la o probă alcătuită din $n = 6$ observații ($l = n\text{-}1 = 6 - 1 = 5$) sfera abaterilor accidentale se întinde pentru $\alpha = 5\%$:

de la $\bar{x} - 2{,}571\ s$ pînă la $\bar{x} + 2{,}571\ s$

iar pentru $\alpha = 1\%$

de la $\bar{x} - 4{,}032\ s$ pînă la $\bar{x} + 4{,}032\ s$

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 3.7. Să se stabilească granițele abaterilor accidentale pentru producția soiului de grîu Etoile de Choisy ținînd seama că $\bar{x} = 12$ kg ; $s = 2{,}19$ kg, iar $n = 6$.

$$\alpha = 5\% :$$

$$12 - 2{,}571 \cdot 2{,}19 = 6{,}37 \text{ kg}$$

$$12 + 2{,}571 \cdot 2{,}19 = 17{,}63 \text{ kg}$$

$$\alpha = 1\% :$$

$$12 - 4{,}032 \cdot 2{,}19 = 3{,}17 \text{ kg}$$

$$12 + 4{,}032 \cdot 2{,}19 = 20{,}83 \text{ kg}$$

Probabilitatea ca soiul Etoile de Choisy să dea producții în cazul repetării experienței, sub 3,17 kg la parcela repetiție sau peste 20,83 kg este mai mică de 1%.

3.5.1. Examinarea semnificației mediilor supuse distribuției t

S-a arătat în secțiunea 3.2 că granițele confidenței în cazul mediilor supuse distribuției normale se calculează cu ajutorul formulei (3.1) :

$$\bar{x} \pm u \cdot s_{\bar{x}}$$

iar intervalul de confidență este cuprins între $\bar{x} - u \cdot s_{\bar{x}}$ și $\bar{x} + u \cdot s_{\bar{x}}$. În cazul mediilor supuse distribuției t (mediile distribuțiilor formate dintr-un număr mic de observații, sub 100) granițele confidenței se calculează cu ajutorul formulei (3.4.)

$$\bar{x} \pm t \cdot s_{\bar{x}} \tag{3.4}$$

iar intervalul de confidență este cuprins între $\bar{x} - t \cdot s_{\bar{x}}$ și $\bar{x} + t \cdot s_{\bar{x}}$.

Exemplul 3.8 Să se stabilească granițele confidenței producției medii de boabe la soiul de grîu Etoile de Choisy ținînd seama că $\bar{x} = 12$ kg ; $s_{\bar{x}} = 0{,}89$ kg iar $n = 6$.

$$\alpha = 5\% :$$

$$12 - 2{,}571 \cdot 0{,}89 = 9{,}71 \text{ kg}$$

$$12 + 2{,}571 \cdot 0{,}89 = 14{,}29 \text{ kg}$$

$$\alpha = 1\% :$$

$$12 - 4{,}032 \cdot 0{,}89 = 8{,}41 \text{ kg}$$

$$12 + 4{,}032 \cdot 0{,}89 = 15{,}59 \text{ kg}$$

Scanned with OKEN Scanner

$\alpha = 0{,}1\%$:

$$12 - 6{,}859 \cdot 0{,}89 = 5{,}89 \text{ kg}$$

$$12 + 6{,}859 \cdot 0{,}89 = 18{,}10 \text{ kg}$$

Probabilitatea ca soiul de grîu Etoile de Choisy să dea o producție medie, în cazul repetării experienței sub 5,89 kg sau peste 18,10 kg este mai mică de 0,1%.

3.5.2. Examinarea semnificației diferențelor supuse distribuției t

Pentru examinarea semnificației diferențelor supuse distribuției t (a diferențelor probelor mici, sub 100 observații) se folosesc de asemenea două metode ca și în cazul diferențelor supuse distribuțiilor normale.

Prima metodă constă în stabilirea diferenței limită DL, folosindu-se formula (3.5)

$$DL = t \cdot s_d \tag{3.5}$$

Cînd se compară două probe, numărul gradelor de libertate nu este $n - 1$ ci este diferit. Astfel, dacă cele două probe au același număr de valori individuale, numărul gradelor de libertate este $2(n - 1)$:

$$(n - 1) + (n - 1) = 2(n - 1)$$

Dacă cele două probe au un număr diferit de observații, numărul gradelor de libertate este $n_1 + n_2 - 2$:

$$(n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$$

Astfel dacă ne referim la diferența de producție dintre soiurile de grîu de toamnă Etoile de Choisy și Ponca încercate în 6 repetiții, numărul gradelor de libertate este :

$$2(n - 1) = 2(6 - 1) = 10$$

Căutînd în tabela VI din anexă găsim că valorile t pentru, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ și pentru $l = 10$ sînt 2,228, 3,169 și 4,587.

Exemplul 3.9. Să se stabilească dacă diferența de producție dintre soiurile de grîu de toamnă Etoile de Choisy și Ponca este semnificativă.

$\bar{x}_1 = 12$ kg ; $\bar{x}_2 = 7$ kg ; $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 5$ kg ; $s_d = 0{,}95$; $n = 6$

$$DL\ 5\% = 2{,}228 \cdot 0{,}95 = 2{,}12 \text{ kg}$$

$$DL\ 1\% = 3{,}169 \cdot 0{,}95 = 3{,}01 \text{ kg}$$

$$DL\ 0{,}1\% = 4{,}587 \cdot 0{,}95 = 4{,}36 \text{ kg}$$

Scanned with OKEN Scanner

Sporul de producție al soiului Etoile de Choisy ($d = 5$) depășind diferența limită chiar la o probabilitate de transgresiune de 0,1% este foarte semnificativ.

Exemplul 3.10. Să se calculeze dacă sporul de producție al soiului de grîu Etoile de Choisy, care este de 0,8 kg în comparație cu producția soiului San Pastore este asigurat.

$$\bar{x}_1 = 12 \text{ kg}; \bar{x}_2 = 11{,}2 \text{ kg}; \quad d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0{,}8 \text{ kg}; \quad s_d = 0{,}45 \text{ kg}; \quad n = 6.$$

$$DL\ 5\% = 2{,}228 \cdot 0{,}45 = 1{,}003 \text{ kg}$$

Sporul de producție al soiului Etoile de Choisy este neasigurat.

A doua metodă de examinare a semnificației unei diferențe este calcularea *valorii t empirice* și aflarea valorii α corespunzătoare.

Valoarea t empirică se află împărțind diferența dintre medii la eroarea diferenței respective:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_d} = \frac{d}{s_d} \tag{3.6}$$

Exemplul 3.11. Să se calculeze dacă diferența de producție dintre soiurile Etoile de Choisy și Ponca este semnificativă (vezi exemplul 3.9).

$$t = \frac{12 - 7}{0{,}95} = \frac{5}{0{,}95} = 5{,}26$$

Căutînd în tabela IX din anexă găsim că valoarea α corespunzătoare lui $t = 5{,}26$ și $l = 10$ este $< 0{,}1\%$, deci diferența de producție este foarte asigurată.

Exemplul 3.12. Să se stabilească dacă diferența de producție dintre soiul Etoile de Choisy și San Pastore este asigurată (vezi exemplul 3.10)

$$t = \frac{12 - 11{,}2}{0{,}45} = \frac{0{,}80}{0{,}45} = 1{,}78$$

Căutînd în tabela IX din anexă găsim că valoarea α corespunzătoare lui $t = 1{,}78$ și $l = 10$ este cuprinsă între 8,7% și 10,2%, de unde rezultă că diferența este nesemnificativă.

Exemplele de examinare a semnificației diferenței cu ajutorul testului t prezentate mai sus s-au referit la probe care au același număr de observații. Dăm în continuare un exemplu de examinare a semnificației unei diferențe dintre două probe care au un număr diferit de observații.

Exemplul 3.13. Să se stabilească dacă diferența de producție dintre două variante cu un număr diferit de repetiții este semnificativă. Producțiile repetiții ale celor două variante și calculul erorii diferenței folosind formulele (2.53) și (2.54) sînt arătate în tabelul 3.1.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 3.1: Calculul abaterii standard a diferenței folosind formulele (2.53) și (2.54)

x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	$(\Sigma x_1)^2$	$(\Sigma x_2)^2$
10	9	100	81		
12	8	144	64		
9	6	81	36		
11	10	121	100	$88^2=7744$	$48^2=2304$
10	8	100	64		
9	7	81	49		
13		169			
14		196			

$$\Sigma x_1 = 88 \quad \Sigma x_2 = 48 \quad \Sigma x_1^2 = 992 \quad \Sigma x_2^2 = 394 \quad \frac{(\Sigma x_1)^2}{n} = 968 \quad \frac{(\Sigma x_2)^2}{n} = 384$$

$$\bar{x}_1 = 11 \qquad \bar{x}_2 = 8$$

$$s^2 = \frac{(992 + 394) - (968 + 384)}{14 - 2} = 2{,}83$$

$$s_d = \sqrt{2{,}83\,\frac{8 + 6}{8 \cdot 6}} = 0{,}91$$

$$d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 11 - 8 = 3$$

$$l = n_1 + n_2 - 2 = 8 + 6 - 2 = 12$$

Valorile t pentru $l = 12$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,179, 3,055 și 4,318.

$$DL\ 5\% = 2{,}179 \cdot 0{,}91 = 1{,}98$$

$$DL\ 1\% = 3{,}055 \cdot 0{,}91 = 2{,}78$$

$$DL\ 0{,}1\% = 4{,}318 \cdot 0{,}91 = 3{,}93$$

Diferența găsită ($d = 3$) depășind DL 1% este distinct semnificativă.

Pentru aflarea valorii α corespunzătoare acestei diferențe, calculăm valoarea t empirică

$$t = \frac{3}{0{,}91} = 3{,}29$$

Pentru $t = 3{,}29$ și $l = 12$ corespunde o valoare α cuprinsă între 0,65 și 0,78%, deci diferența este distinct semnificativă.

Scanned with OKEN Scanner

3.6. Testul t multiplu

Testul t prezentat în secțiunea 3.5 se aplică atunci cînd comparăm două probe. Cînd comparația se face între mai multe probe se folosește testul t multiplu. În acest caz putem lua în considerare *testul t multiplu obișnuit*, *testul Duncan* și *testul Newman-Keuls* care diferă între ele în ceea ce privește severitatea aprecierii.

Exemplul 3.14. Să se stabilească semnificația diferențelor cu ajutorul testului t multiplu la o experiență cu 15 linii de cînepă. Metoda de așezare: dreptunghi latin de tipul $5 \times 5 \times 3$. Mărimea parcelei recoltabile 30 m². Varianța erorii $s_E^2 = 0{,}20$. Numărul gradelor de libertate l corespunzătoare erorii $s_E^2 = 52$. Probabilitatea de transgresiune $\alpha = 5\%$.

$$t(\alpha = 5\%, \quad l = 52) = 2{,}004$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}20}{5}} = 0{,}283$$

$$DL\ 5\% = 2{,}004 \cdot 0{,}283 = 0{,}567$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0{,}20}{5}} = 0{,}200$$

În tabelul 3.2 col. 1 sînt date numerele liniilor iar în col. 2 producțiile medii ($\bar{x}_1$) ale liniilor, aranjate în ordinea mărimii.

TABELUL 3.2

Nr.	$\bar{x}_i$	Testul Duncan			Testul Newman-Keuls	
		p	q	R_p	q	R_p
5	22,50					
12	20,75	2	2,829	0,566	2,83	0,566
4	18,90	3	2,976	0,595	3,40	0,680
7	18,85	4	3,073	0,615	3,74	0,748
11	18,72	5	3,143	0,629	3,98	0,796
8	18,30	6	3,198	0,640	4,16	0,832
9	18,00	7	3,241	0,648	4,31	0,862
6	17,95	8	3,277	0,655	4,44	0,888
2	17,70	9	3,307	0,661	4,55	0,910
1	17,45	10	3,333	0,667	4,65	0,930
14	17,35	11	3,355	0,671	4,73	0,946
10	17,34	12	3,374	0,675	4,81	0,962
13	16,73	13	3,391	0,678	4,88	0,976
15	15,83	14	3,406	0,681	4,94	0,988
3	12,47	15	3,419	0,684	5,00	1,000

Scanned with OKEN Scanner

Pentru aplicarea *testului t multiplu obișnuit* comparăm diferențele între cîte două medii $\bar{x}_i$ cu $DL\ 5\% = 0{,}567$. În tabelul 3.3 sînt redate diferențele între mediile $\bar{x}_i$. Valoarea 1,75 din col. 2 rîndul 2 reprezintă diferența între $\bar{x}_5$ și $\bar{x}_{12}$, valoarea 3,60 din col. 3 rîndul 2, reprezintă diferența între $\bar{x}_5$ și $\bar{x}_4$ ș.a.m.d. Diferențele notate cu semnul 0 sînt nesemnificative.

Se constată că liniile 5, 12 și 4 depășesc semnificativ în producție toate celelalte linii în timp ce liniile 13, 15 și 3 dau minusuri de producție semnificative față de toate celelalte linii.

Pentru aplicarea *testului Duncan* folosim valorile q corespunzătoare pentru $p = 2{,}3 \ldots 15$, $l = 52$, $\alpha = 5\%$ care sînt redate în tabelul 3.2, col. 4. Multiplicînd valorile q cu $s_{\bar{x}} = 0{,}200$ obținem valorile R_p care reprezintă diferențele semnificative cele mai mici (Tabelul 3.2 col. 5).

$$R_p = q \cdot s_{\bar{x}} \tag{3.7}$$

TABELUL 3.3: Diferențele și semnificația lor

	$\bar{x}_{12}$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_7$	$\bar{x}_{11}$	$\bar{x}_8$	$\bar{x}_9$	$\bar{x}_6$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_{14}$	$\bar{x}_{10}$	$\bar{x}_{13}$	$\bar{x}_{15}$	$\bar{x}_3$
$\bar{x}_5$	1,75	3,60	3,65	3,78	4,20	4,50	4,55	4,80	5,05	5,15	5,16	5,77	6,67	10,03
$\bar{x}_{12}$		1,85	1,90	2,03	2,45	2,75	2,80	3,05	3,30	3,40	3,41	4,02	4,92	8,28
$\bar{x}_4$			0,05⁰	0,18⁰	**0,60**	0,90	0,95	1,20	1,45	1,55	1,56	2,17	3,07	6,43
$\bar{x}_7$				0,13⁰	0,55⁰	0,85	0,90	1,15	1,40	1,50	1,51	2,12	3,02	6,38
$\bar{x}_{11}$					0,42⁰	**0,72**	**0,77**	1,02	1,27	1,37	1,38	1,99	2,89	6,25
$\bar{x}_8$						0,30⁰	0,35⁰	*0,60*	0,85	0,95	0,96	1,57	2,47	5,83
$\bar{x}_9$							0,05⁰	0,30⁰	0,55⁰	**0,65**	**0,66**	1,27	2,17	5,53
$\bar{x}_6$								0,25⁰	0,50⁰	*0,60*	*0,61*	1,22	2,12	5,48
$\bar{x}_2$									0,25⁰	0,35⁰	0,36⁰	0,97	1,87	5,23
$\bar{x}_1$										0,10⁰	0,11⁰	**0,72**	1,62	4,98
$\bar{x}_{14}$											0,01⁰	*0,62*	1,52	4,88
$\bar{x}_{10}$												*0,61*	1,51	4,87
$\bar{x}_{13}$													**0,90**	4,26
$\bar{x}_{15}$														3,36

În timp ce prin folosirea testului *t* obișnuit sînt nesemnificative 18 diferențe, prin folosirea testului Duncan sînt nesemnificative 23 diferențe, deci cu 5 diferențe în plus (Tabelul 3.3 — valorile subliniate). Rezultă că testul Duncan este mai sever decît testul *t* obișnuit. De pildă, în cazul testului *t* obișnuit, $\bar{x}_8$ se deosebește semnificativ de $\bar{x}_2$, în timp ce în cazul testului Duncan, diferența nu e semnificativă. Același lucru se poate spune pentru $\bar{x}_6$ și $\bar{x}_{14}$, $\bar{x}_6$ și $\bar{x}_{10}$, $\bar{x}_{14}$ și $\bar{x}_{13}$, $\bar{x}_{10}$ și $\bar{x}_{13}$. Valorile teoretice q pentru $\alpha = 0{,}1\%$; $0{,}5\%$; 1% ; 5% și 10%, $l = 1 - 120 - \infty$ și $p = 2{,}3 \ldots 100$ se găsesc în tabelele din lucrarea: H. Leon Harter „Critical Values for Duncans New Multiple Range Test" Biometrics vol. 16 Nr. 4 (1960) sau în lucrarea: Erna Weber „Grundriss der biologischen Statistik, Taf. 13—17 pag. 526—534 (1961). Prima coloană a tabelelor cuprinde gradele de libertate l. Primul rînd din capul coloanei cuprinde valorile lui p adică numărul de medii care se com-

Scanned with OKEN Scanner

pară. Coloanele din interiorul tabelelor cuprind mărimile q, care reprezintă amplitudinile de variație exprimate în unități din abaterea standard.

$$q = \frac{x_n - x_1}{s}$$

Deoarece valorile q sînt deduse pe baza distribuției t sau Student ele se numesc amplitudini de variație Student. Valorile q variază în funcție de numărul mediilor și numărul gradelor de libertate. După cum am arătat, fiecare valoare q din tabele se înmulțește cu s_x obținîndu-se amplitudinile de variație semnificative cele mai mici, care se notează cu R_p. Diferența dintre două medii oarecare dintr-un șir de k medii este considerată semnificativă dacă este mai mare decît amplitudinea de variație semnificativă corespunzătoare, adică $R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$.

Pentru aplicarea *testului Newman-Keuls* valorile q se văd în tabelul 3.2 col. 6. Valorile R_p se calculează cu ajutorul formulei (3.7). Aceste valori se văd în tabelul 3.2 col. 7.

Tabelele pentru testul Newman-Keuls se găsesc în lucrarea: Pearson, E. S., and H. O. Hartley „Biometrika — Tables for Statisticians voi. I (1954) Table 23 și 29.

Comparînd testul Newman-Keuls cu testul Duncan constatăm că sînt nesemnificative 7 diferențe în plus (Tabelul 3.3 — valorile cu caractere îngroșate), deci în total 30 diferențe, de unde rezultă că acesta este mai sever decît testul Duncan. Aplicînd testul Newman-Keuls vedem că $\bar{x}_4$ este practic egal cu $\bar{x}_8$, $\bar{x}_{11}$ este egal cu $\bar{x}_9$ și $\bar{x}_6$, $\bar{x}_9$ este egal cu $\bar{x}_{14}$ și $\bar{x}_{10}$, $\bar{x}_{14}$ este egal cu $\bar{x}_{13}$ iar $\bar{x}_{13}$ este egal cu $\bar{x}_{15}$.

Se pune întrebarea: care din cele trei teste trebuie folosite? Pentru experiențele cu soiuri, hibrizi, metode agrofitotehnice se recomandă, pentru examinarea semnificației diferențelor, testul t multiplu obișnuit și testul Duncan. Pentru experiențele privind eficacitatea diferențelor preparate fungicide, insecticide insecto-fungicide, sau eficacitatea erbicidelor se recomandă testul Duncan și Newman-Keuls. La stabilirea eficacității diferitelor medicamente se va folosi numai testul Newman-Keuls.

3.7. Examinarea semnificației diferenței dintre două probe dependente una de alta

Exemplele privitoare la stabilirea semnificației diferenței prezentate în 3.5.2 se referă la probe independente unele de altele. Se ivesc însă adesea cazuri cînd între valorile individuale a două probe există o legătură. Cu alte cuvinte valorile individuale ale celor două distribuții nu variază independent ci constituie perechi, fiind corelate. În urma corelației apare o variație (eroare) suplimentară, care dacă nu este eliminată, se adaugă la eroarea diferenței, mărind-o.

Eliminarea corelației în cazul probelor corelate se face prin *metoda diferenței*. Principiul acestei metode constă în aceea că în locul celor două probe

corelate se folosește o singură probă, aceea a diferențelor, care se deosebește de o probă obișnuită alcătuită din valori individuale prin aceea că valorile ei nu provin din măsurători directe ci reprezintă diferențe și prin faptul că media populației statistice corespunzătoare este cunoscută, fiind egală cu zero.

Abaterea standard a mediei unei astfel de probe alcătuită din diferențe, reprezintă în același timp abaterea standard a diferenței dintre mediile celor două probe originale. Eroarea mediei unei probe în care valorile individuale sînt înlocuite prin diferențe, se calculează cu ajutorul formulei (2.43), înlocuindu-se x cu d

$$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 - \frac{(\Sigma d)^2}{n}}{n(n-1)}} \tag{3.8}$$

Testul t se aplică potrivit indicațiilor din secțiunea 3.5.2. cu singura deosebire că diferența nu mai este egală cu $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ ci cu $\frac{|\Sigma d}{n}$. Numărul gradelor de libertate l este egal cu $n - 1$, deoarece este vorba de o probă — aceea a diferențelor.

Exemplul 3.15 (după A. M u d r a), 1958, modificat). În scopul cercetării acțiunii diferitelor preparate de virus asupra tutunului se infectează frunzele plantelor de tutun cu preparatele respective. Deoarece rezistența la virus (mozaic) variază foarte mult de la o plantă la alta și de la o frunză la alta, se recomandă, pentru a îndepărta variațiile datorite individualității plantelor respectiv frunzelor, să se infecteze o jumătate de frunză cu un preparat iar cealaltă jumătate cu alt preparat. Acțiunea fiecărui preparat se stabilește numărînd leziunile de pe jumătățile respective de frunze. În tabelul 3.4 sînt redate rezultatele infecției a două preparate (x_1 și x_2) de virus asupra tutunului precum și modalitatea de calcul prin metoda diferenței.

Valorile t corespunzătoare lui $l = n - 1 = 6 - 1 = 5$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,571 ; 4,032 și 6,859.

$$DL\ 5\% = 2{,}571 \cdot 0{,}62 = 1{,}594$$

$$DL\ 1\% = 4{,}032 \cdot 0{,}62 = 2{,}499$$

$$DL\ 0{,}1\% = 6{,}859 \cdot 0{,}62 = 4{,}352$$

$$s_d = \sqrt{\frac{133 - \frac{27^2}{6}}{6(6-1)}} = 0{,}62$$

Diferența dintre cele două preparate ($\bar{d} = 4{,}5$) este foarte semnificativă, deoarece depășește $DL\ 0{,}1\%$.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 3.4: Influența a două preparate de virus (mozaic) asupra tutunului

Nr. frunzei	Nr. petelor pe jumătate de frunză		Diferența $d = x_1 - x_2$	d^2
	x_1	x_2		
1	15	12	3	9
2	20	16	4	16
3	35	30	5	25
4	18	13	5	25
5	23	16	7	49
6	12	9	3	9
Suma	123	96	27	133
Media	20,5	16	4,5	

Pentru a afla valoarea α corespunzătoare acestei diferențe, calculăm valoarea t empirică.

$$t = \frac{4,5}{0,62} = 7,26$$

În tabela IX găsim că pentru $t = 7,26$ și $l = 5$ corespunde o valoare $\alpha < 0,10\%$.

Dacă facem abstracție de corelația dintre cele două variante și folosim la calculul erorii diferenței formulele (2.55) și (2.56), obținem următoarele rezultate:

$$s_d = 3,77\,; \quad t = \frac{4,5}{3,77} = 1,19$$

$$l = 2 \cdot 6 - 2 = 10\,; \quad \alpha = 25,8\%$$

Diferența dintre cele două preparate este nesemnificativă deoarece eroarea diferenței, fiind încărcată cu o eroare suplimentară, este prea mare.

3.8. Testul *F*. Examinarea omogenității a două variante

Ori de cîte ori comparăm două medii ne bazăm pe ipoteza nulă potrivit căreia cele două probe provin din aceeași populație statistică și ca atare diferența dintre mediile lor este egală cu zero. Probele respective nu numai că au aceeași medie, dar și aceeași varianță.

Dacă extragem două probe din aceeași populație statistică și notăm cu s_1^2 și s_2^2 variantele lor, raportul dintre ele va fi $\frac{s_1^2}{s_2^2}$. Dacă luăm alte două probe ale căror variante sînt s_3^2 și s_4^2, raportul va fi $\frac{s_3^2}{s_4^2}$. Un număr foarte

mare de probe extrase din aceeași populație vor da o serie de rapoarte a căror distribuție constituie distribuția F despre care s-a vorbit în secțiunea 2.7.

Valorile raportului $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ corespunzătoare probabilităților de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și gradelor de libertate l_1 și l_2 sînt redate în tabela VIII din anexă.

l_1 reprezintă numărul gradelor de libertate pentru varianța cea mare (de la numărător) iar l_2 numărul gradelor de libertate pentru varianța cea mică (de la numitor).

Tabela cuprinde, pentru $\alpha = 5\%$, valorile F care se găsesc la limita dintre abaterile accidentale și cele supraaccidentale. Valorile F mai mici decît cele indicate în tabelă cad în sfera abaterilor accidentale. Aceasta înseamnă că diferența dintre cele două varianțe este atît de mică încît ele pot fi considerate că aparțin aceleiași populații statistice. Prin urmare diferența dintre varianțe este nesemnificativă. Astfel de varianțe, care nu se deosebesc semnificativ se numesc varianțe omogene. În cazul cînd valorile F sînt mai mari decît cele din tabelă rezultă că diferența dintre varianțe este prea mare pentru ca ele să fie considerate că aparțin aceleiași populații statistice. Diferența este prin urmare semnificativă. Varianțele se deosebesc semnificativ. Astfel de varianțe se numesc varianțe neomogene. Dacă valorile F depășesc pe cele indicate în tabelă pentru $\alpha = 1\%$, diferența dintre varianțe este distinct semnificativă. Varianțele se deosebesc distinct semnificativ.

În cazul cînd două varianțe sînt omogene (varianțele nu se deosebesc semnificativ) se poate calcula o varianță medie. În cazul cînd două varianțe sînt neomogene (varianțele se deosebesc semnificativ) calculul varianței medii nu este admis.

Testul F se folosește în două scopuri și anume: a) pentru examinarea omogenității a două varianțe și b) pentru examinarea semnificației unei diferențe dintre două medii înlocuind testul t.

Exemplul 3.16. Să se examineze omogenitatea varianțelor s_1^2 și s_2^2 ale probelor din exemplul 3.13.

Folosind formula (1.23) calculăm varianțele respective.

$$s_1^2 = \frac{992 - 968}{7} = 3{,}43$$

$$s_2^2 = \frac{394 - 384}{5} = 2{,}00$$

Raportul dintre varianțe F este:

$$F = \frac{3{,}43}{2{,}00} = 1{,}72$$

Căutînd în tabela VIII din anexă găsim că pentru $\alpha = 5\%$, $l_1 = 7$, $l_2 = 5$ corespunde o valoare $F = 4{,}88$. Deoarece valoarea F empirică este mai mică decît valoarea F teoretică, varianțele individuale nu se deosebesc semnifi-

cativ. Deci varianțele $s_1^2 = 3{,}43$ și $s_2^2 = 2{,}00$ sînt omogene. În consecință calculul unei varianțe medii, așa cum s-a procedat în exemplul 3.13, este admisibil.

Să aplicăm testul F la examinarea semnificației unei diferențe dintre două probe.

Varianța $s^2 = 2{,}83$ din exemplul 3.13 reprezintă varianța medie a două probe sau *grupe*. Ea este condiționată de abaterile valorilor individuale x_1 (10, 12, 9, 11, 10, 9, 13, 14) de la media $\bar{x}_1$ (11) și de abaterile valorilor individuale x_2 (9, 8, 6, 10, 8, 7) de la media $\bar{x}_2$ (8). O astfel de varianță se numește *varianță în interiorul grupelor*. În afară de această varianță există și o altă varianță condiționată de abaterea grupei întîia, a cărei medie $\bar{x}_1 = 11$ și abaterea grupei a doua cu media $\bar{x}_2 = 8$ de la media generală $\bar{\bar{x}} = 9{,}5$. Această varianță se numește *varianță dintre grupe* și se calculează cu ajutorul formulei (1.23) pornind de la sumele celor două grupe. Pentru ca varianța obținută să fie comparabilă cu cea în interiorul grupelor, sumele respective, ridicate la pătrat, se împart la numărul valorilor individuale care constituie aceste sume:

$$\Sigma x^2 = \frac{88^2}{8} + \frac{48^2}{6} = 1352$$

$$\frac{(\Sigma x)^2}{n} = \frac{(88 + 48)^2}{14} = 1321{,}14$$

Deoarece avem două grupe numărul gradelor de libertate $l = 2 - 1 = 1$. Deci varianța dintre grupe este:

$$1352 - 1321{,}14 = 30{,}86$$

Pentru a vedea dacă varianța în interiorul grupelor și cea dintre grupe sînt omogene calculăm valoarea F

$$F = \frac{\text{Varianța dintre grupe}}{\text{Varianța în interiorul grupelor}} = \frac{30{,}86}{2{,}83} = 10{,}90$$

Numărul gradelor de libertate pentru numărător $l_1 = 2 - 1 = 1$ deoarece avem două grupe. Numărul gradelor de libertate pentru numitor $l_2 = (8-1) + (6 - 1) = 12$. Valoarea F teoretică pentru $\alpha = 5\%$ $l_1 = 1$, $l_2 = 12$ (Tabela VIII din anexă) este 4,75. Deoarece valoarea F empirică depășește pe cea teoretică diferența dintre cele două varianțe — varianța în interiorul grupelor și cea dintre grupe — este semnificativă. Deci varianțele sînt neomogene.

Ce concluzii putem trage de aici?

Să admitem că cele două probe din exemplul 3.13 reprezintă două populații de origine hibridă. Varianța în interiorul grupelor este condiționată pe de o parte de cauze sistematice (genetice) iar pe de altă parte de cauze accidentale. Deoarece cauzele accidentale au acționat la fel atît în interiorul grupelor cît și între grupe, rezultă că diferența dintre cele două populații este mai mare decît diferența dintre biotipurile aceleeași populații. Prin urmare cele două populații diferă semnificativ.

Scanned with OKEN Scanner

Să admitem că avem de a face cu două soiuri foarte omogene. În acest caz varianța în interiorul grupelor este determinată numai de cauze accidentale în timp ce varianța dintre grupe este determinată atît de cauze accidentale cît și sistematice. Există două posibilități de examinare a semnificației.

1) *Variațele sînt omogene*: înseamnă că acțiunea cauzelor sistematice asupra grupelor este practic egală cu cea a cauzelor accidentale din interiorul grupelor. Soiurile nu se deosebesc semnificativ.

2) *Variațele sînt neomogene*: înseamnă că acțiunea cauzelor sistematice asupra grupelor a fost mai puternică decît a celor accidentale din interiorul grupelor, de aceea varianța dintre grupe este sigur mai mare decît cea în interiorul grupelor. Soiurile se deosebesc semnificativ.

Între valoarea F și valoarea t există o strînsă legătură care în cazul a două grupe, poate fi exprimată prin relația:

$$F = t^2 \tag{3.9}$$

$$t = \sqrt{F} \tag{3.10}$$

$$t = \sqrt{10{,}90} = 3{,}30$$

Valoarea t găsită este practic egală cu cea găsită în exemplul 3.13.

3.9. Testul Bartlett. Examinarea omogenității mai multor varianțe

S-a arătat în secțiunea 3.8. că examinarea semnificației diferenței dintre două varianțe, a omogenității a două varianțe, se face cu ajutorul testului F. Pentru examinarea semnificației diferenței dintre mai multe varianțe, adică a omogenității mai multor varianțe ale unei experiențe (varianțe individuale) se folosește așa-numitul test Bartlett. M. S. Bartlett (1937) a arătat că mărimea

$$-\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{k} l_i l'_n \frac{s_i^2}{s^2}, \tag{3.11}$$

în care:

$$c = 1 + \frac{1}{3(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{l_i} - \frac{1}{l}\right) \tag{3.12}$$

urmează o distribuție aproximativ asemănătoare cu distribuția χ^2 avînd numărul gradelor de libertate $l = k - 1$, în care k reprezintă numărul grupelor din experiența respectivă.

Raportînd la logaritmii zecimali avem:

$$\chi^2 = \frac{2{,}3026}{c}\left[l \cdot \log s^2 - \sum_{i=1}^{k} l_i \log s_i^2\right] \tag{3.13}$$

Mai întîi calculăm pe χ_0^2

$$\chi_0^2 = 2{,}3026\left[l \cdot \log s^2 - \sum_{i=1}^{k} l_i \log s_i^2\right] \qquad (3.14)$$

În cazul cînd χ_0^2 nu este semnificativ, calculul se consideră încheiat (variantele individuale sînt omogene). În caz contrar se calculează c folosind formula (3.12) după care se împarte valoarea lui χ_0^2 la c [vezi formula (3.13)].

Dacă χ^2 [vezi formula (3.13)] este semnificativ, variantele grupelor se deosebesc semnificativ, adică sînt neomogene. În acest caz trebuie căutată cauza neomogenității variantelor individuale, altfel nu poate fi efectuată analiza variantei.

Exemplul 3.17. Fie o experiență cu patru linii de mazăre executată după metoda blocurilor randomizate, pe parcele de 100 m², în 5 repetiții. Producțiile de boabe în kg/parcelă și calculul variantei fiecărei linii (grupe) sînt arătate în tabelul 3.5. Calculul testului Bartlett este redat în tabelul 3.6.

TABELUL : 3.5: Calculul variantei s_i^2 pentru fiecare linie (grupă)

Blocul	Linia (grupa)			
	1	2	3	4
1	27	24	25	21
2	25	23	26	22
3	27	21	25	20
4	26	23	25	20
5	26	22	26	21
Σx	131	113	127	104
Σx^2	3435	2559	3227	2166
$\frac{(\Sigma x)^2}{n}$	3432,2	2553,8	3225,8	2163,2
$\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	2,8	5,2	1,2	2,8
l_i	4	4	4	4
s_i^2	0,7	1,3	0,3	0,7

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 3.6: Calculul testului Bartlett

Linia (grupa)	l_i	s_i^2	$\log s_i^2$	$l_i \cdot \log s_i^2$
1	4	0,7	0,8451—1	3,3804—4
2	4	1,3	0,1139	0,4556
3	4	0,3	0,4771—1	1,9084—4
4	4	0,7	0,8451—1	3,3804—4
	16	0,75		9,1248—12 =0,1248—3 =—2,8752

$$\log 0{,}75 = 0{,}8751—1$$

$$16 \cdot \log 0{,}75 = 14{,}0016 — 16 = 0{,}0016 — 2 = — 1{,}9984$$

$$\chi_0^2 = 2{,}3026 \ (—1{,}9984 + 2{,}8752) = 2{,}019$$

$$l = 4 — 1 = 3$$

Căutînd în tabela VII din anexă găsim că lui $\chi_0^2 = 2{,}019$, $l = 3$ îi corespunde o valoare $\alpha > 50\%$, de unde rezultă că deosebirile dintre variațele liniilor (grupelor) sînt nesemnificative. Variațele individuale sînt prin urmare omogene.

3.10. Corectarea testului t

În cazul cînd testul F și testul Bartlett arată că variațele individuale sînt neomogene (diferențele dintre variațe sînt semnificative) aplicarea testului t potrivit indicațiilor din secțiunea 3.5. este incorectă, deoarece valorile t nu mai urmează distribuția Student.

Cînd numărul valorilor individuale care formează probele este mare și cînd probele au același număr de valori individuale, heterogenitatea variațelor nu influențează prea mult asupra distribuției t și testul t se aplică fără restricții potrivit indicațiilor din secțiunea 3.5. Dacă probele sînt alcătuite dintr-un număr mic de observații iar numărul observațiilor diferă de la o probă la alta aplicarea testului t conform normelor obișnuite (3.5) duce la erori. În acest caz, se recomandă să se calculeze *valoarea t ponderată* cu ajutorul formulei lui W. G. Cochran și G.M. Cox (1957):

$$t' = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2} \qquad (3.15)$$

în care t_1 și t_2 reprezintă valorile t corespunzătoare numărului gradelor de libertate a variantelor comparate și probabilității de transgresiune $\alpha = 5\%$ iar w_1 și w_2 sînt factori de corecție.

$$w_1 = \frac{s_1^2}{n_1}; \quad w_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$$

Exemplul 3.18. Fie două probe alcătuite dintr-un număr diferit de observații. Calculînd variațele celor două probe și raportul F dintre variațe, obținem rezultatele din tabelul 3.7.

$$F = \frac{16}{1{,}43} = 11{,}19^{**}$$

Se constată că valoarea F găsită este distinct semnificativă (Tabela VIII din anexă: $l_1 = 2$, $l_2 = 7$, $\alpha = 1\%$, $F = 9{,}55$) de unde rezultă că diferența dintre variațe este distinct semnificativă. Variațele sînt prin urmare neomogene și deci calculul unei variațe medii nu este indicat. Dacă facem abstracție de aceasta și aplicăm testul t din secțiunea 3.5.2. obținem:

TABELUL 3.7

	Proba 1	Proba 2
	12	9
	8	6
	16	7
		6
		8
		9
		7
		8
Σx	36	60
$\bar{x}$	12	7,5
Σx^2	464	460
$\frac{(\Sigma x)^2}{n}$	432	450
$\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$	32	10
l_i	2	7
s_i^2	16	1,43

$$s^2 = \frac{(464 + 460) - (432 + 450)}{3 + 8 - 2} = 4{,}67$$

$$s_d = \sqrt{4{,}67 \frac{8+3}{8 \cdot 3}} = 1{,}46$$

$$l = n_1 + n_2 - 2 = 3 + 8 - 2 = 9$$

$$DL\ 5\% = 2{,}26 \cdot 1{,}46 = 3{,}30$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 12 - 7{,}5 = 4{,}5^{*}$$

Vedem că diferența dintre mediile probelor este semnificativă.

Calculînd valoarea t ponderată cu ajutorul formulei (3.15) găsim:

$$w_1 = \frac{16}{3} = 5{,}33; \quad w_2 = \frac{1{,}43}{8} = 0{,}18$$

$$t_1 = 4{,}30 \qquad t_2 = 2{,}36$$

$$t' = \frac{5{,}33 \cdot 4{,}30 + 0{,}18 \cdot 2{,}36}{5{,}33 + 0{,}18} = 4{,}24$$

$$DL_{5\%} = 1{,}46 \cdot 4{,}24 = 6{,}19$$

De data aceasta diferența dintre medii este nesemnificativă, ceea ce este just. Fără corecție se obține o diferență limită (DL 5%) care reprezintă aproape jumătate din valoarea exactă.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 4

Analiza varianței

4.1. Generalități

Analiza varianței reprezintă procesul matematic de descompunere a varianței totale în componentele ei. Altfel exprimat *AV* reprezintă procesul de descompunere a varianței totale în diferite variații potrivit cauzelor care le provoacă. După epuizarea tuturor posibilităților de analiză după criterii obiective rămîne un rest a cărui cauzalitate nu se cunoaște. Acest rest cade în sfera erorilor accidentale, din care cauză varianța acestui rest se numește *varianța erorii*. Deoarece varianța erorii nu mai poate fi analizată ea se folosește ca măsură pentru examinarea semnificației celorlalte componente ale varianței. Examinarea se face prin intermediul testului *F* (vezi 3.8) și a testului *t* (vezi 3.5).

Analiza varianței a fost dezvoltată inițial de către R. A. F i s h e r la valorificarea rezultatelor din cîmpurile experimentale. În ultimele decenii sfera ei de aplicabilitate s-a lărgit foarte mult cuprinzînd toate domeniile experimentale în care se obțin valori cantitative. În prezent *AV* reprezintă una din cele mai generale și mai des folosite metode statistice.

Pentru calculul varianței s^2, se folosește în cazul șirurilor statistice mici, una din formulele (1.17), (1.19), (1.21) și (1.23) indicate în secțiunea 1.4.3.4. În practică se folosește cu precădere formula (1.23) :

$$s^2 = \frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1}$$

După cum s-a arătat în secțiunea 1.4.3.4, expresia $\frac{(\Sigma x)^2}{n}$ se numește *termen de corecție* sau scăzător și se notează cu *TC* ; expresia $\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$ se numește *suma patratelor abaterilor* și se notează cu *SPA* iar $n-1$ este *numărul gradelor de libertate* și se notează cu *l*.

În cazul cînd valorile individuale dintr-un șir statistic reprezintă frecvențe, *AV* se aplică după ce acestea au fost transformate.

La *AV* semnificația diferențelor dintre mediile probelor se stabilesc prin intermediul unei singure erori a diferenței s_d, ceea ce implică condiția prealabilă ca toate s_d posibile să fie omogene. Această condiție se realizează atunci cînd varianțele tuturor probelor sînt omogene. De aci rezultă principiul de bază că *AV* este aplicabilă atunci cînd varianțele probelor (varianțele individuale —de exemplu, varianțele soiurilor dintr-o experiență cu soiuri), sînt omogene. După cum s-a văzut, acest lucru se stabilește, în cazul a două probe, cu aju-

Scanned with OKEN Scanner

torul testului F (vezi secțiunea 3.8) iar în cazul mai multor probe cu ajutorul testului Bartlett (vezi secțiunea 3.9).

Un alt principiu care trebuie respectat la AV este ca probele să fie alese după metoda alegerii la întîmplare (vezi secțiunea 1.2.1). La experiențele în cîmp acest deziderat se realizează prin randomizarea variantelor.

În sfîrșit trebuie să se lucreze cu un număr cît mai mare de valori individuale care să se supună distribuției normale sau distribuției t.

Exemplu 4.1. Pentru a ne familiariza cu tehnica metodei AV vom aplica-o la o experiență cu doi hibrizi dubli de porumb ale căror producții (kg/parcelă) sînt:

$HD_1 = 10, 9, 12, 11, 13, 11;$ $\quad \Sigma x_1 = 66;$ $\quad \bar{x}_1 = 11$

$HD_2 = 13, 9, 18, 10, 15, 13;$ $\quad \Sigma x_2 = 78;$ $\quad \bar{x}_2 = 13$ $\quad \bar{\bar{x}} = 12$

Potrivit ipotezei nule, ambele probe (grupe) provin din aceeași populație statistică. Să considerăm că cele două probe formează o singură probă cu media generală $\bar{\bar{x}} = 12$. Fiecare valoare individuală a acestei probe se abate atît de la media generală $\bar{\bar{x}}$ cît și de la mediile grupelor $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$. Abaterile de la media generală formează *varianța totală* iar abaterile de la mediile grupelor *varianța în interiorul fiecărei grupe*. În afară de aceste variante există o a treia varianță determinată de abaterea celor două grupe de la media generală. Această varianță se numește *varianță dintre grupe*. Așadar varianța probei unice — varianța totală — se compune din varianța în interiorul grupelor și varianța dintre grupe. Calculul fiecărei variante se desfășoară astfel:

Varianța totală:

$$\Sigma x^2 = 10^2 + 9^2 + 12^2 + \ldots\ldots + 13^2 = 1804$$

$$TC = \frac{(10 + 9 + 12 + \ldots\ldots + 13)^2}{12} = 1728$$

$$SPA = 1804 - 1728 = 76$$

$$l = 12 - 1 = 11$$

$$s^2 = \frac{76}{11} = 6{,}91$$

Varianța dintre grupe:

$$\Sigma x^2 = \frac{66^2 + 78^2}{6} = 1740$$

$$TC = 1728$$

$$SPA = 1740 - 1728 = 12$$

$$l = 2 - 1 = 1$$

$$s^2 = \frac{12}{1} = 12$$

Scanned with OKEN Scanner

Varianța în interiorul grupelor :

$$SPA = 76 - 12 = 64$$

$$l = 11 - 1 = 10$$

$$s^2 = \frac{64}{10} = 6,4$$

Se întocmește tabelul varianțelor după modelul de mai jos (Tabelul 4.1).

$$F = \frac{\text{Varianța dintre grupe}}{\text{Varianța în interiorul grupelor}} = \frac{12}{6,4} = 1,88$$

Valorile F teoretice pentru $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$, $l_1 = 1$ $l_2 = 10$ sînt 4,96 și 10,04. Deoarece valoarea F empirică este mai mică decît valoarea $F_{5\%}$ teoretică, diferența dintre varianțe este nesemnificativă ; deci cele două varianțe sînt omogene. Testul F ne mai spune că cei doi hibrizi nu se deosebesc semnificativ. Pentru verificare aplicăm în continuare testul t folosind ca varianță a erorii, varianța în interiorul grupelor.

TABELUL 4. 1: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.1

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Între grupe	12	1	12	1,88
În interiorul grupelor	64	10	6,4	
Total	76	11		

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,4}{6}} = 1,46 \text{ kg/p}$$

Valoarea t pentru $\alpha = 5\%$; $l = 10$ este 2,228

$$DL_{5\%} = 2,\ 228.\ 1,46 = 3,25 \text{ kg/p}$$

$$d = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = 13 - 11 = 2 \text{ kg}$$

Diferența de producție dintre cei doi hibrizi este nesemnificativă.

4.2. Analiza simplă a varianței

4.2.1. Grupe de aceeași mărime

Schema AV pentru experiențele cu două grupe de aceeași mărime (exemplul 4.1) poate fi folosită și la experiențele cu mai multe grupe (variante) de aceeași mărime, cu singura deosebire că numărul gradelor de libertate l

Scanned with OKEN Scanner

pentru varianța dintre grupe nu este $2 - 1$, ci $k - 1$ în care k este numărul grupelor (variantelor).

SCHEMA 4.1: **Analiza variației pentru grupe de aceeași mărime**

	Grupe				Total
	1	2		k	
Valori individuale x	x_{11}	x_{21}	x_{i1}	x_{k1}	
	x_{12}	x_{22}	x_{i2}	x_{k2}	
	.....				
	x_{1j}	x_{2j}	x_{ij}	x_{kj}	
	.....				
	x_{1n}	x_{2n}	x_{in}	x_{kn}	
Suma	V_1	V_2	V_i	V_k	$\Sigma V = \Sigma x$
Media	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_i$	$\bar{x}_k$	$\bar{\bar{x}}$
Numărul valorilor individuale	n_1	n_2	n_i	n_k	N

Grade de libertate:

Total $l_T = N - 1$

Grupe $l_V = k - 1$

Eroare $l_E = N - k = k\ (n - 1)$

Termenul de corecție $TC = \frac{(\Sigma x)^2}{N}$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total $SPA_T = \Sigma x^2 - TC$

Grupe $SPA_V = \left(\frac{V_1^2 + V_2^2 + \ldots + V_k^2}{n}\right) - \frac{(\Sigma x)^2}{N}$

Eroare $SPA_E = SPA_T - SPA_V$

Varianța:

Grupe $s_V^2 = \frac{SPA_V}{l_V}$

Eroare $s_E^2 = \frac{SPA_E}{l_E}$

Testul F:

$$F = \frac{s_V^2}{s_E^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Testul t:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_E^2}{n}}$$

$$DL_{5\%} = t_{5\%} \cdot s_d$$
$$DL_{1\%} = t_{1\%} \cdot s_d$$
$$DL_{0,1\%} = t_{0,1\%} \cdot s_d$$

Exemplul 4.2. În scopul stabilirii calității glutenului la 4 linii de grîu de toamnă s-a determinat indicele de umflare a glutenului în soluție de acid lactic (metoda Berliner și Koopmann) efectuîndu-se 6 determinări la fiecare linie în parte. Analiza liniilor în repetiții a fost necesară pentru stabilirea erorii experimentale. Rezultatele determinărilor se văd în tabelul 4.2. Ca surse de variație a valorilor individuale pot fi luate în considerare: a) deosebirea dintre linii, b) deosebirea dintre repetiții și c) eroarea experimentală. Deoarece cele 6 determinări au fost efectuate în condiții identice vom face abstracție de influența repetițiilor, luînd în considerare numai deosebirea dintre linii și eroarea experimentală.

TABELUL 4.2: Indicele de umflare a glutenului (în cm³) la liniile de grîu de toamnă

x	Linii 1	Linii 2	Linii 3	Linii 4	Total
	10	18	12	20	
	9	17	12	19	
	10	19	11	22	
	10	18	10	21	
	9	17	12	19	
	11	18	13	20	
Suma	59	107	70	121	357
Media	9,83	17,83	11,67	20,17	14,88
Numărul valorilor individuale	6	6	6	6	24

Schema gradelor de libertate este următoarea:

Total $24 - 1 = 23$

Linii (grupe) $4 - 1 = 3$

Eroare $23 - 3 = 20$

Calculăm mai întîi termenul de corecție TC:

$$TC = \frac{357^2}{24} = 5310{,}38$$

Scanned with OKEN Scanner

Urmează calculul sumei patratelor abaterilor *SPA*:

$$\text{Total: } 10^2 + 9^2 + 10^2 + \ldots + 20^2 - 5310{,}38 = 452{,}62$$

$$\text{Linii: } \frac{59^2 + 107^2 + 70^2 + 121^2}{6} - 5310{,}38 = 434{,}79$$

$$\text{Eroare: } 452{,}62 - 434{,}79 = 17{,}83$$

Rezultatele *AV* se văd în tabelul 4.3:

TABELUL 4.3: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.2

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Linii	434,79	3	144,93	162,84**
Eroare	17,83	20	0,89	
Total	452,62	23		

Valorile *F* teoretice pentru $l_1 = 3$, $l_2 = 20$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt: $F_{5\%} = 3{,}10$, $F_{1\%} = 4{,}94$, deci valoarea *F* găsită este distinct semnificativă. Deoarece varianța dintre linii este cu mult mai mare decît varianța erorii, reiese că diferența dintre linii în ceea ce priveste calitatea glutenului este distinct semnificativă. Pentru a stabili gradul semnificației fiecărei diferențe recurgem la testul *t* calculînd în prealabil eroarea diferenței cu ajutorul formulei (2.56) în care s^2 este varianța erorii.

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}89}{6}} = 0{,}55$$

Valorile *t* teoretice pentru $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$, $\alpha = 0{,}1\%$ și $l = 20$ sînt: $t_{5\%} = 2{,}086$, $t_{1\%} = 2{,}845$, $t_{0{,}1\%} = 3{,}850$. Se folosesc valorile *t*, corespunzătoare lui $l = 20$, deoarece varianța erorii rezultă din împărțirea lui *SPA*-eroare la 20. Justețea acestui număr rezultă din faptul că varianța erorii 0,89 este valabilă pentru toate cele 4 linii (grupe) fiecare din ele avînd $l = 6 - 1 = 5$ deci numărul gradelor de libertate pentru toate liniile este $4 \cdot 5 = 20$.

$$DL_{5\%} = 2{,}086 \cdot 0{,}55 = 1{,}15$$

$$DL_{1\%} = 2{,}845 \cdot 0{,}55 = 1{,}56$$

$$DL_{0{,}1\%} = 3{,}850 \cdot 0{,}55 = 2{,}12$$

Semnificația diferențelor între cîte două medii $\bar{x}_i$ se vede în tabelul 4.4. Cinci diferențe sînt foarte semnificative iar una distinct semnificativă. În comparație cu media generală $\bar{x} = 14{,}88$ toate diferențele sînt foarte semnificative. Linia nr. 1 are o calitate slabă, linia nr. 3 o calitate bună iar liniile nr. 2 și nr. 4 o calitate foarte bună.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.4: Semnificația diferențelor cu ajutorul testului *t*

Linii	$\bar{x}_i$	Diferențe		
		2	3	1
4	20,17	2,34***	8,50***	10,34***
2	17,83	—	6,16***	8,00***
3	11,67		—	1,84**
1	9,83			—

Pentru a aprecia mai ușor gradul semnificației unei abateri (de ex. a unei diferențe dintre două variante experimentale) se folosesc în statistică următoarele simboluri:

* abatere pozitivă semnificativă $5\% \geqslant \alpha > 1\%$

** abatere pozitivă distinct semnificativă $1\% \geqslant \alpha > 0{,}1\%$

*** abatere pozitivă foarte semnificativă $\alpha < 0{,}1\%$

0 abatere negativă semnificativă $5\% \geqslant \alpha > 1\%$

00 abatere negativă distinct semnificativă $1\% \geqslant \alpha > 0{,}1\%$

000 abatere negativă foarte semnificativă $\alpha < 0{,}1\%$

4. 2.2. Grupe de mărimi diferite

Schema *AV* pentru grupe de mărimi diferite este asemănătoare cu schema pentru grupe de aceeași mărime cu deosebirea că *SPA* pentru grupe se calculează împărțind patratul sumei fiecărei grupe (V^2) la numărul observațiilor din grupa respectivă după care cîturile se însumează iar eroarea diferenței s_d nu se calculează după formula (2.56) ci după formula (2.54).

Exemplul 4.3. Analizîndu-se conținutul de amidon la 5 hibrizi dubli de porumb, s-au obținut rezultatele din tabelul 4.5. Să se stabilească dacă diferențele dintre hibrizi în ceea ce privește bogăția în amidon sînt semnificative. Variația observațiilor este determinată de a) deosebirea dintre hibrizi (grupe), b) deosebirea dintre repetiții, de care facem abstracție și c) eroarea experimentală.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.5: Conținutul în amidon (%) a hibrizilor dubli de porumb

	Hibrizi dubli					Total
	1	2	3	4	5	
x	60	68	70	63	69	
	64	65	74	64	70	
	61	66	72	63	71	
	62	69	73	62	69	
	65	67	75	60	70	
	60	70		60	72	
	67			63		
	63					
Suma	502	405	364	435	421	2127
Media	62,75	67,50	72,80	62,14	70,17	66,47
Numărul observațiilor	8	6	5	7	6	32

Numărul gradelor de libertate:

Total $32 - 1 = 31$

Hibrizi $5 - 1 = 4$

Eroare $31 - 4 = 27$

Termenul de corecție TC:

$$TC = \frac{2127^2}{32} = 141379{,}03$$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total: $60^2 + 64^2 + 61^2 + \ldots + 72^2 - 141379{,}03 = 627{,}97$

Hibrizi: $\frac{502^2}{8} + \frac{405^2}{6} + \frac{364^2}{5} + \frac{435^2}{7} + \frac{421^2}{6} - 141379{,}03 = 530{,}48$

Eroare: $627{,}97 - 530{,}48 = 97{,}49$

Rezultatele AV sînt redate în tabelul 4.6.

TABELUL 4.6: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.3

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Hibrizi	530,48	4	132,62	36,74**
Eroare	97,49	27	3,61	
Total	627,97	31		

Valoarea F teoretică pentru $\alpha = 1\%$ $l_1 = 4$, $l_2 = 27$ este 4,11. Valoarea F găsită fiind distinct semnificativă reiese că între hibrizi există diferențe distinct semnificative. Pentru comparația exactă a hibrizilor între ei aplicăm testul t. Fiind vorba de grupe alcătuite dintr-un număr diferit de observații eroarea diferenței s_d se calculează după formula (2.54) în care s^2 este varianța erorii. Calculul nu se efectuează pentru toate grupele odată ca în exemplul

Scanned with OKEN Scanner

3.20 ci pentru fiecare două grupe, deoarece n variază de la o grupă la alta. Ca martor luăm hibridul dublu nr. 1 (grupa nr. 1).

Eroarea diferenței dintre hibridul nr. 1 și hibridul nr. 2 este:

$$s_d = \sqrt{3{,}61 \frac{8+6}{8 \cdot 6}} = 1{,}03\%$$

Numărul gradelor de libertate este 27, deoarece avem 5 grupe, fiecare din ele avînd un alt număr de grade de libertate deci avem $(8-1) + (6-1) + (5-1) + (7-1) + (6-1) = 27$

$DL_{5\%} = 2{,}052 \cdot 1{,}03 = 2{,}11\%$

$DL_{1\%} = 2{,}771 \cdot 1{,}03 = 2{,}85\%$

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}690 \cdot 1{,}03 = 3{,}80\%$

Diferența $67{,}50 - 62{,}75 = 4{,}75$ este foarte semnificativă.

Eroarea diferenței dintre hibridul nr. 1 și hibridul nr. 4 este:

$$s_d = \sqrt{3{,}61 \frac{8+7}{8 \cdot 7}} = 0{,}98\%$$

$$DL_{5\%} = 2{,}052 \cdot 0{,}98 = 2{,}01\%$$

Diferența $62{,}75 - 62{,}14 = 0{,}61$ este nesemnificativă.

Calculul se desfășoară la fel și pentru ceilalți hibrizi.

4.2.3. Grupe de aceeași mărime, dar împărțite în subgrupe

Se ivesc cazuri cînd un material statistic este alcătuit din k grupe iar fiecare grupă este constituită din mai multe subgrupe. La rîndul său fiecare subgrupă cuprinde mai multe valori individuale (Tabelul 4.7).

Sursele variației sînt următoarele: a) deosebirea dintre grupe b) deosebirea dintre subgrupe și c) deosebirea dintre elementele fiecărei subgrupe.

Renunțăm la prezentarea schemei AV ilustrînd-o printr-un exemplu.

Exemplul 4.4. (după E r n a W e b e r, 1961). Să se stabilească dacă diferitele rații nutritive alcătuite din alimente diferite au influențat semnificativ producția de ouă la găini. Numărul rațiilor nutritive (grupelor): 6. Numărul găinilor care au primit aceeași rație: 20 formînd 4 subgrupe de cîte 5 găini, fiecare subgrupă fiind adăpostită în alt adăpsot. Numărul total al găinilor 120 iar al adăposturilor 24.

Numărul de ouă produs de fiecare găină într-un anumit interval de timp este indicat în tabelul 4.7. Pentru simplificarea calculului se scade din fiecare număr valoarea 70.

Calculul începe prin efectuarea unei analize preliminare a variației în care facem abstracție de cele 6 grupe luînd în considerare numai cele 24 subgrupe.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.7: Influența diferitelor rații nutritive asupra producției de ouă la găini

Rația nr.	1				2				3				4				5				6			
Adăpostul nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Găina nr.																								
1	100	70	77	98	94	84	90	90	84	84	88	45	82	61	78	72	87	67	87	83	70	51	64	59
2	51	90	75	85	86	81	88	58	52	78	86	83	72	29	86	50	66	85	79	100	55	42	56	53
3	39	102	73	90	52	97	78	70	103	51	77	106	72	36	93	81	50	80	41	51	71	86	26	72
4	56	81	65	90	81	81	102	65	61	76	66	88	77	58	87	78	92	76	82	85	74	79	58	58
5	56	83	78	22	60	78	45	114	63	32	91	63	67	64	63	60	96	86	62	78	64	68	61	25

Tabelă de calcul
(x_i — 70)

	1				2				3				4				5				6			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	30	0	7	28	24	14	20	20	14	14	18	—25	12	—9	8	2	17	—3	17	13	0	—19	—6	—11
2	—19	20	5	15	16	11	18	—12	—18	8	16	13	2	—41	16	—20	—4	15	9	30	—15	—28	—14	—17
3	—31	32	3	20	—18	27	8	0	33	—19	7	36	2	—34	23	11	—20	10	—29	—19	1	16	—44	2
4	—14	11	—5	20	11	11	32	—5	—9	6	—4	18	7	—12	17	8	22	6	12	15	4	9	—12	—22
5	—14	13	8	—48	—10	8	—25	44	—7	—38	21	—7	—3	—6	—7	—10	26	16	—8	8	—6	—2	—9	—45
Suma (ΣA)	—48	76	18	35	23	71	53	47	13	—29	58	35	20	—102	57	—9	41	44	1	47	—16	—24	—85	—93
Suma (ΣR)	81				194				77				—34				133				—218			
Media ($\bar{x}$)	4,05				9,7				3,85				—1,7				6,65				—10,9			

Scanned with OKEN Scanner

Calculul se desfășoară ca în exemplul 4.2. considerînd că avem de a face cu o experiență formată din 24 grupe.

Numărul gradelor de libertate:

Total $120 - 1 = 119$

Între cele 24 adăposturi (subgrupe) $24 - 1 = 23$

În interiorul adăposturilor (subgrupelor) $119 - 23 = 96$

Termenul de corecție *TC*:

$$TC = \frac{233^2}{120} = 452{,}4$$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Total: $30^2 + (-19)^2 + (-31)^2 + (-14)^2 + \ldots + (-22)^2 + (-45)^2 - 452{,}4 = 40992{,}6$

Între adăposturi:

$$\frac{(-48)^2 + 76^2 + 18^2 + 35^2 + 23^2 + \ldots + (-85)^2 + (-93)^2}{5} - 452{,}4 = 12044{,}2$$

În interiorul adăposturilor (= indivizi):

$$40992{,}6 - 12044{,}2 = 28948{,}4$$

TABELUL 4.8: Analiza preliminară a variației

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2
Total	40992,6	119	
Între adăposturi	12044,2	23	
În interiorul adăposturilor =(indivizi)	28948,4	96	301,5

În continuare descompunem pe *SPA* între adăposturi în *SPA* între cele 6 tratamente (rații nutritive) și *SPA* în interiorul a 4 subgrupe alcătuite din 5 animale fiecare (în interiorul grupelor).

SPA între tratamente (grupe):

$$\frac{81^2 + 194^2 + 77^2 + (-34)^2 + 133^2 + (-218)^2}{20} - 452{,}4 = 5372{,}3$$

SPA în interiorul a 4 subgrupe alcătuite din 5 animale fiecare se obține scăzînd din *SPA* adăposturi pe *SPA* tratamente:

$$12044{,}2 - 5372{,}3 = 6671{,}9$$

TABELUL 4.9: **Tabelul varianțelor**

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2
Între cele 24 adăposturi	12044,2	23	
Între cele 6 tratamente	5372,3	5	1074,5
În interiorul a 4 subgrupe formate fiecare din 5 animale (în interiorul grupelor)	6671,9	18	370,7

După efectuarea celor două analize ale varianței ajungenm la analiza completă a varianței.

TABELUL 4.10: **Analiza completă a varianței**

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Total	40992,6	119		
Între tratamente (grupe)	5372,3	5	1074,5	3,56**
În interiorul grupelor	6671,9	18	370,7	
Între adăposturi	12044,2	23		
În interiorul adăposturilor	28948,4	96	301,5	

Valorile *F* teoretice sînt $F_{5\%} = 2{,}30$; $F_{1\%} = 3{,}20$. Valoarea *F* găsită fiind distinct semnificativă este de așteptat ca între tratamente să existe diferențe semnificative. Pentru verificare aplicăm testul Duncan. Din *AV* știm că varianța erorii este 301,5.

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{301{,}5}{20}} = 3{,}88$$

Luăm din tabela 16 (H. Leon Harter „Critical Values for Duncans New Multiple Range Test") valorile q corespunzătoare lui $p = 2, 3 \ldots 6$, $l = 96$ (în tabelă $l = 120$), $\alpha = 5\%$, calculăm pe $R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$ (vezi formula 3.7) și comparăm diferențele dintre mediile tratamentelor cu valorile R_p (Tabelul 4.11). Din datele prezentate în tabelul 4.11 se constată că tratamentul nr. 6 este inferior, deficitul în ceea ce privește producția de ouă fiind semnificativ. Toate celelalte tratamente au avut o acțiune practic egală asupra producției de ouă.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.11: Testul Duncan

Nr.	$\bar{x}_i$	p	q	R_p
6	—10,90*	2	2,800	10,864
4	— 1,70	3	2,947	11,434
3	3,85	4	3,045	11,815
1	4,05	5	3,116	12,090
5	6,65	6	3,172	12,307
2	9,70			

4.3 Analiza dublă a variantei

4.3.1. Grupe cu valori simple

În exemplele 4.2 și 4.3 am prezentat cazul cînd valorile individuale se grupează după un singur criteriu și anume pe soiuri (4.2) sau pe hibrizi (4.3). Exemplul 4.4 reprezintă un caz special, totuși și aci, dacă luăm în considerare numai cele 24 subgrupe făcînd abstracție de existența grupelor, observațiile se grupează tot după un singur criteriu: pe adăposturi. În toate aceste cazuri varianța totală se descompune în două componente.

În numeroase cazuri observațiile pot fi grupate după două criterii iar varianța totală poate fi descompusă în trei componente. Un astfel de caz este cel citat în exemplul 3.15 în care s-au comparat acțiunile a două preparate de virus asupra tutunului. Variația rezultatelor experimentale din acest exemplu este determinată pe de o parte de acțiunea diferită a preparatelor și de cauze accidentale iar pe de altă parte de rezistența diferită a frunzelor. Abaterile datorită individualității frunzelor suprapunîndu-se peste cele accidentale măresc eroarea diferenței. Există două căi pentru înlăturarea variației datorite individualității frunzelor. Prima cale este folosirea metodei diferenței (vezi secțiunea 3.7) iar a doua folosirea analizei varianței.

Schema analizei duble a varianței este următoarea (Schema 4.2).

SCHEMA 4.2.: Analiza dublă a varianței

Grupe B	Grupe A						Suma
	1	2	.....	i		k	
1	x_{11}	x_{21}	.....	x_{i1}	.....	x_{k1}	R_1
2	x_{12}	x_{22}	.....	x_{i2}	.....	x_{k2}	R_2
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
j	x_{1j}	x_{2j}	.....	x_{ij}	.....	x_{kj}	R_j
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
n	x_{1n}	x_{2n}	.....	x_{in}	.....	x_{kn}	R_n
Suma	C_1	C_2	.....	C_i	.....	C_k	T

C = coloane; R = rînduri

Suma totală T:

$$T = \sum_{i=1}^{k} C_i = \sum_{j=1}^{n} R_j$$

Numărul total al observațiilor $N = kn$

Grade de libertate:

Total $l_T = kn - 1$

Între coloane l_C(grupe A) $= k - 1$

Între rînduri l_R(grupe B) $= n - 1$

Rest (eroare) $l_E = (k - 1)(n - 1)$

Termenul de corecție $TC = \frac{T^2}{N}$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total $SPA_T = \Sigma x^2 - \frac{T^2}{N}$

Între coloane $SPA_C = \frac{C_1^2 + C_2^2 + \ldots + C_i^2 + \ldots + C_k^2}{n} - \frac{T^2}{N}$

Între rînduri $SPA_R = \frac{R_1^2 + R_2^2 + \ldots + R_j^2 + \ldots + R_n^2}{k} - \frac{T^2}{N}$

Eroare $SPA_E = SPA_T - SPA_C - SPA_R$

Varianța s^2

Coloane s_C^2 (grupe A) $= \frac{SPA_C}{l_C}$

Rînduri s_R^2 (grupe B) $= \frac{SPA_R}{l_R}$

Eroare $s_E^2 = \frac{SPA_E}{l_E}$

Scanned with OKEN Scanner

Testul F:

$$F_C = \frac{s_C^2}{s_E^2}$$

$$F_R = \frac{s_R^2}{s_E^2}$$

Exemplul 4.5. Să se valorifice cu ajutorul AV rezultatele experienței din exemplul 3.15 privind acțiunea a două preparate de virus asupra tutunului. Rezultatele infecției sînt reproduse în tabelul 4.12. Dacă aruncăm o privire asupra datelor respective vedem că ele se grupează după două criterii: după preparate în care caz obținem sumele 123 și 96 și după frunze în care caz obținem sumele 27, 36, 65 ...21. În felul acesta avem posibilitatea să calculăm două componente ale variației totale: varianța dintre preparate și varianța dintre frunze. Scăzînd din varianța totală cele două variațe menționate, obținem a 3-a componentă și anume varianța erorii.

TABELUL 4.12: **Influența a două preparate de virus asupra tutunului**

Nr. frunzei	Nr. petelor pe jumătate de frunză		Suma (pentru frunze)
	x_1	x_2	
1	15	12	27
2	20	16	36
3	35	30	65
4	18	13	31
5	23	16	39
6	12	9	21
Suma (pentru preparate)	123	96	219 = T
Media	20,5	16	

Grade de libertate:

Total: $12 - 1 = 11$

Preparate $2 - 1 = 1$

Frunze $6 - 1 = 5$

Eroare $11 - 1 - 5 = 5$

Scanned with OKEN Scanner

Termenul de corecție $TC = \frac{219^2}{12} = 3996{,}75$

Suma patratelor abaterilor SPA :

Total: $15^2 + 20^2 + 35^2 + \ldots + 9^2 - 3996{,}75 = 656{,}25$

Preparate $\frac{123^2 + 96^2}{6} - 3996{,}75 = 60{,}75$

Frunze: $\frac{27^2 + 36^2 + 65^2 + 31^2 + 39^2 + 21^2}{2} - 3996{,}75 = 589{,}75$

Eroare: $656{,}25 - 60{,}75 - 589{,}75 = 5{,}75$

TABELUL 4.13: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.5

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Preparate	60,75	1	60,75	52,83**
Frunze	589,75	5	117,95	102,57**
Eroare	5,75	5	1,15	
Total	656,25	11		

Valorile F teoretice pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 5$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ sînt 6,61 respectiv 16,26 de unde reiese că diferența dintre preparate este distinct semnificativă. Valorile F pentru $l_1 = 5$, $l_2 = 5$ fiind 5,05 respectiv 10,97, rezultă că și între frunze există diferențe semnificative.

Pentru verificare recurgem la testul t, în care scop se calculează eroarea diferenței pornind de la varianța erorii. Astfel pentru stabilirea semnificației diferenței dintre preparate procedăm astfel:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}15}{6}} = 0{,}62$$

Această eroare este identică cu cea obținută prin metoda diferenței (exemplul 3.15). Eroarea diferenței este mică, deoarece prin AV am îndepărtat variația suplimentară datorită individualității frunzelor ($SPA = 589{,}75$). Superioritatea AV față de metoda diferenței constă în aceea că AV permite, pe lîngă examinarea diferenței dintre preparate, și examinarea diferenței dintre frunze, în timp ce metoda diferenței permite examinarea diferenței

Scanned with OKEN Scanner

numai dintre preparate. În cazul calculării erorii diferenței dintre frunze, împărțirea se face la 2 deoarece fiecare frunză a fost tratată cu două preparate.

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}15}{2}} = 1{,}07$$

4.3.2. Grupe cu valori duble

Exemplul 4.6. Dintr-o experiență în condiții de producție cu 5 soiuri de cînepă pentru fibre, executată în 4 localități situate în zone deosebite din punct de vedere ecologic, luîndu-se din fiecare soi cîte două probe de tulpini și analizîndu-se conținutul de fibre s-au obținut rezultatele din tabelul 4.14

TABELUL 4.14: Conținutul de fibre (%) al soiurilor de cînepă încercate în 5 localități

Soiul	Localitatea								Suma
	A		*B*		*C*		*D*		
	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	
1	11,5	12,2	18,3	17,4	15,9	14,6	21,3	20,5	131,7
2	19,0	19,5	26,6	25,1	23,1	22,5	27,9	29,9	193,7
3	15,6	17,0	23,2	24,5	20,5	19,2	27,5	25,0	172,5
4	10,0	9,5	15,1	16,0	13,1	12,5	18,6	19,1	113,9
5	23,1	22,5	29,0	28,0	26,5	24,0	30,1	31,5	214,7
Suma	159,9		223,2		191,9		251,4		826,4

Să se stabilească dacă diferențele dintre soiuri și diferențele dintre localități sînt semnificative.

Pentru calculul sumei patratelor abaterilor avem nevoie de două tabele: una cu valorile $(x_1 - x_2)$ și alta cu valorile $(x_1 + x_2)$ în care x_1 și x_2 reprezintă valorile perechi.

Tabelul cu valorile $(x_1 - x_2)$

Soiul	Localitatea			
	A	*B*	*C*	*D*
1	—0,7	0,9	1,3	0,8
2	—0,5	1,5	0,6	—2,0
3	—1,4	—1,3	1,3	2,5
4	0,5	—0,9	0,6	—0,5
5	0,6	1,0	2,5	—1,4

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul cu valorile ($x_1 + x_2$)

Soiul	Localități				Suma
	A	*B*	*C*	*D*	
1	23,7	35,7	30 5	41,8	131,7
2	38,5	51,7	45,6	57,8	193,6
3	32,6	47,7	39,7	52,5	172,5
4	19,5	31,1	25,6	37,7	113,9
5	45,6	57,0	50,5	61,6	214,7
Suma	159,9	223,2	191,9	251,4	826,4

Numărul gradelor de libertate:

Total $40 - 1 = 39$

Soiuri $5 - 1 = 4$

Localități $4 - 1 = 3$

Acțiune reciprocă (soiuri $\times$ localități) $4 \cdot 3 = 12$

Eroare $39 - 19 = 20$

Termenul de corecție *TC*:

$$TC = \frac{826{,}4^2}{40} = 17081{,}69$$

Suma patratelor abaterilor:

Total: $11{,}5^2 + 12{,}2^2 + 18{,}3^2 + \ldots + 31{,}5^2 - 17081{,}69 = 1363{,}31$

Soiuri: $\dfrac{131{,}7^2 + 193{,}6^2 + 172{,}5^2 + 113{,}9^2 + 214{,}7^2}{8} - 17081{,}69 = 874{,}73$

Localități: $\dfrac{159{,}9^2 + 223{,}2^2 + 191{,}9^2 + 251{,}4^2}{10} - 17081{,}69 = 459{,}69$

Între perechi: $\dfrac{23{,}7^2 + 35{,}7^2 + 30{,}5^2 + \ldots + 61{,}6^2}{2} - 17081{,}69 = 1346{,}65$

În interiorul perechilor $= \sum \left(\dfrac{x_1 - x_2}{2} \right) =$

$$= \frac{(-0{,}7)^2 + 0{,}9^2 + 1{,}3^2 + 0{,}8^2 + (-0{,}5)^2 + \ldots + (-1{,}4)^2}{2} = 16{,}66$$

sau:

$1363{,}31 - 1346{,}65 = 16{,}66$

SPA în interiorul perechilor reprezintă restul sau eroarea.

Acțiunea reciprocă (soiuri $\times$ localități)

$1346{,}65 - 874{,}73 - 459{,}69 = 12{,}23$

Scanned with OKEN Scanner

Analiza completă a variației

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Soiuri	874,74	4	218,68	214,4**
Localități	459,69	3	153,23	183,18**
Soiuri × localități	12,23	12	1,02	
Eroare	16,66	20	0,833	
Total	1363,31	39		

Valorile F teoretice sînt :

— pentru soiuri : $F_{5\%} = 3{,}26$; $F_{1\%} = 5{,}41$

— pentru localități : $F_{5\%} = 3{,}10$; $F_{1\%} = 4{,}94$

Rezultă că diferențele dintre soiuri și diferențele dintre localități sînt distinct semnificative. Pentru verificare aplicăm testul Duncan. În cazul examinării semnificației diferențelor dintre soiuri folosim la testare varianța acțiunii reciproce, deoarece localitățile sînt considerate repetiții

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1{,}02}{4}} = 0{,}505$$

Pentru $\alpha = 5\%$, $l = 12$, diferențele limită R_p sînt redate în tabelul 4.15. Comparînd diferențele dintre mediile soiurilor (Tabelul 4.16) cu valorile R_p constatăm că soiurile se deosebesc semnificativ în ceea ce privește conținutul de fibre.

TABELUL 4.15: **Testul Duncan**

Nr.	$\bar{x}_i$	*p*	*q*	$R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$
5	26,84			
2	24,20	2	3,082	1,556
3	21,56	3	3,225	1,629
1	164 6	4	3,313	1,673
4	14,24	5	3,370	1,701

Pentru examinarea semnificației diferențelor dintre localități aplicăm de asemenea testul Duncan, dar nu mai folosim la testare varianța acțiunii reciproce ci varianța erorii, deoarece în acest caz soiurile nu pot fi considerate repetiții.

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0{,}833}{5}} = 0{,}408$$

Scanned with OKEN Scanner

Diferențele limită R_p pentru $\alpha = 1\%$, $l = 20$, sînt redate în tabelul 4.18. Comparînd diferențele dintre mediile localităților (Tabelul 4.17) cu valorile R_p din tabelul 4.18 vedem că diferențele dintre localități sînt distinct semnificative. De aci se poate trage concluzia că procentul mediu de fibre al soiurilor de cînepă este atît de mult influențat de condițiile ecologice din diferitele zone, încît acțiunea acestor condiții ar putea să acopere ușor diferențele

TABELUL 4.16:

	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_4$
$\bar{x}_5$	2,64	5,28	10,38	12,60
$\bar{x}_2$		2,64	7,74	9,96
$\bar{x}_3$			5,10	7,32
$\bar{x}_1$				2,22

TABELUL 4.17

	$\bar{x}_B$	$\bar{x}_C$	$\bar{x}_A$
$\bar{x}_D$	2,82	5,95	9,15
$\bar{x}_B$		3,13	6,33
$\bar{x}_C$			3,20

genetice dintre soiuri. În exemplul nostru nu este însă cazul, deoarece soiurile cu toată reacția lor puternică la condițiile de mediu, se diferențiază semnificativ.

TABELUL 4.18: Testul Duncan

Localitatea	$\bar{x}_i$		q	$R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$
D	25,14			
B	22,32	2	4,024	1,642
C	19,19	3	4,196	1,712
A	15,99	4	4,312	1,758

Faptul că varianța erorii este apropiată de varianța interacțiunii soiuri × × localități, înseamnă că eroarea accidentală legată de luarea probelor și analiza materialului în laborator este destul de mare.

Analiza dublă a variației are o largă aplicare în cercetările biologice și agricole. Ea constituie metoda de bază pentru calculul experiențelor în cîmp așezate după metoda blocurilor randomizate.

4.4. Analiza triplă a variației

Analiza triplă a variației implică gruparea valorilor individuale după 3 criterii și descompunerea variației totale în 4 componente.

Exemplul 4.7. Să se calculeze prin metoda *AV* o experiență cu 6 soiuri de orz de toamnă așezată după metoda patratului latin de tipul 6 × 6. Mărimea parcelei experimentale: 10 m².

Scanned with OKEN Scanner

Planul experienței și producțiile obținute (kg/10 m²) se văd în tabelul 4.19. Valorile individuale se grupează pe blocuri, pe coloane și pe soiuri, iar varianța totală se descompune în varianța blocurilor, varianța coloanelor, varianța soiurilor și varianța erorii.

TABELUL 4.19: Producțiile soiurilor de orz de toamnă (kg/10 m²) aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp

Blocul	Coloana I	Coloana II	Coloana III	Coloana IV	Coloana V	Coloana VI	Suma blocului
f	6 3,5	3 3,3	5 3,9	1 3,8	4 3,8	2 4,5	22,8
e	4 2,9	6 3,5	2 3,5	5 3,5	3 3,0	1 2,7	19,1
d	2 3,3	5 4,0	4 3,3	6 4,0	1 2,9	3 3,3	20,8
c	5 3,9	1 3,1	6 3,8	3 3,4	2 4,0	4 3,4	21,6
b	3 2,6	4 3,4	1 2,6	2 4,0	6 3,4	5 3,9	19,9
a	1 3,0	2 3,7	3 3,1	4 3,5	5 3,5	6 3,6	20,4
Suma coloanei	19,2	21,0	20,2	22,2	20,6	21,4	124,6
Soiul	1	2	3	4	5	6	
Suma soiului	18,1	23,0	18,7	20,3	22,7	21,8	124,6
Media soiului	3,02	3,83	3,11	3,38	3,78	3,63	

Grade de libertate:

Total $36 - 1 = 35$

Blocuri $6 - 1 = 5$

Coloane $6 - 1 = 5$

Soiuri $6 - 1 = 5$

Eroare $35 - 15 = 20$

Termenul de corecție TC:

$$TC = \frac{124,6^2}{36} = 431,25$$

Scanned with OKEN Scanner

Suma patratelor abaterilor *SPA* :

Total $3{,}5^2 + 3{,}3^2 + 3{,}9^2 + \ldots\ldots + 3{,}6^2 - 431{,}25 = 6{,}75$

Blocuri : $\dfrac{22{,}8^2 + 19{,}1^2 + 20{,}8^2 + \ldots + 20{,}4^2}{6} - 431{,}25 = 1{,}42$

Coloane : $\dfrac{19{,}2^2 + 21{,}0^2 + 20{,}2^2 + \ldots + 21{,}4^2}{6} - 431{,}25 = 0{,}89$

Soiuri : $\dfrac{18{,}1^2 + 23{,}0^2 + 18{,}7^2 + \ldots + 21{,}8^2}{6} - 431{,}25 = 3{,}57$

Eroare : $6{,}75 - 1{,}42 - 0{,}89 - 3{,}57 = 0{,}87.$

TABELUL 4.20: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.7

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	1,42	5		
Coloane	0,89	5		
Soiuri	3,57	5	0,714	16,23**
Eroare	0,87	20	0,044	
Total	6,75	35		

Valorile *F* teoretice pentru $l_1 = 5$, $l_2 = 20$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 2,71 respectiv 4,10 de unde reiese că diferențele de producție dintre soiuri sînt distinct semnificative.

Testul *t* :

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}044}{6}} = 0{,}12 \text{ kg/p}$$

Valorile *t* pentru $l = 20$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,086, 2,845 și 3,850.

DL 5% $= 2{,}086 \cdot 0{,}12 = 0{,}25$ kg/p

DL 1% $= 2{,}845 \cdot 0{,}12 = 0{,}34$ kg/p

DL 0,1% $= 3{,}850 \cdot 0{,}12 = 0{,}46$ kg/p

Semnificația diferențelor este arătată în tabelul 4.21

Testul Duncan :

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0{,}044}{6}} = 0{,}085$$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.21:

	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_6$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_1$
$\bar{x}_2$	0,05	0,20	0,45**	0,72***	0,81***
$\bar{x}_5$		0,15	0,50***	0,67***	0 76***
$\bar{x}_6$			0,25*	0,52***	0,61***
$\bar{x}_4$				0,27*	0,36**
$\bar{x}_3$				0,09	

Valorile R_p pentru $l = 20$ și $\alpha = 5\%$ se văd în tabelul 4.22.

TABELUL 4.22: **Testul Duncan**

Nr.	$\bar{x}_i$	p	q	$R_p = q.s_{\bar{x}}$
2	3,83			
5	3,78	2	2,950	0,25
6	3,63	3	3,097	0,26
4	3,38	4	3,190	0,27
3	3,11	5	3,255	0,28
1	3,02	6	3,303	0,28

În timp ce prin aplicarea testului t sînt nesemnificative 4 diferențe (0,05; 0,20; 0,15; 0,09), prin aplicarea testului Duncan sînt nesemnificative 5 diferențe (0,05; 0,20; 0,15; 0,25; 0,09).

În exemplul de față au fost testate diferențele între variantele perechi. De regulă, la experiențele în cîmp, se testează diferențele față de o variantă martor care poate fi media tuturor variantelor din experiență, varianta raionată în regiune sau varianta cea mai bună. Testarea se face cu ajutorul testului t multiplu obișnuit. În tabelul 4.23 sînt prezentate diferențele de producție față de media soiurilor și semnificația lor.

TABELUL 4.23: **Producția soiurilor de orz de toamnă și semnificația diferențelor**

Nr. soiului	Producția de boabe		Deferența q/ha
	q/ha	%	
2	38,30	110,7	3,40**
5	37,80	109,2	3,20*
6	36,30	104,9	1,70
$\bar{x}$	34,60	100,0	
4	33,80	97,7	—0,80
3	31,10	89,9	—3,50⁰⁰
1	30,20	87,3	—4,40⁰⁰

Scanned with OKEN Scanner

Analiza triplă a variantei se folosește la calcularea experiențelor în cîmp așezate după metoda patratului latin, dreptunghiului latin, grilajului balansat etc.

4.5. Analiza multiplă a variantei

În cazul analizei multiple a variantei valorile individuale se grupează după n criterii ($n > 3$) iar varianța totală se descompune în $n + 1$ componente. Ca exemplu poate fi prezentat calculul unei experiențe așezate după metoda grilajului patrat cu $\frac{k+1}{2}$ repetiții (k^2 = numărul variantelor), la care întîlnim 5 componente ale variantei totale: varianța repetițiilor, varianța variantelor, varianța blocurilor, varianța coloanelor și varianța erorii.

Exemplul 4.8. Să se calculeze prin metoda AV o experiență cu 25 hibrizi dubli de porumb, așezată după metoda grilajului patrat de tipul 5×5 cu 3 repetiții. Experiența a fost executată în anul 1963 la Institutul de cercetări pentru cereale și plante tehnice de la Fundulea [1].

Producțiile în q/ha, micșorate cu 30 q, aranjate după planul de structură a grilajului, precum și sumele blocurilor = B, sumele coloanelor = C, sumele repetițiilor= R și sumele hibrizilor = V, sînt arătate în tabelul 4.24.

TABELUL 4.24: Producțiile hibrizilor în q/ha, micșorate cu 30 q aranjate după planul de structură al grilajului

Repetiția I

Blocul	Coloana					B
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
(1)	1 19,2	2 19,8	3 19,2	4 16,7	5 9,2	84,1
(2)	6 19,4	7 24,6	8 20,4	9 21,0	10 20,7	106,1
(3)	11 17,1	12 19,8	13 14,3	14 24,0	15 12,5	87,7
(4)	16 24,8	17 24,7	18 22,4	19 21,2	20 19,5	112,6
(5)	21 21,6	22 10,6	23 18,8	24 20,0	25 14,5	85,5
C	102,1	99,5	95,1	102,9	76,4	476,0 = R_I

[1] Din materialul pentru „Consfătuirea porumbului" 1963

Tabelul 4.24 (continuare)
Repetiția a II-a

Blocul	Coloana (6)	(7)	(8)	(9)	(10)	B
(6)	1 20,9	10 19,1	14 19,7	18 20,7	22 21,0	101,4
(7)	23 20,1	2 21,0	6 23,1	15 19,6	19 20,5	104,3
(8)	20 21,9	24 22,4	3 19,8	7 20,4	11 21,3	105,8
(9)	12 19,9	16 24,4	25 9,0	4 23,0	8 22,9	99,2
(10)	9 21,3	13 18,0	17 16,1	21 15,2	5 13,5	84,1
C	104,1	104,9	87,7	98,9	99,2	494,8 $= R_{II}$

Repetiția a III-a

Blocul	Coloana (11)	(12)	(13)	(14)	(15)	B
(11)	1 16,2	8 19,5	15 17,7	17 19,3	24 16,9	89,6
(12)	25 13,0	2 18,9	9 21,4	11 14,9	18 18,9	87,1
(13)	19 19,3	21 21,0	3 21,9	10 22,2	12 19,6	104,0
(14)	13 20,3	20 19,4	22 23,9	4 22,0	6 21,8	107,4
(15)	7 21,8	14 17,8	16 21,6	23 20,5	5 10,8	92,5
C	90,6	96,6	106,5	98,9	88,0	480,6 $= R_{III}$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 4.24 (continuare)
Sumele hibrizilor

1 56,3	2 59,7	3 60,9	4 61,7	5 33,5
6 64,3	7 66,8	8 62,8	9 63,7	10 62,0
11 53,3	12 59,3	13 52,6	14 61,5	15 49,8
16 70,8	17 60,1	18 62,0	19 61,0	20 60,8
21 57,8	22 55,5	23 59,4	24 59,3	25 36,5

$\Sigma x = 1451{,}4$

Calculul rezultatelor experimentale se desfășoară astfel (W.G. Cochran și G.M. Cox, 1957; A. Mudra, 1958):

Grade de libertate:

Total $N - 1 = 75 - 1 = 74$

Repetiții $n - 1 = 3 - 1 = 2$

Hibrizi $v - 1 = 25 - 1 = 24$

Blocuri $b - n = 15 - 3 = 12$

Coloane $c - n = 15 - 3 = 12$

Eroare $(k - 1)\ (nk - n - k - 1) = (5 - 1)\ \ (15 - 3 - 5 - 1) = 24$

Termenul de corecție TC:

$$TC = \frac{1451{,}4^2}{75} = 28087{,}49$$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total $:= 19{,}2^2 + 19{,}8^2 + 19{,}2^2 + \ldots + 13{,}5^2 - 28087{,}49 = 916{,}37$

Repetiții $= \frac{476{,}0^2 + 494{,}8^2 + 480{,}6^2}{25} - 28087{,}49 = 7{,}69$

Hibrizi $= \frac{56{,}3^2 + 59{,}7^2 + \ldots + 36{,}5^2}{3} - 28087{,}49 = 540{,}81.$

Pentru calcularea sumei patratelor abaterilor corectată pentru blocuri (SPA_B) și a sumei patratelor abaterilor corectată pentru coloane (SPA_C) este necesar să se stabilească valorile H și M.

$$H = V_B - nB \tag{4.1}$$

în care:

V_B = suma variantelor (din toate repetițiile) care se găsesc în același bloc.

nB = produsul dintre numărul repetițiilor și suma blocului respectiv.

De exemplu valoarea V_C pentru blocul (5) se stabilește astfel: 21,6 + + 15,2 + 21,0 + 10,6 + 21,0 + 23,9 + 18,8 + 20,1 + 20,5 + 20,0 + 22,4 + 16,9 + 14,5 + 9,0 + 13,0 = 268,5

$$M = V_C - nC \tag{4.2}$$

în care:

V_C = suma hibrizilor (din toate repetițiile) care se găsesc în aceeași coloană;

nC = produsul dintre numărul repetițiilor și suma coloanei respective.

De exemplu valoarea V_C pentru coloana (5) se obține astfel:

$$9,2 + 13,5 + 10,8 + 20,7 + 19,1 + 22,2 + 12,5 + 19,6 + 17,7 + + 19,5 + 21,9 + 19,4 + 14,5 + 9,0 + 13,0 = 242,6$$

Pentru înlesnirea calculului valorilor H și M datele se aranjează într-un tabel după modelul tabelului 4,25. Suma valorilor H din fiecare repetiție se notează cu H_r iar suma valorilor M cu M_r. Suma totală a lui H precum și a lui M trebuie să fie egală cu 0.

TABELUL 4.25: Calculul valorilor H și M

Blocul	V_B	nB	H	$\omega_B H$	Coloana	V_C	nC	M	$\omega_C M$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				Repetiția I					
1	272,1	252,3	19,8	0,53	1	302,5	306,3	—3,8	0,0
2	319,6	318,3	1,3	0,03	2	301,4	298,5	2,9	0,0
3	276,5	263,1	13,4	0,36	3	297,7	285,3	12,4	0,0
4	314,7	337,8	—23,1	—0,62	4	307,2	308,7	=1,5	0,0
5	268,5	256,5	12,0	0,32	5	242,6	229,2	13,4	0,0
Suma	1451,4 = Σx	1428,0 = 3 R	23,4 = H_r		Suma	1451,4 = Σx	1428,0 = 3R	23,4 = M_r	

Tabelul 4,25 (continuare)

Repetiția a II-a

6	297,3	304,2	— 6,9	—0,18	6	299,5	312,3	—12,8	0,0
7	294,2	312,9	—18,7	—0,50	7	304,4	314,7	—10,3	0,0
8	301,1	317,4	—16,3	—0,44	8	383,3	263,1	20,2	0,0
9	291,1	297,6	— 6,5	—0,17	9	298,1	296,7	1,4	0,0
10	267,7	252,3	15,4	0,41	10	266,1	297,6	—31,5	0,0
Suma					Suma				
	1451,4		1484,4	— 33,0		1451,4	1484,4	— 33,0	
	$= \Sigma x$		$= 3R$	$= H_r$		$= \Sigma x$	$= 3R$	$= M_r$	

Repetiția a III-a

11	288,3	268,8	19,5	0,52	11	273,2	271,8	1,4	0,0
12	275,2	261,3	13,9	0,37	12	302,6	289,8	12,8	0,0
13	301,0	312,0	—11,0	—0,29	13	300,7	319,5	—18,8	0,0
14	294,9	322,2	—27,3	—0,73	14	296,5	296,7	—0,2	0,0
15	292,0	277,5	14,5	0,39	15	278,4	264,0	14,4	0,0
Suma					Suma				
	1451,4		1441,8	9,6		1451,4	1441,8	9,6	
	$= \Sigma x$		$= 3R$	$= H_r$		$= \Sigma x$	$= 3\,R$	$= M_r$	

Plecînd de la valorile H se calculează SPA pentru blocuri (eliminînd SPA pentru variante):

$$SPA_B = \frac{\Sigma H^2}{nk(n-1)} = \frac{\Sigma H_r}{nk^2(n-1)} = \tag{4.3}$$

$$= \frac{19{,}8^2 + 1{,}3^2 + \ldots + (-27{,}3)^2 + 14{,}5^2}{3 \cdot 5(3-1)} - \frac{23{,}4^2 + (-33{,}0)^2 + 9{,}6^2)}{3 \cdot 25(3-1)} = 116{,}59$$

SPA pentru coloane (eliminînd SPA pentru variante) se calculează utilizînd valorile M:

$$SPA_C = \frac{\Sigma M^2}{nk(n-1)} - \frac{\Sigma M_r^2}{nk^2(n-1)} = \tag{4.4}$$

$$= \frac{(-3{,}8)^2 + 2{,}9^2 + \ldots + (-0{,}2)^2 + 14{,}4^2}{3 \cdot 5\ (3-1)} - \frac{23{,}4^2 + (-33{,}0)^2 + 9{,}6^2}{3 \cdot 25(3-1)} = 80{,}39.$$

SPA pentru eroare:

$916{,}37 - 7{,}69 - 540{,}81 - 116{,}59 - 80{,}39 = 170{,}89$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.26: Tabelul varianțelor pentru exemplul 4.8

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2
Repetiții	7,69	2	
Hibrizi	540,81	24	
Blocuri (corectat)	116,59	12	$9,72 = s_B^2$
Coloane (corectat)	80,39	12	$6,70 = s_C^2$
Eroare	170,89	24	$7,12 = s_E^2$
Total	916,37	74	

Urmează corectarea sumelor hibrizilor care se realizează cu ajutorul valorilor $\omega_B H$ și $\omega_C M$ în care ω_B este factorul de balansare pentru blocuri iar ω_C factorul de balansare pentru coloane; valorile H și M sînt date în tabelul 4.25. Formulele pentru calculul factorilor de corecție sînt:

$$\omega_B = \frac{s_B^2 - s_E^2}{k(n-1)\, s_B^2} \tag{4.5}$$

$$\omega_C = \frac{s_C^2 - s_E^2}{k(n-1)\, s_C^2} \tag{4.6}$$

Dacă s_B^2 respectiv s_C^2 sînt mai mici decît s_E^2, factorul de balansare respectiv (ω_B sau ω_C) se egalează cu 0 și nu se mai face corecția varianțelor. În cazul nostru se calculează numai ω_B deoarece $s_B^2 > s_E^2$. Nu se calculează ω_C deoarece $s_C^2 < s_E^2$.

$$\omega_B = \frac{9,72 - 7,12}{5\,(3-1)\cdot 9,72} = 0,0267$$

Înmulțind valorile H cu factorul de corecție ω_B obținem valorile $\omega_B H$ care sînt trecute în tabelul 4.25. La corectarea sumelor hibrizilor trebuie să fim atenți la care blocuri și la care coloane aparține fiecare sumă. La această sumă se adaugă valorile de corecție $\omega_B H$ și $\omega_C M$ (în cazul nostru se adaugă numai valorile $\omega_B H$.)

De exemplu suma hibridului 1, care este 56,3, aparține blocurilor (1), (6) și (11) la care corespund valorile de corecție $\omega_B H$ 0,39 — 0,14, 0,39. Suma corectată a hibridului 1 este:

$$56,3 + 0,53 - 0,18 + 0,52 = 57,17$$

Sumele hibrizilor corectate se văd în tabelul 4.27. Suma totală a valorilor corectate trebuie să fie egală cu suma totală a valorilor necorectate. Mediile

corectate se obțin împărțind sumele hibrizilor corectate din tabelul 4.27 la numărul repetițiilor care este 3, și adăugînd valoarea scăzută inițial care este 30 (Tabelul 4.28).

Tabelul 4.27 **Sumele hibrizilor corectate**

1 57,17	2 60,10	3 60,70	4 61,33	5 34,83
6 63,10	7 66,78	8 63,18	9 64,51	10 61,56
11 53,59	12 59,20	13 52,64	14 62,07	15 50,18
16 70,40	17 60,41	18 61,57	19 59,59	20 59,01
21 58,24	22 54,91	23 59,61	24 59,70	25 37,02

$$\Sigma_x = 1451{,}40$$

TABELUL 4.28: Producțiile hibrizilor dubli de porumb și semnificația diferențelor

Nr.	Denumirea hibridului	Producția de boabe		Diferența q/ha
		q/ha	%	
1	2	3	4	5
16	HDF 53	53,47	108,3	4,12
7	VIR 42	52,26	105,9	2,91
9	HD 405	51,50	104,4	2,15
8	Insubria 295	51,06	103,5	1,71
6	HD 208	51,03	103,4	1,68
14	HDF 15	50,69	102,7	1,34
10	HDF 1	50,52	102,4	1,17
18	HDF 55	50,52	102,4	1,17
4	Iowa 4316	50,44	102,2	1,09
3	AES 514	50,23	101,8	0,88
17	HDF 54	50,14	101,6	0,79
2	HD 306	50,03	101,4	0,68
24	HDF 64	49,90	101,1	0,55
23	HDF 62	49,87	101,0	0,52
19	HDF 56	49,86	101,0	0,51
12	HDF 9	49,73	100,8	0,38
20	HDF 57	49,67	100,6	0,32
21	HDF 58	49,41	100,1	0,06
$\bar{x}$	Media hibrizilor	49,35	100,0	
1	Minhybrid 511	49,06	99,4	—0,29
22	HDF 60	48,30	97,9	—1,05
11	HDF 3	47,86	97,0	—1,49
13	HDF 14	47,55	96,4	—1,80
15	HDF 43	46,73	94,7	—2,62
25	ICAR 54	42,34	85,8	—7,01^{00}
5	Embro 60	41,61	84,3	—7,74^{00}
$DL_{5\%}$		4,87	9,9	

Scanned with OKEN Scanner

Corectarea variației erorii se face cu ajutorul factorului pentru calcularea variației efective a erorii, a cărui formulă este:

$$1 + \frac{nk}{k+1}(\omega_B + \omega_C) \tag{4.7}$$

În exemplul nostru avem:

$$1 + \frac{3 \cdot 5}{5+1} \cdot 0{,}0267 = 1{,}0668$$

Varianța efectivă a erorii este:

$$7{,}12 \cdot 1{,}0668 = 7{,}5956$$

Testul t:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 7{,}5956}{3}} = 2{,}25 \ \ q/\text{ha}$$

$DL_{5\%} = 2{,}064 \cdot 2{,}25 = 4{,}64$ q/ha

$DL_{1\%} = 2{,}797 \cdot 2{,}25 = 6{,}29$ q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}745 \cdot 2{,}25 = 8{,}42$ q/ha

Rezultatele testării se văd în tabelul 4.28.

Analiza multiplă a variației se folosește la valorificarea experiențelor cu mai mulți factori (experiențe factoriale).

Astfel într-o experiență cu 3 factori A, B și C așezată după metoda blocurilor, gruparea datelor experimentale se face în funcție de factorul A, factorul B, factorul C și repetiții iar componentele variației totale sînt: varianța factorului A, varianța factorului B, varianța factorului C, varianța blocurilor, varianța acțiunii reciproce AB, varianța acțiunii reciproce AC, varianța acțiunii reciproce BC, varianța acțiunii reciproce ABC și varianța erorii.

4.6. Analiza variației în cazuri speciale

În cercetările agricole și biologice este frecvent cazul cînt trebuie să comparăm între ele două variante în n repetiții. Valorile individuale obținute constituie așa-numita tabelă de tipul $2 \times n$.

Prezentăm după E r n a W e b e r, 1961, schema, formulele de calcul și un exemplu.

SCHEMA 4.3

Repetiții	Tratamente		Suma	Diferența
	A	B		
1	x_1	y_1	$x_1 + y_1$	$x_1 - y_1$
2	x_2	y_2	$x_2 + y_2$	$x_2 - y_2$
3	x_3	y_3	$x_3 + y_3$	$x_3 - y_3$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	x_i	y_i	$x_i + y_i$	$x_i - y_i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_n	y_n	$x_n + y_n$	$x_n - y_n$
	$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$	$\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)$
	$= S_A$	$= S_B$	$= S_A + S_B = T$	

Formule:

$$SPA \text{ Total} = \Sigma x_i^2 + \Sigma y_i^2 - \frac{T^2}{2n} \tag{4.8}$$

$$SPA \text{ Tratamente} = \frac{(S_A - S_B)^2}{2n}, \tag{4.9}$$

$$SPA \text{ Repetiții} = \frac{\Sigma (x_i + y_i)^2}{2} - \frac{T^2}{2n} \tag{4.10}$$

$$SPA \text{ Rest} = SPA \text{ Total} - SPA \text{ Tratamente} - SPA \text{ Repetiții}$$

$$= \frac{\Sigma (x_i - y_i)^2}{2} - \frac{(S_A - S_B)^2}{2n} \tag{4.11}$$

sau:

$$SPA \text{ Rest} = \frac{\Sigma (x_i - y_i)^2}{2} - \frac{(\Sigma x_i - \Sigma y_i)^2}{2n} \tag{4.12}$$

Grade de libertate:

Total	$= 2n - 1$
Tratamente	$= 1$
Repetiții	$= n - 1$
Rest	$= n - 1$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.29

Repetiții = Perechi de porci	A	B	Suma	Diferența
1	2	3	4	5
Nr.1	165	168	333	— 3
2	156	180	336	—24
3	159	180	339	—21
4	167	166	333	+1
5	170	170	340	0
6	146	161	307	—15
7	130	171	301	—41
8	151	169	320	—18
9	164	179	343	—15
10	158	191	349	—33
Suma	1566	1735	3301	—169

Exemplul 4.9. Administrîndu-se două feluri de nutrețuri A și B la 10 perechi de porci (fiecare pereche fiind alcătuită dintr-un mascul și o femelă) s-au obținut sporurile din greutate indicate în tabelul 4.29.

Să se stabilească dacă diferența dintre cele două tratamente este semnificativă.

Suma patratelor abaterilor:

Total:

$$246\,508 + 301725 - \frac{3301^2}{2 \cdot 10} = 3402{,}95.$$

Tratamente:

$$\frac{(1566 - 1735)^2}{20} = 1428{,}05$$

$$\text{Repetiții}: \frac{333^2 + 336^2 + \ldots + 349^2}{2} - \frac{3301^2}{2.10} = 545947{,}5 - 544\,830{,}05 = 1117{,}45$$

Rest: $3402{,}95 - 1428{,}05 - 1117{,}45 = 857{,}45$

sau aplicînd formula (4.12):

$$\text{Rest}: = \frac{(-3)^2 + (-24)^2 + \ldots + (-15)^2 + (-33)^2}{2} - \frac{(1566 - 1735)^2}{2 \cdot 10} =$$

$$= \frac{4571}{2} - \frac{169^2}{20} = 857{,}45$$

SPA Rest poate fi considerat ca acțiune reciprocă între tratamente și perechi animale.

TABELUL 4.30: Tabelul varianțelor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Tratamente	1428,05	1	1428,05	14,99**
Repetiții (=Perechi)	1117,45	9	124,16	
Rest (Tratamente × Perechi)	857,45	9	95,27	
Total	3402,95	19		

Deoarece valoarea $F_{1\%}$ teoretică pentru $l_1 = 1$ și $l_2 = 9$ este 10,56 rezultă că diferența dintre tratamente este distinct semnificativă; tratamentul A este net superior tratamentului B.

Scanned with OKEN Scanner

Prezenta experiență poate fi calculată și prin metoda folosită în exemplul 4.1, calculînd varianța totală, varianța dintre grupe, varianța în interiorul grupelor și deducînd valoarea F din raportul varianța dintre grupe : varianța în interiorul grupelor. Pentru a obține cu metoda de calcul din exemplul 4.1 o precizie identică cu cea obținută prin aplicarea metodei speciale din exemplul 4.9 ar trebui să lucrăm cu cel puțin 12 perechi (24 animale).

Să prezentăm un alt caz special și anume cazul cînd valorile individuale constituie așa-numita tabelă de tipul 2×2.

Exemplul 4.10. Este vorba de o experiență cu două soiuri de grîu de toamnă A și B cărora li s-a aplicat două doze diferite de azotat de amoniu și anume doza $1 = 150$ kg/ha azotat de amoniu și $2 = 300$ kg/ha azotat de amoniu. Experiența a fost executată în 3 repetiții. Rezultatele se văd în tabelul 4.31.

TABELUL 4.31: **Producția soiurilor de grîu de toamnă (q/ha) îngrășate cu azotat de amoniu**

Repetiția	Doza	Soiul		Suma
		A	*B*	
I	1	16	36	
	2	23	52	
II	1	18	38	
	2	28	55	
III	1	20	40	
	2	32	60	
Suma	1	54	114	168
	2	83	167	250
	Total	137	281	418

Prelucrarea rezultatelor se face plecînd de la sumele dozelor aranjate într-o tabelă de tipul 2×2 (Schema 4.4, Tabelul 4.32) (Erna Weber, 1961.)

SCHEMA 4.4

Doza	Soiul		Suma
	A	*B*	
1	*a*	*b*	D_1
2	*c*	*d*	D_2
Suma	S_A	S_B	T

TABELUL 4.32

Doza	Soiul		Suma
	A	*B*	
1	54	114	168
2	83	167	250
Suma	137	281	418

Scanned with OKEN Scanner

$$SPA \text{ Total} = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{\frac{2n}{4}} - \frac{(a + b + c + d)^2}{2n} =$$

$$= \frac{54^2 + 114^2 + 83^2 + 167^2}{\frac{2 \cdot 6}{4}} - \frac{418^2}{2 \cdot 6} = 2336{,}33$$

$$SPA \text{ Soiuri} = \frac{S_A^2 + S_B^2}{n} - \frac{(S_A + S_B)^2}{2n} = \frac{(S_A - S_B)^2}{2n} = \frac{(137 - 281)^2}{12} = 1728{,}00.$$

$$SPA \text{ Doze} = \frac{(D_1 - D_2)^2}{2n} = \frac{(168 - 250)^2}{12} = 560{,}33.$$

SPA Acțiune reciprocă soiuri × îngrășăminte = *SPA* Total — *SPA* Soiuri — *SPA* Doze = 2336,33 — 1728,00 — 560,33 = 48,00

În formulele de mai sus n reprezintă numărul de valori individuale din care s-au calculat sumele; în exemplul nostru $n = 6$.

TABELUL 4.33: **Tabelul variațelor**

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Soiuri	1728,00	1	1728,00	360,00**
Doze	560,33	1	560,33	116,74**
Soiuri × Doze	48,00	10	4,8	
Total	2336,33	12		

Valorile $F_{5\%}$, $F_{1\%}$ teoretice pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 10$ sînt 4,96 respectiv 10,04, de unde rezultă că atît între soiuri cît și între dozele de azotat de amoniu există diferențe distinct semnificative.

SPA soiuri × îngrășăminte fiind ridicată, rezultă că între soiuri și îngrășăminte există o interacțiune semnificativă.

4.7. Comparația ortogonală

În majoritatea experiențelor variantele se compară între ele sau cu o variantă martor (de exemplu media tuturor variantelor din experiență etc.). Se întîlnesc adesea cazuri cînd trebuie să comparăm o anumită grupă de variante cu altă grupă.

Prezentăm un exemplu după A. Mudra (1958).

Exemplul 4.11. Într-o experiență s-a studiat influența diferitelor forme de proteină din furaje asupra creșterii puilor. Au fost administrate timp de 6 săptămîni 6 categorii de furaje care aveau același conținut de proteină dar

în forme diferite, la 6 grupe de pui, fiecare din ele avînd 10 pui. După 6 săptămîni de furajare puii au fost cîntăriți.

Sumele tratamentelor se văd în tabelul 4.34 iar rezultatele analizei variantei în tabelul 4.35.

TABELUL 4.34: Sumele tratamentelor

Forme de proteină	Sumele tratamentelor
Grîu	420
Porumb	436
Soia	445
Mazăre	422
Făină de carne	485
Făină de pește	478

TABELUL 4.35: Tabelul variantelor

	SPA	*l*	s^2	*F*
Forme de proteină	388,133	5	77,627	1,14
Eroare	3684,601	54	68,233	
Total	4072,734	59		

După cum se poate vedea din testul *F*, influența diferitelor categorii de furaje asupra creșterii puilor este nesemnificativă. Situația se schimbă însă cînd comparăm între ele diferitele grupe de furaje. Astfel putem compara furajele de natură vegetală cu cele de natură animală, cerealele cu leguminoasele, grîul cu porumbul, soia cu mazărea, făina de carne cu cea de pește. Deoarece avem 5 comparații trebuie să stabilim *SPA* și *l* pentru fiecare din ele. Dat fiind că *l* pentru tratamente este 5, *l* pentru fiecare comparație va fi 1. Modul de împărțire a *SPA* tratamente pentru cele 5 comparații este arătat în tabelul 4.36. În coloana nr. 1 sînt arătate tratamentele iar în coloana nr. 2

TABELUL 4.36: Calculul *SPA* pentru comparații

Forma de proteină	Comparații între: Suma	Furaje: naturală vegetală - naturală animală	Cereale — leguminoase	Grîu — porumb	Soia — mazăre	Făină de carne — făină de pește	Suma
Grîu	420	—1	—1	—1	0	0	
Porumb	436	—1	—1	+1	0	0	
Soia	445	—1	+1	0	+1	0	
Mazăre	422	—1	+1	0	—1	0	
Făină de carne	485	+2	0	0	0	+1	
Făină de pește	478	+2	0	0	0	—1	
Diferența		230	11	16	23	7	
Patratul diferenței		41209	121	256	529	49	
Divizorul pentru *SPA*		120	40	20	20	20	
SPA		343,408	3,025	12,800	26,450	2,450	388,133
Divizorul pentru acțiunea medie		40	20	10	10	10	
Acțiunea medie		5,075	0,550	1,600	2,300	0,700	

sumele acestora. În coloanele nr. 3—5 sînt indicați coeficienții cu ajutorul cărora se înmulțesc sumele din col. nr. 2. Coeficienții se stabilesc astfel. Fie de exemplu tratamentele a, b și c și dorim să comparăm pe a cu b. În acest caz b primește coeficientul zero, a coeficientul $+1$ iar c coeficientul -1. Dacă vrem să comparăm pe $(a \pm b)$ cu c, atribuim lui a coeficientul $+1$, lui b de asemenea $+1$ iar lui c coeficientul -2 deoarece termenul $(a+b)$ cuprinde două sume și în consecință suma lui c trebuie luată de două ori. Dacă avem tratamentele a, b, c, d, e, f, și vrem să comparăm pe $(a+b+c+d)$ cu $(e+f)$ dăm tratamentelor a, b, c, d coeficientul -1 iar tratamentelor e și f coeficientul $+2$ deoarece suma fiecăruia din ele trebuie luată de două ori, ținînd seama că în prima grupă avem 4 sume.

Înmulțind sumele din col. nr. 2 cu coeficienții corespunzători și adunînd algebric produsurile respective, obținem diferența pentru fiecare comparație. Împărțind patratul fiecărei diferențe la divizorul pentru calculul *SPA*, obținem valoarea *SPA* pentru fiecare comparație. Suma valorilor *SPA* a tuturor comparațiilor trebuie să fie egală cu *SPA* tratamente (forme de proteină) din tabelul 4.35.

Calculul divizorului pentru *SPA* se efectuează cu ajutorul formulei:

$$n \Sigma c^2 \qquad (4.13)$$

în care:

n reprezintă numărul valorilor individuale iar

c coeficienții.

Calculul divizorului pentru acțiunea medie se face cu ajutorul formulei:

$$\frac{n\Sigma c}{2} \qquad (4.14)$$

În tabelul 4.37 prezentăm rezultatele analizei variației pentru cele 5 comparații. Testul F arată că numai diferența între furajele de natură vegetală și cele de natură animală este semnificativă. Diferențele între celelalte categorii de furaje cad în sfera abaterilor accidentale.

TABELUL 4.37: Analiza varianței pentru comparații

Comparații între formele de proteină	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Furaje de natură vegetală — natură animală	343,408	1	343,408	5,03*
Cereale—Leguminoase	3,025	1	3,025	0,04
Grîu—Porumb	12,800	1	12,800	0,19
Soia — Mazăre	26,450	1	26,450	0,39
Făină de carne — Făină de pește	2,450	1	2,450	0,04
Forme de proteină, total	388,133	5	77,625	1,14
Eroare	3684,601	54	68,233	
Total	4072,734	59		

Comparații de genul celei descrise mai sus se numesc ortogonale. Condiții: suma coeficienților unei comparații și suma produsurilor coeficienților a două comparații oarecare sînt egale cu zero.

4.8. Transformări

De multe ori distribuțiile unor date experimentale se abat de la distribuția normală prezentînd fenomenul de asimetrie sau de exces. Să luăm de exemplu distribuția numărului de insecte ale unei specii de pe cele 6 parcele repetiții ale variantei netratate 130, 540, 3000, 990, 860, 480. Media aritmetică ($\bar{x} = 1000$), fiind influențată de valoarea 3 000, este prea mare, nereflectînd situația reală. Aplicînd transformarea logaritmică obținem valorile 2,11; 2,73; 3,50; 2,99; 2,93; 2,68 care formează o distribuție mult mai apropiată de cea normală iar media observațiilor ($\bar{x} = 2{,}82$) este mai plauzibilă.

Transformările servesc nu numai la apropierea distribuțiilor care se abat de la normalitate de distribuția normală, ci și la înlăturarea altor abateri de la normalitate ca de exemplu corelația dintre varianță, respectiv abaterea standard, și media aritmetică. Astfel, în cazul unor distribuții care tind către distribuția binomială sau distribuția Poisson, varianța este corelată cu media, în sensul că mediile mari au variațe mai mari decît mediile mici. În felul acesta variațele sînt neomogene. Prin aplicarea transformărilor se înlătură corelația dintre dispersie și media aritmetică și implicit heterogenitatea variațelor.

În sfîrșit transformările servesc și la înlăturarea fenomenului de neaditivitate (vezi 4.8.5).

În concluzie transformările reprezintă o serie de procedee care se utilizează la înlăturarea devierilor de la normalitate (înlăturarea anormalității), a heterogenității variațelor și a fenomenului de neaditivitate.

4.8.1. Transformarea în rădăcini patrate

Este vorba de transformarea observațiilor în $\sqrt{x}$ în care x reprezintă valorile individuale. În cazul cînd o valoare individuală este egală cu zero recurgem la transformarea în $\sqrt{\frac{1}{2} + x}$.

Transformarea în rădăcini pătrate se aplică în cazul distribuțiilor care tind către distribuția lui Poisson, distribuții în care varianța variază proporțional cu media aritmetică și care sînt afectate de efecte neaditive.

Exemplul 4.12. Cercetîndu-se acțiunea diferitelor insecticide asupra gîndacului ghebos *(Zabrus tenebrioides)* s-au găsit datele (număr de larve la parcelă) din tabelul 4.38. Să se stabilească dacă diferențele dintre tratamente sînt semnificative.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.38: Numărul de larve de gîndac ghebos la parcelă rămase în urma tratării cu diferite insecticide

Repetiția	Tratamentul				Suma
	A	*B*	*C*	*D*	
1	1	5	10	12	28
2	1	1	6	8	16
3	1	3	4	10	18
4	0	2	8	15	25
5	3	4	7	16	30
Suma	6	15	35	61	117
$\bar{x}$	1,2	3,0	7,0	12,2	
s^2	1,2	2,5	5,0	11,2	
s	1,10	1,58	2,24	3,35	
$s\%$	91,67	52,67	32,00	27,46	

Se vede că atît varianța s^2 cît și abaterea standard s, cresc proporțional cu media aritmetică $\bar{x}$ și anume varianța crește aproximativ în aceeași proporție cu media în timp ce abaterea standard crește mult mai încet.

În tabelul 4.39 prezentăm observațiile din tabelul 4.38 transformate în rădăcini pătrate.

TABELUL 4.39: Radăcinile pătrate ale observațiilor din tabelul 4.38 $x' = \sqrt{\frac{1}{2} + x}$

Repetiția	Tratamentul				Suma
	A	*B*	*C*	*D*	
1	2	3	4	5	6
1	1,22	2,35	3,24	3,54	10,35
2	1,22	1,22	2,55	2,92	7,91
3	1,22	1,87	2,12	3,24	8,45
4	0,71	1,58	2,92	3,94	9,15
5	1,87	2,12	2,74	4,00	10,73
Suma	6,24	9,14	13,57	17,64	46,59
$\bar{x}$	1,25	1,83	2,71	3,53	

În continuare se aplică analiza dublă a varianței.

Termenul de corecție TC:

$$TC = \frac{46{,}59^2}{20} = 108{,}53$$

Suma patratelor abaterilor SPA:

$$\text{Total: } 1{,}22^2 + 1{,}22^2 + \ldots + 3{,}94^2 + 4{,}00^2 - 108{,}53 = 18{,}04.$$

$$\text{Tratamente}: \frac{6{,}24^2 + 9{,}14^2 + 13{,}57^2 + 17{,}64^2}{5} - 108{,}53 = 15{,}03.$$

$$\text{Repetiții}: \frac{10{,}35^2 + 7{,}91^2 + 8{,}45^2 + 9{,}15^2 + 10{,}73^2}{4} - 108{,}53 = 1{,}46.$$

$$\text{Eroare}: 18{,}04 - 15{,}03 - 1{,}46 = 1{,}55$$

TABELUL 4.40: Tabelul varianțelor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Tratamente	15,03	3	5,01	38,54**
Repetiții	1,46	4	0,36	
Eroare	1,55	12	0,13	
Total	18,04	19		

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}13}{5}} = 0{,}23.$$

$$DL_{5\%} = 2{,}179 \cdot 0{,}23 = 0{,}50$$

Diferențele dintre tratamente, comparate cîte două, sînt semnificative.

4.8.2. Transformarea logaritmică

Constă în transformarea observațiilor în log x în care x reprezintă observațiile în cauză. Dacă una din observații are valoarea zero se recurge la transformarea în log $(x+1)$.

Transformarea logaritmică se folosește în cazul cînd deviația standard s variază direct proporțional cu media aritmetică. Ea este foarte indicată la prelucrarea datelor cu amplitudini mari de variație. De exemplu numărul de insecte din sol în cazul unor tratamente eficace poate varia de la 1—20 în timp ce în cazul unor tratamente neeficace de la 100—10 000—15 000. În aceste cazuri media aritmetică a diferitelor tratamente este corelată pozitiv cu deviația standard.

Exemplul 4.13. Pentru stabilirea modului de comportare a liniilor de cînepă la atacul viermelui porumbului *(Pyrausta nubilalis)* s-a determinat numărul de larve din tulpini obținîndu-se rezultatele din tabelul 4.41. Să se stabilească dacă diferențele dintre linii în ceea ce privește rezistența la atac sînt semnificative.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.41: Numărul de larve de *Pyrausta* din tulpini la diferite linii de cînepă

Planta	Linia				Suma
	53–54	53–100	53–2	53–290	
1	2	3	4	5	6
1	5	1	15	22	43
2	2	7	18	12	39
3	4	8	8	30	50
4	3	4	10	10	27
5	0	9	20	15	44
6	1	10	12	20	43
7	1	3	4	28	36
8	2	5	19	18	44
9	0	6	20	8	34
10	3	8	20	5	36
Suma	21	61	146	168	396
$\bar{x}$	2,1	6,1	14,6	16,8	
s^2	2,77	8,10	33,60	69,73	
s	1,67	2,85	5,80	8,35	
$s\%$	79,52	46,72	39,73	49,70	

Deviația standard variază direct proporțional cu media aritmetică. Pentru înlăturarea acestei corelații recurgem la transformarea valorilor estimate în valori logaritmice (tabelul 4.42).

TABELUL 4.42: Valorile logaritmice ale observațiilor din tabelul 4.41

$$x' = \log (x + 1)$$

Planta	Linia				Suma
	53–54	53–100	53–2	53–290	
1	2	3	4	5	
1	0,778	0,301	1,204	1,361	
2	0,477	0,903	1,279	1,114	
3	0,699	0,954	0,954	1,491	
4	0,602	0,699	1,041	1,041	
5	0,0	1,000	1,322	1,204	
6	0,301	1,041	1,114	1,322	
7	0,301	0,602	0,699	1,462	
8	0,477	0,778	1,301	1,279	
9	0,0	0,845	1,322	0,954	
10	0,602	0,954	1,322	0,778	
$\bar{x}$	0,424	0,808	1,156	1,200	1,974
SPA	0,660	0,456	0,386	0,472	36
l	9	9	9	9	
s^2	0,073	0,051	0,043	0,052	
s	0,27	0,22	0,20	0,23	
$s\%$	63,68	27,23	17,30	19,17	

Scanned with OKEN Scanner

Prin transformarea logaritmică s-a îndepărtat corelația sus amintită. Variațele au devenit independente față de medii și omogene. Ele au valori apropiate și ca atare putem calcula o varianță medie.

Pentru stabilirea semnificației diferențelor plecăm de la varianța medie

$$s^2 = 1{,}974 : 36 = 0{,}0548$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0548}{10}} = 0{,}104$$

$$DL_{5\%} = 2{,}030 \cdot 0{,}104 = 0{,}211$$

Pentru efectuarea comparației între linii în unitatea de măsură inițială (tabelul 4.41) recurgem la transformarea inversă, căutînd numărul valorii logaritmice a $DL_{5\%}$ de mai sus

$$DL_{5\%} = 1{,}626$$

Diferențele dintre linii sînt semnificative

4.8.3. Transformarea în numere reciproce

La unele distribuții afectate de anormalitate și heterogenitate a variațelor, abaterea standard poate crește mai repede decît media aritmetică. În acest caz metoda cea mai indicată de apropiere a distribuțiilor de normalitate și de îndepărtare a heterogenității variațelor este transformarea observațiilor în numere reciproce, în care scop se folosesc tabelele cu numere reciproce (vezi K. F. Zimmermann, 1959 *b*).

4.8.4. Transformarea valorilor procentuale

În unele experiențe valorile individuale sînt reprezentate prin procente (valori procentuale, valori relative, frecvențe relative). În cazul cînd procentele sînt cuprinse între 40—60 se folosesc ca atare în calcul, fără a fi necesară transformarea lor, deoarece distribuțiile respective se abat puțin de la distribuția teoretică (în cazul procentelor distribuția teoretică este cea binominală) iar variațele diferitelor tratamente sînt destul de omogene. În cazul cînd datele procentuale depășesc limitele de mai sus variațele cresc proporțional cu mărimea valorilor procentuale devenind neomogene. Pentru apropierea distribuțiilor de binomialitate și omogenizarea variațelor este necesară transformarea valorilor relative.

Calea uzuală de transformare este convertirea valorilor procentuale în unghiuri = arc sin $\sqrt{\text{procent}}$. Unghiurile corespunzătoare procentelor de la 0,0—100,0 (unghiul = arc sin $\sqrt{\text{procent}}$) se găsesc gata calculate în tabele (C. I. Bliss, 1937; R. A. Fisher and F. Yates, 1948; G. W. Snedecor, 1956 etc.). În tabela X din anexă prezentăm, după G. W. Snedecor, 1956, unghiurile corespunzătoare procentelor 0,0—100,0.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 4.14. Pentru examinarea rezistenței la mălură, 5 linii de grîu de toamnă au fost infectate energic cu praf de spori de *Tilletia foetida*. Semințele infectate au fost semănate direct în cîmp la adîncimea de 6 cm. La recoltare s-a stabilit procentul de plante atacate din fiecare linie (tabelul 4.43). Să se stabilească dacă diferențele dintre linii în ceea ce privește rezistența la mălură sînt semnificative.

TABELUL 4.43: Procentul de plante atacate de mălură la diferite linii de grîu de toamnă

Linia	Blocul					Suma	Media
	a	*b*	*c*	*d*	*e*		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	1	2	1	1	9	1,8
2	5	12	7	10	5	39	7,8
3	8	5	3	4	10	30	6,0
4	9	15	19	7	13	63	12,6
5	15	40	20	11	9	95	19,0
Suma	41	73	51	33	38	236	

Aplicînd analiza dublă a varianței s-au obținut rezultatele din tabelul 4.44.

TABELUL 4.44: Tabelul variațelor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Linii	871,36	4	217,84	5,89*
Blocuri	200,96	4	50,24	
Eroare	591,84	16	36,99	
Total	1664,16	24		

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 36{,}99}{5}} = 3{,}85$$

$$DL_{5\%} = 2{,}120 \cdot 3{,}85 = 8{,}16$$

Deoarece varianța erorii este mare, diferența limită este și ea ridicată din care cauză numai 4 din cele 10 diferențe dintre variantele perechi sînt asigurate.

Situația se schimbă dacă transformăm valorile inițiale în unghiuri = arc sin $\sqrt{\text{procent}}$ (tabelul 4.45).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 4.45: Valorile transformate ale observațiilor privind atacul de mălură asupra liniilor de grîu

Linia	Blocul					Suma	Media
	a	*b*	*c*	*d*	*e*		
1	11,54	5,74	8,13	5,74	5,74	36,89	7,38
2	12,92	20,27	15,34	18,44	12,92	79,89	15,98
3	16,43	12,92	9,98	11,54	18,44	69,31	13,89
4	17,46	22,79	25,84	15,34	21,13	102,56	20,51
5	22,79	39,23	26,56	19,37	17,46	125,41	25,08
Suma	81,14	100,95	85,85	70,43	75,69	414,06	

Termenul de corecție $TC = \frac{414{,}06^2}{25} = 6857{,}83$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Total: $11{,}54^2 + 12{,}92^2 + \ldots + 21{,}13^2 + 17{,}46^2 - 6857{,}83 =$

$= 1387{,}63$

Linii: $\frac{36{,}89^2 + 79{,}89^2 + \ldots + 125{,}41^2}{5} - 6857{,}8\,3 = 900{,}85$

Blocuri: $\frac{81{,}14^2 + 100{,}95^2 + \ldots + 75{,}69^2}{5} - 6857{,}83 = 109{,}01.$

Eroare: $1387{,}63 - 900{,}85 - 109{,}01 = 377{,}77$

TABELUL 4.46: Tabelul varianțelor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Linii	900,85	4	225,21	9,54**
Blocuri	109,01	4		
Eroare	377,77	16	23,61	
Total	1387,63	24		

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 23{,}61}{5}} = 3{,}07.$$

$$DL_{5\%} = 2{,}120 \cdot 3{,}07 = 6{,}51$$

$$DL_{1\%} = 2{,}921 \cdot 3{,}07 = 8{,}97$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru transformarea acestor valori în procente recurgem din nou la tabela X din anexă unde găsim că 6,51 se află între 1,2 și 1,3%, practic 1,3% iar 8,97 între 2,4 și 2,5%, practic 2,4%. Comparînd diferențele dintre tratamentele perechi cu noile valori *DL* transformate în procente constatăm că din cele 10 diferențe, 9 sînt distinct semnificative, iar una semnificativă (tabelul 4.47).

TABELUL 4.47: Semnificația diferențelor

Linii	$\bar{x}_i$	Diferențe			
		4	2	3	1
5	19,0	6,4**	12,2**	13,0**	17,2**
4	12,6		4,8**	6,6**	10,8**
2	7,8			1,8*	6,0**
3	6,0				4,2**
1	1,8				

4.8.5. Testul de aditivitate

Testul de aditivitate, denumit și testul Tukey, se utilizează în următoarele scopuri: a) pentru a pune în evidență unele observații aberante într-o distribuție; b) pentru a ne arăta dacă este necesar să aplicăm o transformare; c) pentru a ne indica dacă o transformare este eficace; d) pentru a ne arăta ce metodă de transformare să aplicăm.

Fenomenul de neaditivitate se întîlnește atunci cînd efectele (acțiunile) principale sînt reprezentate prin procente, cînd în populația cercetată au fost introduse accidental observații care aparțin altei populații, cînd interacțiunile (acțiunile reciproce) sînt cuplate cu acțiunile principale sau cu eroarea.

Vom ilustra printr-un exemplu metoda de testare a ipotezei aditivității în cazul experiențelor așezate după metoda blocurilor randomizate.

Exemplul 4.15. Pentru studiul biologiei insectei *Tanymecus dillaticolis* au fost montate pe teren 3 tipuri de capcane, care au fost menținute 5 luni. Numărul de insecte capturate se vede în tabelul 4.48. Distribuția valorilor individuale pentru tratamentul 1 tinde către distribuția normală, în timp ce celelalte două distribuții tind către distribuția Poisson.

TABELUL 4.48: Frecvența insectelor *Tanymecus dillaticolis* în diferite tipuri de capcane

Tipul de capcană	Perioada				
	martie	aprilie	mai	iunie	iulie
1	12	32	97	31	2
2	10	125	185	18	26
3	83	365	358	190	210

Scanned with OKEN Scanner

Aplicînd transformarea logaritmică obținem valorile din tabelul 4.49.

TABELUL 4.49: Valorile logaritmice ale observațiilor din tabelul 4.48

Perioada	Tipul de capcană			Suma
	1	2	3	
martie	1,08	1,00	1,92	4,00
aprilie	1,51	2,10	2,56	6,17
mai	1,99	2,27	2,55	6,81
iunie	1,49	1,26	2,28	5,03
iulie	0,30	1,41	2,32	4,03
Suma	6,37	8,04	11,63	26,04

Rezultatele analizei variației sînt redate în tabelul 4.50.

TABELUL 4.50: Analiza variației a valorilor logaritmice din tabelul 4.49

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Perioade	2,1239	4		
Capcane	2,8900	2	1,4450	12,05**
Eroare	0,9597	8	0,1199	
Total	5,9736	14		

Mediile geometrice pentru capcane sînt 18,8; 40,6; 211,8. Testul *F* arată că diferențele dintre medii sînt distinct semnificative.

Metoda de calcul a testului de aditivitate este cea indicată de J. W. Tukey, 1949, 1955 și reprodusă de G. W. Snedecor 1956.

Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 4.51 și punctele 1—6.

TABELUL 4.51. Calculul testului de aditivitate

Perioada	Timpul de capcană			Suma X_i	Media $\bar{x}_i$	Abaterea $d_i = \bar{x}_i - \bar{\bar{x}}$	Produsul $p_i = \Sigma X_{ij} d_j$
	1	2	3				
martie	1,08	1,00	1,92	4,00	1,333	—0,403	0,50584
aprilie	1,51	2,10	2,56	6,17	2,057	0,321	0,54398
mai	1,99	2,27	2,55	6,81	2,270	0,534	0,29456
iunie	1,49	1,26	2,28	5,03	1,677	—0,059	0,49554
iulie	0,30	1,41	2,32	4,03	1,343	—0,393	1,04972
Suma, X_j	6,37	8,04	11,63	26,04			$\Sigma p_i = 2,88964$
Media, $\bar{\bar{x}}_j$	1,274	1,608	2,326		$\bar{\bar{x}} = 1,736$		
Abaterea $d_j = \bar{x}_j - \bar{\bar{x}}$	—0,462	—0,128	0,590				

1) Produsuri: $p_1 = \Sigma X_{1j} d_j = (1{,}08)\ (-0{,}462) + (1{,}00)\ (-0{,}128) + (1{,}92)$

$$\vdots \qquad (0{,}590) = 0{,}50584$$

$$\vdots$$

$$p_5 = \Sigma X_{5j} d_j = (0{,}30)\ (-0{,}462) + (1{,}41)\ (-0{,}128) + (2{,}32)$$

$$(0{,}590) = 1{,}04972$$

2) $P = \Sigma d_i p_i = (-0{,}403)\ (0{,}50584) + \ldots + (-0{,}393)\ (1{,}04972) = -$

$$-0{,}31371$$

3) $\Sigma d_i^2 = (-0{,}403)^2 + (0{,}321)^2 + (0{,}534)^2 + (-0{,}059)^2 + (-0{,}393)^2 =$

$$= 0{,}70854$$

4) $\Sigma d_j^2 = (-0{,}462)^2 + (-0{,}128)^2 + (0{,}590)^2 = 0{,}57793$

5) SPA pentru neadditivitate $= \dfrac{P^2}{(\Sigma d_i^2)\ (\Sigma d_j^2)} = \dfrac{(-0{,}31371)^2}{(0{,}70854)\ (0{,}57793)} = 0{,}2403$

6) Testarea ipotezei aditivității se face astfel:

	SPA	l	s^2
Eroare	0,9597	8	
Neadditivitate	0,2403	1	0,2403
Pentru testare	0,7194	7	0,1028

$F = 0{,}2403 : 0{,}1028 = 2{,}34$. Valoarea $F_{5\%}$ teoretică pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 7$ este 5,59. Rezultă că nu avem de a face cu fenomenul de aditivitate. Întrucît experiența este afectată de neadditivitate, transformarea valorilor individuale în valori logaritmice este justificată.

CAPITOLUL 5

Analiza corelațiilor

În capitolele precedente ne-am ocupat de metodele de analiză statistică a unei singure variabile din cadrul mai multor probe. În cele ce urmează vom arăta căile de analiză statistică a legăturii dintre două sau mai multe variabile ale aceleiași probe, a raportului de dependență reciprocă dintre ele.

Legăturile dintre fenomene sînt de două feluri. Unele legături sînt foarte strînse, putînd fi exprimate matematic prin funcția $y = f(x)$, de exemplu legătura dintre mărimea laturii unui patrat și suprafața sa, legătura dintre raza cercului și suprafața acestuia etc. Astfel de legături se numesc *funcționale*. Există și legături în care intervin numeroși factori sistematici și accidentali care fac ca cele două însușiri să nu varieze în strînsă concordanță. Astfel este cazul legăturilor biologice care pot îmbrăca o gamă foarte largă de forme de la cele strînse (nu însă în sens funcțional) pînă la lipsa totală de legătură. Aceste legături se numesc *statistice, stochastice* și se desemnează sub denumirea de *corelații*.

Corelațiile prezintă importanță, deoarece cunoscînd variația unei însușiri putem trage concluzii asupra însușirii sau însușirilor de care aceasta este legată, fără a recurge la determinări directe, care adesea sînt greu de executat.

5.1. Corelația simplă

Prin corelație simplă înțelegem legătura reciprocă dintre două variabile, x și y, ale unei probe. Corelația poate fi: *pozitivă*, atunci cînd valorile celor două variabile cresc sau descresc în același sens de exemplu corelația dintre productivitate și numărul fraților fertili la grîu, corelația dintre rezistența la ger a grîului de toamnă și conținutul de zaharuri al plantelor, corelația dintre productivitate și numărul rîndurilor de pe știulete la porumb, corelația dintre conținutul de amidon al cartofilor și greutatea lor specifică; poate fi *negativă* atunci cînd valorile variabilei x cresc, iar ale variabilei y descresc, sau invers, de exemplu, corelația între conținutul de fibre al tulpinilor și diametrul tulpinii la cînepă, corelația dintre rezistența la cădere a cerealelor și talia plantelor, corelația dintre productivitate și procentul ridicat de cocean la porumb etc.

Metodele cele mai simple de constatare a unei corelații sînt reprezentarea grafică și tabela de corelație.

5.1.1. Reprezentarea grafică

Reprezentarea grafică se face cu ajutorul sistemului de coordonate rectangulare. Se stabilesc mai întîi pe cele două coordonate, începînd de la origine, unitățile de lungime pentru variabila x și unitățile de lungime pentru variabila

Scanned with OKEN Scanner

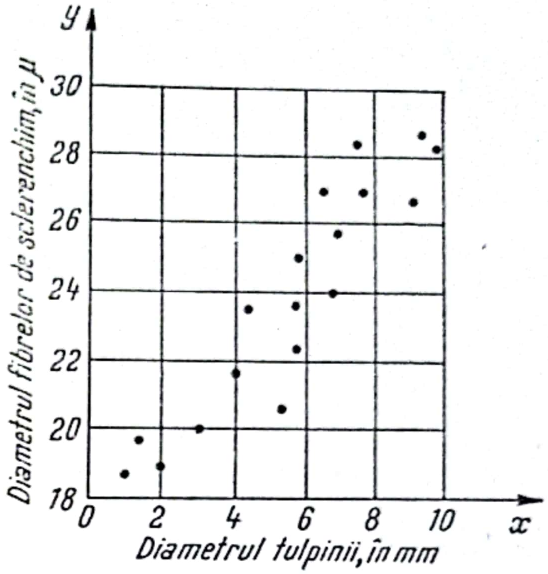


Fig. 5.1 — Variația diametrului fibrelor de sclerenchim în funcție de grosimea tulpinilor de cînepă

y. Se așază valorile x pe axa absciselor iar valorile y pe axa ordonatelor apoi din fiecare punct x de pe axa absciselor se ridică perpendiculare de lungimea valorilor y sau din fiecare punct y de pe ordonată se ridică perpendiculare de lungimea valorilor x. Intersecțiile perpendicularelor, care se notează cu cruciulițe sau cu cerculețe, reprezintă imaginea grafică a valorilor perechi xy. Pentru reprezentarea grafică se recomandă folosirea hîrtiei milimetrice. Fig. 5.1 reprezintă imaginea grafică a corelației dintre diametrul fibrelor de sclerenchim și diametrul tulpinii la cînepă. Se constată o strînsă corelație pozitivă între cele două însușiri.

Reprezentarea grafică ne arată sensul corelației. Ea ne dă oarecare indicații și asupra tăriei corelației. Cu cît punctele se grupează mai strîns de-a-lungul diagonalei cu atît corelația este mai evidentă, și invers.

5.1.2. Tabela de corelație

Reprezentarea grafică se folosește în cazul probelor mici. Cînd probele sînt mari reprezentarea grafică devine obositoare și în acest caz este mult mai comod să folosim tabela de corelație care se construiește astfel: se stabilesc clasele pentru variabilele x și y, apoi se întocmește o tabelă ale cărei coloane corespund cu clasele x și ale cărei rînduri corespund cu clasele y. Luăm din tabelul original de date fiecare valoare individuală în parte și vedem în care cîmp, corespunzător claselor x și y, se încadrează și tragem cîte o liniuță. După epuizarea tuturor valorilor se numără liniuțele din fiecare cîmp iar numerele obținute se trec într-o nouă tabelă. Sumele coloanelor reprezintă distribuția caracterului x iar sumele rîndurilor distribuția caracterului y. O astfel de tabelă de corelație este tabelul 5.1 care reprezintă variația procentului de fibre în funcție de diametrul tulpinii.

Se vede că între cele două caractere există o corelație negativă. Ca și reprezentarea grafică, tabela de corelație ne indică sensul corelației. Ea ne permite

TABELUL 5.1: Corelația dintre conținutul de fibre (%) și diametrul tulpinii la cînepă

y = conținutul de fibre %	x = diametrul tulpinii, în *mm*							Suma y
	2	3	4	5	6	7	8	
26	2	3	3	2				10
24	4	5	13	7	4			33
22	3	6	18	25	10	2		64
20		1	8	17	18	3		47
18			1	9	8	8	2	28
16				2	3	4	6	15
14						1	2	3
Suma x	9	15	43	62	43	18	10	200

să tragem unele concluzii și asupra tăriei corelației. Cu cît valorile individuale sînt mai strîns repartizate de-a lungul diagonalei, cu atît corelația este mai puternică și invers.

5.1.3. Distribuția normală a două variabile

Aruncînd o privire asupra datelor din tabelul 5.1 (sumele x și sumele y), constatăm că avem de a face cu două distribuții de frecvențe: o distribuție de frecvențe referitoare la caracterul x și o distribuție de frecvențe referitoare la caracterul y. Astfel de distribuții referitoare la două caracteristici se numesc distribuții *bidimensionale* sau *a două variabile*.

Funcția de frecvență a distribuției normale de două variabile a unei populații este dată de expresia:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\,\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\, e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)\,(y-\mu_y)}{\sigma_x\,\sigma_y}\right]} \tag{5.1}$$

Ea depinde de 5 parametri:

μ_x și σ_x: media și abaterea standard a distribuției totale (marginale) a variabilei x

μ_y și σ_y: media și abaterea standard a distribuției totale a variabilei y.

ρ: coeficientul de corelație dintre variabilele x și y care poate fi cuprins între -1 și $+1$.

Proprietățile ei sînt următoarele:

a) Distribuția fiecărei variabile este normală avînd parametrii respectivi $(\mu_x,\ \sigma_x)$, $(\mu_y,\ \sigma_y)$.

b) Liniile de regresie sînt linii drepte. Cele două drepte sînt distincte în cazul cînd ρ este diferit de $+1$ sau -1.

c) Distribuțiile subpopulațiilor cu x constant (distribuțiile din cadrul coloanelor) sînt normale iar abaterea standard a acestora denumită *abatere standard legată* are o valoare independentă de x. De asemenea, distribuțiile

subpopulațiilor cu y constant (distribuțiile din cadrul rîndurilor) sînt normale și au o abatere standard legată independentă de y. Abaterile standard legate a celor două categorii de distribuții susmenționate, denumite și *distribuții legate*, sînt diminuate în proporție de la 1 la $\sqrt{1-\rho^2}$ în raport cu abaterile standard σ_x și σ_y ale distribuțiilor marginale.

Coeficientul de corelație ρ exprimă gradul legăturii dintre două variabile.

Cînd $\rho = 0$ cele două variabile, x și y sînt independente. Dreptele de regresie sînt paralele cu axele coordonatelor iar variabilitatea în cadrul subpopulațiilor este identică cu distribuțiile marginale.

Cînd $\rho = +1$ sau -1 cele două variabile sînt în relație funcțională liniară; cele două drepte de regresie se confundă și variabilitatea din cadrul subpopulațiilor este nulă.

Pe măsură ce ρ se apropie mai mult sau mai puțin de limitele ± 1 cele două variabile sînt în corelație mai mult sau mai puțin strînsă.

Populația la care se referă funcția (5.1) se numește *populație normală de două variabile* iar datele din tabelul 5.1 reprezintă o probă dintr-o astfel de populație.

Aruncînd o privire asupra tabelei 5.1 putem face următoarele constatări: a) Fiecare coloană și fiecare rînd reprezintă o distribuție de frecvențe. Ultima coloană din dreapta (suma y) reprezintă distribuția totală (marginală) de frecvențe a variabilei y iar ultimul rînd de jos (suma x) reprezintă distribuția totală (marginală) de frecvențe a variabilei y. b) Totalitatea frecvențelor formează o elipsă cu axa mare orientată de la stînga sus spre dreapta jos. c) Frecvențele se îngrămădesc de-a lungul axei mari a elipsei, aglomerîndu-se către centrul distribuțiilor. d) Centrul tabelei se găsește în $\bar{x} = 5{,}04$ mm și $\bar{y} = 21{,}46\%$.

5.1.4. Examinarea corelației

Reprezentarea grafică și tabela de corelație ne arată dacă între două variabile există sau nu o corelație. În același timp ele ne indică și sensul corelației. Aceste metode ne permit să tragem oarecare concluzii și asupra tăriei (gradului) corelației.

Pentru a prinde într-o expresie matematică legătura reciprocă dintre două variabile și a trage concluzii sigure asupra tăriei corelației este necesar să recurgem la alte metode, mult mai precise, pe care le vom expune mai jos.

5.1.4.1. *Examinarea corelației cu ajutorul analizei variației*

Pentru examinarea legăturii reciproce dintre două caractere se aplică analiza simplă a variației pentru grupe de aceeași mărime (vezi secțiunea 4.2.1) sau pentru grupe de mărimi diferite (vezi secțiunea 4.2.2).

Pentru a putea calcula varianța erorii este necesar ca fiecărei clase x să-i corespundă mai multe valori y.

Exemplul 5.1. Pentru a stabili în ce măsură depinde producția de tulpini de perioada de vegetație a diferitelor soiuri de cînepă de fibre, s-a executat

Scanned with OKEN Scanner

în 1950 la Băneasa — București, o experiență cu 5 soiuri de cînepă foarte diferite ca perioadă de vegetație (55—130 zile). (N. Ceapoiu, 1958). Datele de producție sînt prezentate în tabelul 5.2. Din variația sumelor de x se constată că între producția de tulpini și perioada de vegetație există o corelație pozitivă. Să se examineze cu ajutorul AV dacă legătura respectivă este semnificativă.

Termenul de corecție $TC = \frac{1042^2}{30} = 36192$

TABELUL 5.2: Variația producției de tulpini în funcție de perioada de vegetație la cînepa de fibre

	x = Perioada de vegetație în zile						Total
	55	70	85	100	115	130	
y = Producția de tulpini q/ha	12 10 14 15 13	18 20 24 22 19	25 27 30 29 26	39 36 34 40 37	48 46 44 54 52	64 57 66 59 62	
Suma perioadei	64	103	137	186	244	308	$\Sigma y = 1042$

Termenul de corecție $TC = \frac{1042^2}{30} = 36192$

Suma patratelor abaterilor SPA :

$$\text{Total} = 12^2 + 10^2 + 14^2 + \ldots + 59^2 + 62^2 - 36192 = 8502$$

$$\text{Perioade} = \frac{64^2 + 103^2 + \ldots + 244^2 + 308^2}{5} - 36192 = 8302$$

$$\text{Eroare} = 8502 - 8302 = 200$$

Valoarea F fiind foarte mare rezultă că legătura dintre producția de tulpini și perioada de vegetație este foarte semnificativă.

TABELUL 5.3: Tabelul varianțelor pentru examinarea corelației dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Perioade	8302	5	1660,4	200,0**
Eroare	200	24	8,3	
Total	8502	29		

Exemplul 5.2. Pentru stabilirea acțiunii azotului asupra conținutului și producției de fibre la cînepa de fibre s-au aplicat pe un fond îngrășat cu 200 kg/ha superfosfat și 250 kg/ha sare potasică, doze crescînde de 150, 300 și 450 kg/ha sulfat de amoniu. Experiența a fost executată în 1941—1944 la

mai multe stațiuni experimentale din țară, constatîndu-se că azotul sporește conținutul de fibre pe toate tipurile de sol (N. Săulescu și col., 1947). În tabelul 5.4 sînt prezentate datele de la Stațiunea experimentală agricolă Filiași.

TABELUL 5.4. Variația conținutului de fibre în funcție de cantitatea de sulfat de amoniu aplicată la cînepa de fibre

	x = cantitatea de sulfat de amoniu kg/ha				Total
	0	150	300	450	
y = conținutul de fibre din tulpini (%)	19,0 18,1 18,9 19,8 19,5	21,8 22,5 20,6 22,0 21,1 23,0	22,1 23,0 22,6 23,1 24,0 22,6	21,8 22,7 22,4 20,8 23,4	
Suma	95,3	131,0	137,4	111,1	474,8
n	5	6	6	5	

Termenul de corecție $TC = \frac{474,8^2}{22} = 10247,05$

Suma patratelor abaterilor SPA:

$$\text{Total} = 19,0^2 + 18,1^2 + \ldots + 20,8^2 + 23,4^2 - 10247,05 = 56,15$$

$$\text{Doze de îngrășămînt} = \frac{95,3^2 + 111,1^2}{5} + \frac{131,0^2 + 137,4^2}{6} - 10\,247,05 = 44,64$$

$$\text{Eroare} = 56,15 - 44,64 = 11,51$$

TABELUL 5.5: Tabelul varianțelor pentru examinarea corelației dintre conținutul de fibre și îngrășăminte, la cînepa de fibre

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Doze de îngrășămînt	44,64	3	14,88	23,28**
Eroare	11,51	18	0,64	
Total	56,15	21		

După cum reiese din tabelul varianțelor corelația dintre conținutul de fibre și doza de sulfat de amoniu este foarte semnificativă.

Scanned with OKEN Scanner

5.1.4.2. *Raportul de corelație*

Raportul de corelație η reprezintă rădăcina patrată din cîtul

$$\frac{\text{suma patratelor abaterilor pentru grupe}}{\text{suma patratelor abaterilor pentru total}}:$$

$$\eta = \sqrt{\frac{SPA \text{ grupe}}{SPA \text{ total}}}$$

Mărimea raportului de corelație variază de la 0 la 1, 0 indicînd lipsa de corelație iar 1 corelația foarte puternică.

Calculînd raportul de corelație pentru exemplele 5.1 și 5.2 obținem:

a) pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație:

$$\eta = \sqrt{\frac{8302}{8502}} = 0{,}988$$

b) pentru corelația dintre conținutul de fibre și îngrășăminte;

$$\eta = \sqrt{\frac{44{,}64}{56{,}15}} = 0{,}891$$

Valorile raportului de corelație concordă cu valoarea F din exemplele 5.1 și 5.2. Corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație este mai puternică decît corelația dintre conținutul de fibre și îngrășăminte.

Raportul de corelație, deși exprimă sugestiv gradul corelației dintre două variabile, totuși prezintă două neajunsuri: a) nu indică sensul corelației și b) arată numai dependența variabilei y de variabila x, dar nu și invers dependența variabilei x de variabila y. În cazul exemplelor 5.1 și 5.2 legătura inversă dintre variabile este lipsită de sens. Pentru examinarea legăturii inverse dintre două însușiri trebuie să recurgem la AV luînd în calcul valorile x în loc de y.

Raportul de corelație se calculează pentru corelațiile neliniare, la care linia de regresie nu este o dreaptă. În caz că nu cunoaștem forma curbei de regresie, construim o curbă a mediilor în care scop împărțim întreaga distribuție în benzi egale, paralele cu axa ordonatelor calculînd media ordonatelor punctelor din fiecare bandă precum și curba care unește aceste medii (curba de regresie a lui y în raport cu x). Dacă varianța în jurul acestei curbe este mai mică decît varianța generală înseamnă că între cele două variabile există o legătură (M. Steinbach, 1961).

5.1.4.3. *Covarianța*

În cazul a două însușiri corelate avem de a face cu două distribuții de frecvențe: o distribuție a însușirii x, caracterizată prin varianța s_x^2 și o distribuție a însușirii y, caracterizată prin varianța s_y^2. Pe lîngă varianțele s_x^2 și s_y^2

întîlnim și o varianță comună s_{xy}, denumită covarianță, a cărei formulă se stabilește pornind de la variațele celor două însușiri:

$$s_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \qquad s_y^2 = \frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

Formulele de mai sus pot fi scrise și sub următoarele forme:

$$s_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})\ (x_i - \bar{x})}{n-1} \qquad s_y^2 = \frac{\Sigma (y_i - \bar{y})\ (y_i - \bar{y})}{n-1}$$

Varianța comună a lui x și y, covarianța xy este:

$$s_{xy} = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \tag{5.2}$$

Dacă în loc de abateri pornim de la valorile individuale, variațele celor două însușiri sînt:

$$s_x^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1} \qquad s_y^2 = \frac{\Sigma y_i^2 - \frac{(\Sigma y_i)^2}{n}}{n-1}$$

de unde este ușor de văzut că:

$$s_{xy} = \frac{\Sigma x_i y_i - \frac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{n-1} \tag{5.3}$$

Expresiile de la numărător din formulele (5.2) și (5.3) reprezintă *suma produsurilor abaterilor*, iar $n - 1$ de la numitor numărul gradelor de libertate. Spre deosebire de suma patratelor abaterilor care se notează cu *SPA*, suma produsurilor abaterilor se notează cu *SPrA*.

Covarianța este un indice al corelației care, față de raportul de corelație, prezintă avantajul că indică și sensul corelației. Mai prezintă avantajul că se poate aplica nu numai în cazul cînd unei valori x îi corespund mai multe valori y, ci și în cazul cînd unei valori x îi corespunde o singură valoare y.

Pentru a trage însă concluzii din covarianță asupra corelației dintre două însușiri este necesar ca ea să fie comparată cu variațele însușirilor respective. În consecință la orice corelație trebuie să calculăm s_x^2, s_y^2 și s_{xy}.

Exemplul 5.3. Cercetîndu-se corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la mai multe linii și soiuri de sparcetă s-au obținut datele din tabelul 5.6 (E. Kellner și P. Varga, 1966). Să se stabilească cu ajutorul covarianței, gradul și sensul corelației.

Calculăm mai întîi suma patratelor abaterilor pentru x și y și suma produsurilor abaterilor xy (tabelul 5.7).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 5.6: Corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă

Varianta	x = Înălțimea plantelor în cm					y = Procentul de frunze				
	a	*b*	*c*	*d*	$\bar{x}$	*a*	*b*	*c*	*d*	$\bar{x}$
ICA 6	19,9	25,5	33,5	28,7	26,9	55,4	54,0	54,9	51,5	54,0
59/105	26,3	26,2	25,3	27,4	26,3	51,9	54,0	49,3	53,6	52,2
57/6	19,9	25,3	27,1	21,9	23,6	58,3	51,1	55,6	57,1	55,5
57/109	23,9	20,8	34,3	20,1	24,8	55,3	58,0	55,6	59,5	57,1
54/863	29,7	31,8	31,5	23,3	29,1	57,7	53,2	52,6	53,7	54,3
Bendelebener	23,0	18,7	20,2	16,5	19,6	63,8	63,6	73,8	51,7	63,2
Harkov	20,1	14,7	16,0	20,7	17,9	64,8	71,9	69,4	74,3	70,1
O. arenaria	15,2	20,8	23,0	18,9	19,5	66,7	72,5	70,1	71,4	70,2

TABELUL 5.7: Calculul sumei patratelor abaterilor pentru x și y și a sumei produsurilor abaterilor xy pentru exemplul 5.3

x cm	y %	x^2	y^2	xy
26,9	54,0	723,61	2916,00	1452,60
26,3	52,2	691,69	2724,84	1372,86
23,6	55,5	556,96	3080,25	1309,80
24,8	57,1	615,04	3260,41	1416,08
29,1	54,3	846,81	2948,49	1580,13
19,6	63,2	384,16	3994,24	1238,72
17,9	70,1	320,41	4914,01	1254,79
19,5	70,2	380,25	4928,04	1368,90
Suma 187,7	476,6	4518,93	28766,28	10993,88

$$SPA_x = 4518{,}93 - \frac{187{,}7^2}{8} = 115{,}02$$

$$SPA_y = 28766{,}28 - \frac{476{,}6^2}{8} = 372{,}84$$

$$SPrA_{xy} = 10993{,}88 - \frac{187{,}7 \cdot 476{,}6}{8} = -188{,}35$$

Numărul gradelor de libertate este 8-1 = 7 iar variațele și covarianța sînt următoarele:

$$s_x^2 = 115{,}02 : 7 = 16{,}43 \qquad s_y^2 = 372{,}84 : 7 = 53{,}26$$

$$s_{xy} = -188{,}35 : 7 = -26{,}91$$

Covarianța fiind negativă înseamnă că între înălțimea plantelor de sparcetă și procentul de frunze este o corelație negativă. Pe de altă parte valoarea

Scanned with OKEN Scanner

absolută a covarianței fiind situată între valorile celor două varianțe, rezultă că avem de a face cu o corelație liniară.

Exemplul 5.4. Să se examineze cu ajutorul covarianței corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă (vezi exemplul 5.1). Deoarece fiecărei valori x îi corespund 5 valori y, este necesar ca fiecare valoare x să fie luată în calcul de 5 ori.

Calculul se desfășoară astfel:

$$\Sigma x = 5(55 + 70 + 85 + 100 + 115 + 130) = 2775$$

$$SPA_x = 5(55^2 + 70^2 + 85^2 + 100^2 + 115^2 + 130^2) - \frac{2775^2}{30} = 19\,688$$

$$SPA_y = 12^2 + 10^2 + 14^2 + \ldots + 59^2 + 62^2 - \frac{1042^2}{30} = 8502$$

$$SPrA_{xy} = (55.64) + (70.103) + \ldots + (115.244) + (130.308) - \frac{2775 \cdot 1042}{30} = 12690$$

Numărul gradelor de libertate este $30 - 1 = 29$

$$s_x^2 = \frac{19688}{29} = 679 \qquad s_y^2 = \frac{8502}{29} = 293$$

$$s_{xy} = \frac{12690}{29} = 438$$

Covarianța fiind pozitivă și fiind situată între cele două varianțe, înseamnă că corelația este pozitivă și liniară.

Un dezavantaj al covarianței este acela că valoarea ei este influențată de unitatea de măsură folosită. Acest neajuns poate fi îndepărtat dacă exprimăm covarianța în valori relative. Acest lucru se realizează împărțind covarianța la varianțele celor două însușiri corelate. Valorile obținute constituie indicele de exactitate și coeficientul de corelație.

5.1.4.4. *Indicele de exactitate*

Cu cît dispersia punctelor liniei de regresie este mai mică, cu atît linia respectivă poate fi determinată mai riguros. Dispersia punctelor liniei de regresie constituie o parte din dispersia totală a lui y. Raportul dintre dispersia punctelor liniei de regresie și dispersia totală poate constitui un indice al exactității cu care este determinată linia de regresie, un indice al corelației dintre cele două variabile x și y. Acest indice introdus în metodologia statistică de A. Linder (1961) poartă denumirea de *indice de exactitate* și se notează cu B.

Indicele de exactitate poate fi definit astfel (E r n a W e b e r, 1961):

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(Y_i - \bar{y})^2}{n-1}}{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \tag{5.4}$$

Ecuația liniei de regresie este:

$$Y = \bar{y} + b\,(x - \bar{x})$$

de unde:

$$Y - \bar{y} = b(x - \bar{x})$$

Făcînd înlocuirea respectivă în expresia (5.4) avem:

$$B = \frac{b^2 \frac{1}{n-1} \Sigma(x_i - \bar{x})^2}{\frac{1}{n-1} \Sigma(y_i - \bar{y})^2} \tag{5.5}$$

b este coeficientul de regresie, care este definit astfel:

$$b = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}$$

sau:

$$b = \frac{\Sigma x_i y_i - \frac{\Sigma y_i \Sigma x_i}{n}}{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}$$

Înlocuind pe b din expresia (5.5) avem:

$$B = \frac{\frac{1}{n-1} [\Sigma(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})]^2}{\frac{1}{n-1} \Sigma(x_i - \bar{x})^2 \frac{1}{n-1} \Sigma(y_i - \bar{y})^2} \tag{5.6}$$

Numărătorul din relația (5.6) reprezintă suma produsurilor abaterilor împărțită la numărul gradelor de libertate, adică covarianța s_{xy} iar numitorul reprezintă variațele s_x^2 și s_y^2.

Deci:

$$B = \frac{s_{xy}^2}{s_x^2\ s_y^2} \tag{5.7}$$

În cazul unei corelații lineare riguroase între valorile x și y, $B = 1$; în cazul lipsei de corelație între variabilele x și y, $B = 0$.

Indicele de exactitate pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă în care $s_x^2 = 16{,}43$, $s_y^2 = 53{,}26$, $s_{xy} = -26{,}91$ (vezi exemplul 5.3) este:

$$B = \frac{(-26{,}91)^2}{16{,}43 \cdot 53{,}26} = 0{,}828$$

Indicele de exactitate $B = 0{,}828$ sau 82,8% din dispersia totală.

Pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă în care $s_x^2 = 679$, $s_y^2 = 293$, $s_{xy} = 438$ (vezi exemplul 5.4) indicele de exactitate este:

$$B = \frac{438^2}{679 \cdot 293} = 0{,}964$$

Indicele de exactitate $B = 0{,}964$ sau 96,4% din dispersia totală. Rezultă că 96,4% din dispersia producției de tulpini se explică prin modificarea perioadei de vegetație, printr-o regresie liniară.

Se constată că legătura dintre cele două însușiri x și y este mai puternică în ultimul caz ($B = 0{,}964$) decît în primul ($B = 0{,}828$).

Indicele de exactitate ne dă o idee clară și sigură asupra gradului corelației. Fiind o mărime pătrată nu ne arată sensul corelației fapt care diminuează mult sfera folosirii lui.

5.1.4.5. *Coeficientul de corelație*

Coeficientul de corelație r a fost introdus de către *A. Bravais*. El este în strînsă legătură cu indicele de exactitate B, reprezentînd rădăcina pătrată din acesta:

$$r = \sqrt{B} \tag{5.8}$$

sau:

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \tag{5.9}$$

Coeficientul de corelație mai poate fi scris și sub următoarele forme:

$$r = \frac{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})}{n-1}}{\sqrt{\left(\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}\right)\ \left(\frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}{n-1}\right)}} \tag{5.10}$$

sau:

$$r = \frac{\dfrac{\Sigma x_i y_i - \dfrac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{n-1}}{\sqrt{\left(\dfrac{\Sigma x_i^2 - \dfrac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}\right)\left(\dfrac{\Sigma y_i^2 - \dfrac{(\Sigma y_i)^2}{n}}{n-1}\right)}} \tag{5.11}$$

sau după dispariția divizorului $(n-1)$:

$$r = \frac{\Sigma x_i y_i - \dfrac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma x_i^2 - \dfrac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right)\left(\Sigma y_i^2 - \dfrac{(\Sigma y_i)^2}{n}\right)}} \tag{5.12}$$

Deoarece $r = \sqrt{B}$ numărătorul din formulele (5.9), (5.10), (5.11) și (5.12) reprezintă covarianța s_{xy} iar numitorul varianțele celor două însușiri.

În funcție de semnul + sau — al covarianței, coeficientul de corelație poate fi pozitiv sau negativ.

Cînd $r = 0$ corelația lipsește complet; cele două variabile x și y sînt independente.

Cînd $r = +1$ sau -1 corelația este completă, fie pozitivă, fie negativă; cele două variabile x și y sînt în relație funcțională liniară. Cazuri cînd $r = 0$ sau $r = \pm 1$, nu se întîlnesc însă niciodată la probele empirice. În cazul acestor probe corelația este cu atît mai slabă cu cît r se apropie mai mult de 0 și cu atît mai pronunțată cu cît r se apropie mai mult de $+1$ sau -1.

Să se calculeze coeficientul de corelație pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă: $s_x^2 = 16{,}43$, $s_y^2 = 53{,}26$, $s_{xy} = -26{,}91$; $SPA_x = 115{,}02$, $SPA_y = 372{,}84$, $SPrA_{xy} = -118{,}35$ (vezi exemplul 5.3).

Folosind formula (5.9):

$$r = \frac{-26{,}91}{\sqrt{16{,}43 \cdot 53{,}26}} = -0{,}910$$

Folosind formula (5.12):

$$r = \frac{-188{,}35}{\sqrt{115{,}02 \cdot 372{,}84}} = -0{,}910$$

Se constată o pronunțată corelație negativă între înălțimea plantei și procentul de frunze.

Să se calculeze coeficientul de corelație pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă: $s_x^2 = 679$, $s_y^2 = 293$, $s_{xy} = 438$; $SPA_x = 19688$, $SPA_y = 8502$, $SPrA_{xy} = 12690$.

Scanned with OKEN Scanner

Aplicînd formula (5.9):

$$r = \frac{438}{\sqrt{679 \cdot 293}} = 0{,}982$$

Aplicînd formula (5.12):

$$r = \frac{12690}{\sqrt{19688 \cdot 8502}} = 0{,}981$$

Se vede că între producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepa de fibre este o corelație pozitivă foarte pronunțată.

Verificare:

$$B = 0{,}828 \qquad r = \sqrt{0{,}828} = 0{,}910$$
$$B = 0{,}964 \qquad r = \sqrt{0{,}964} = 0{,}982$$

În cazul probelor mari se folosește formula (5.13)

$$r = \frac{\Sigma f a_x a_y - \frac{\Sigma f a_x \cdot \Sigma f a_y}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma f a_x^2 - \frac{(\Sigma f a_x)^2}{n}\right)\left(\Sigma f a_y^2 - \frac{(\Sigma f a_y)^2}{n}\right)}} \qquad (5.13)$$

Exemplul 5.5. Să se calculeze coeficientul de corelație privind legătura dintre conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă (vezi tabelul 5.1). Pentru efectuarea calculelor valorile individuale se aranjează într-un tabel de felul tabelului 5.8. Se aleg mai întîi clasele A_x și A_y care se delimitează prin

TABELUL 5.8: Calculul coeficientului de corelație privind legătura dintre conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă

y = conținutul de fibre în %	x = diametrul tulpinii în mm								Suma y
	a_x / a_y	2	3	4	$Ax = 5$	6	7	8	
		−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	
26	+2	—I						+II	
24	+1	2_6 4_3	3_1 5_2	3_2 13_1	2 7	4_1			10 33
$A_y = 22$	0	3	6	18	25	10	2		64
20	−1		1_2	8_1	17	18_1	3_2		47
18	−2			1_2	9	8_2	8_4	2_6	28
16	−3				2	3_3	4_6	6_9	15
14	−4						1_8	8_{12}	3
		+ III						—IV	
Suma x		9	15	43	62	43	18	10	200

TABELUL 5.9: Calculul sumei produsurilor $\Sigma f a_x f a_y$

Cîmpul			
−I	+II	+III	−IV
$2 \cdot 6 = 12$ $3 \cdot 4 = 12$ $3 \cdot 2 = 6$ $4 \cdot 3 = 12$ $5 \cdot 2 = 10$ $13 \cdot 1 = 13$ -65	$4 \cdot 1 = 4$ $+4$	$1 \cdot 2 = 2$ $8 \cdot 1 = 8$ $1 \cdot 2 = 2$ $+12$	$18 \cdot 1 = 18$ $3 \cdot 2 = 6$ $8 \cdot 2 = 16$ $8 \cdot 4 = 32$ $2 \cdot 6 = 12$ $3 \cdot 3 = 9$ $4 \cdot 6 = 24$ $6 \cdot 9 = 54$ $1 \cdot 8 = 8$ $8 \cdot 12 = 96$ -275

$$\Sigma f a_x a_y = -65 + 4 + 12 - 275 = -324$$

linii (clasa A_x corespunde cu frecvența maximă a variabilei x iar clasa A_y cu frecvența maximă a variabilei y). Prin delimitarea claselor susmenționate tabelul se împarte în patru cîmpuri care se notează cu I, II, III și IV. Se înscriu abaterile a_x și a_y față de clasele A_x și A_y și se formează produsele $a_x a_y$ care se atașează sub formă de indici la frecvențele subpopulațiilor. Se calculează apoi cu ajutorul unui nou tabel (tabelul 5.9) produsurile $f a_x a_y$ prin înmulțirea frecvențelor subpopulațiilor cu indicii respectivi. Cu ajutorul aceluiași tabel se calculează apoi suma produsurilor, $\Sigma f a_x f a_y$. La calculul sumei produsurilor trebuie să ținem seama că produsurile din cîmpurile I și IV sînt negative iar cele din II și III pozitive.

Calculul termenilor de corecție și a sumei pătratelor abaterilor pentru x și y este arătat în tabelul 5.10.

TABELUL 5.10: Calculul lui $\Sigma f a$ și $\Sigma f a^2$

x	f	a	a^2	fa	fa^2	y	f	a	a^2	fa	fa^2
2	9	−3	9	−27	81	14	3	−4	16	−12	48
3	15	−2	4	−30	60	16	15	−3	9	−45	135
4	43	−1	1	−43	43	18	28	−2	4	−56	112
5	62	0	0	0	0	20	47	−1	1	−47	47
6	43	+1	1	+43	43	22	64	0	0	0	0
7	18	+2	4	+36	72	24	33	+1	1	33	33
8	10	+3	9	+30	90	26	10	+2	4	20	40
Suma				+9	389					−107	415

Scanned with OKEN Scanner

În continuare calculul se desfășoară astfel:

$$\frac{\Sigma fa_x \cdot \Sigma fa_y}{n} = \frac{9(-107)}{200} = -4{,}815$$

$$\Sigma fa_x a_y - \frac{\Sigma fa_x \cdot \Sigma fa_y}{n} = -324 - (-4{,}815) = -319{,}185$$

$$\Sigma fa_x^2 - \frac{(\Sigma fa_x)^2}{n} = 389 - \frac{9^2}{200} = 388{,}595$$

$$\Sigma fa_y^2 - \frac{(\Sigma fa_y)^2}{n} = 415 - \frac{(-107)^2}{200} = 357{,}755$$

$$r = \frac{-319{,}185}{\sqrt{388{,}595 \cdot 357{,}755}} = -0{,}856$$

Între conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă există o corelație negativă pronunțată. În consecință în procesul de ameliorare se vor alege, în scopul obținerii de linii valoroase, tulpinile subțiri.

5.1.4.6. *Coeficientul de corelație a rangurilor*

Se ivesc adesea cazuri cînd avem îndoieli asupra normalității unei populații de două variabile. Acest fapt ne pune în situația de a nu putea lua o hotărîre în ceea ce privește calcularea corelației. Totuși observăm că cele două variabile nu sînt independente.

Pentru a vedea dacă există o corelație între observațiile variabilelor x și y facem o clasificare a lor după mărime notînd, atît la șirul de observații x cît și la șirul de observații y, cu 1 observația cea mai mare, cu 2 observația următoare și cu n observația cea mai mică. Numerele 1, 2, ... n se numesc ranguri. Rangurile obținute în cele două clasificări ne pot da o idee asupra legăturii dintre variabile. O indicație precisă asupra gradului și sensului corelației dintre cele două caracteristici putem obține prin calculul coeficientului de corelație, care în cazul de față poartă denumirea de *coeficient de corelație a rangurilor* sau *coeficientul lui Spearman* a cărui formulă este:

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}. \qquad (5.14)$$

Cînd $r_s = 1$ avem o concordanță completă între caracteristici, cînd $r_s = -1$ avem o discordanță completă.

Exemplul 5.6. Determinînd la 10 știuleți de porumb greutatea știuletului și greutatea boabelor s-au obținut valorile din tabelul 5.11. Se pune întrebarea dacă între cele două caractere există o corelație. Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 5.11.

TABELUL 5.11: Calculul coeficientului de corelație a rangurilor pentru exemplul 5.6

Nr. știuletelui	Greutatea știuletelui g	Greutatea boabelor g	Ranguri pentru: Greutatea știuletelui	Ranguri pentru: Greutatea boabelor	Diferența dintre ranguri d	Patratul diferenței dintre ranguri d^2
1	294	234	5	7	—2	4
2	270	232	8	8	0	0
3	330	274	1	1	0	0
4	296	242	4	6	—2	4
5	290	253	6	2	+4	16
6	300	252	3	3	0	0
7	324	244	2	4	—2	4
8	280	243	7	5	+2	4
9	262	230	9	9	0	0
10	238	210	10	10	0	0
			55	55	$\Sigma d = 0$	$\Sigma d^2 = 32$

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 32}{10(10^2 - 1)} = 0{,}806$$

Corelația între cele două caractere este pozitivă.

Exemplul 5.7. Să se stabilească dacă între înălțimea plantei de porumb și înălțimea de inserție a știuletelui există o corelație. Aruncînd o privire asupra observațiilor x și y din tabelul 5.12 constatăm că există unele observații iden-

TABELUL 5.12: Calculul coeficientului de corelație a rangurilor pentru exemplul 5.7

Nr. plantei	Înălțimea plantei	Înălțimea de inserție a știuletelui	Ranguri pentru: Înălțimea plantei	Ranguri pentru: Înălțimea de inserție a știuletelui	Diferența dintre ranguri d	Patratul diferenței dintre ranguri d^2
1	275	120	3,5	3	+0,5	0,25
2	275	116	3,5	4	—0,5	0,25
3	240	110	7,5	7,5	0	0
4	240	86	7,5	9	—1,5	2,25
5	280	112	1,5	6	—4,5	20,25
6	280	127	1,5	1	+0,5	0,25
7	221	80	10	10	0	0
8	230	110	9	7,5	+1,5	2,25
9	255	123	6	2	+4	16
10	270	113	5	5	0	0
			55,0	55,0	0,0	41,50

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 41{,}50}{10(100\text{-}1)} = 0{,}748$$

Scanned with OKEN Scanner

tice ca mărime de exemplu 275, 275 ; 240, 240 ; 280, 280 pentru variabila x și 110, 110 pentru variabila y. În astfel de cazuri rangurile sînt reprezentate prin medii aritmetice. De exemplu pentru valorile 280, 280 rangurile vor fi : $\frac{1+2}{2} = 1{,}5$, pentru valorile 275, 275 $\frac{3+4}{2} = 3{,}5$, pentru valorile 240, 240 : $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$ etc.

Corelația între înălțimea plantei de porumb și înălțimea de inserție a știuletelui este pozitivă.

5.1.4.7. *Examinarea semnificației coeficientului de corelație*

Semnificația coeficientului de corelație se examinează cu ajutorul testului F și a testului t.

În primul caz calculăm valoarea F empirică folosind formula (5.15) :

$$F = \frac{(n-2)r^2}{1-r^2}. \tag{5.15}$$

Numărul gradelor de libertate pentru găsirea valorilor F limită din tabela F sînt 1 și $n-2$.

1) Examinarea corelației dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă.

$$r = -0{,}910\,;\ r^2 = 0{,}828\,;\ n = 8$$

$$F = \frac{6 \cdot 0{,}828}{1-0{,}828} = 28{,}88.$$

Valorile F limită pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 6$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 5,99, respectiv 13,74, de unde rezultă că coeficientul de corelație este distinct semnificativ.

2) Examinarea corelației dintre conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă

$$r = -0{,}856\,;\ r^2 = 0{,}733\,;\ n = 200$$

$$F = \frac{198 \cdot 0{,}733}{1-0{,}733} = 543{,}57.$$

Valorile F teoretice pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 198$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 3,89, respectiv 6,76. Corelația este foarte semnificativă.

În cazul testului t folosim formula (3.10).

$$t = \sqrt{F}$$

sau

$$t = \sqrt{\frac{(n-2)r^2}{1-r^2}}. \tag{5.16}$$

Pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă avem

$$t = \sqrt{28{,}88} = 5{,}37$$

Căutînd în tabela IX din anexă găsim pentru $t = 5{,}4$ și $l = 6$, o valoare $\alpha = 0{,}17\%$, ceea ce înseamnă că legătura dintre cele două caractere este distinct semnificativă.

Pentru corelația dintre conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă avem

$$t = \sqrt{543{,}57} = 23{,}31$$

Valoarea α pentru $t = 23$, $l = 198$ este $< 0{,}10\%$; deci corelația este foarte semnificativă.

Semnificația coeficienților de corelație poate fi examinată și cu ajutorul mărimilor limită ale lui r pentru diferite probabilități de transgresiune. Valorile limită ale lui r (r_{max}) pentru diferite grade de libertate și pentru probabilitățile de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$, $\alpha = 0{,}27\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt prezentate în tabela XI din anexă.

Referindu-ne din nou la corelația dintre conținutul de fibre și diametrul tulpinii la cînepă găsim că pentru $l = 198$ (rotund 200), $\alpha = 0{,}1\%$, valoarea lui r_{max} este 0,23, ceea ce denotă că legătura dintre cele două însușiri este foarte semnificativă.

Pentru examinarea semnificației indicelui de exactitate B se folosesc tabele cu valorile limită ale lui B pentru gradele de libertate 1 și $n - 2$ și probabilitățile de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$.

5.1.4.8. *Examinarea diferenței dintre doi coeficienți de corelație*

Modalitatea de examinare a diferenței dintre doi coeficienți de corelație r_1, r_2 diferă în funcție de mărimea probelor.

În cazul probelor mari recurgem la testul t

$$t = \frac{r_1 - r_2}{s_d}. \tag{5.17}$$

Eroarea diferenței dintre doi coeficienți de corelație se calculează cu ajutorul formulei (5.18).

$$s_d = \sqrt{s_{r_1}^2 + s_{r_2}^2} \tag{5.18}$$

în care :

$$s_r^2 = \frac{(1 - r^2)^2}{n - 1}. \tag{5.19}$$

În cazul probelor mici nu putem folosi testul t, deoarece r nu mai urmează distribuția normală. În acest caz recurgem la transformarea coeficienților de corelație r într-o valoare denumită z.

Mărimea

$$z = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 + r}{1 - r} \tag{5.20}$$

urmează o distribuție apropiată de cea normală avînd media

$$\bar{z} = \log_e \frac{1 + \rho}{1 - \rho} + \frac{\rho}{2(n - 1)} \tag{5.21}$$

Scanned with OKEN Scanner

și varianța

$$s_z^2 = \frac{1}{n-3}. \tag{5.22}$$

Transformarea coeficienților de corelație r în valori z se face cu ajutorul unei tabele (tabela XII din anexă). Deoarece valorile z urmează legea distribuției normale putem aplica testul t

$$t = \frac{z_1 - z_2}{s_d}. \tag{5.23}$$

Eroarea diferenței se calculează cu ajutorul formulei

$$s_d = \sqrt{s_{z_1}^2 + s_{z_2}^2} = \sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}}. \tag{5.24}$$

Deci

$$t = \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}}}. \tag{5.25}$$

Să examinăm diferența dintre doi coeficienți de corelație privind legătura dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă.

În cazul unei probe am avut $r = -0{,}910$; $n = 8$. Determinînd coeficientul de corelație la o altă probă mai mare ($n = 15$) am găsit că $r = -0{,}862$. Să vedem dacă diferența dintre cei doi coeficienți este semnificativă. Căutînd în tabela XII din anexă găsim că celor doi coeficienți de corelație le corespund valorile :

$$z_1 = 1{,}53 \qquad z_2 = 1{,}30$$

$$t = \frac{1{,}53 - 1{,}30}{\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{12}}} = 0{,}81.$$

Numărul gradelor de libertate este $5 + 12 = 17$. În tabela IX din anexă găsim pentru $t = 0{,}81$, $l = 17$, o valoare $\alpha = 38\%$ de unde reiese că diferența dintre cei doi coeficienți de corelație se află în sfera abaterilor accidentale, deci este nesemnificativă.

5.2. Corelația parțială

În exemplele prezentate pînă acum un caracter x a fost influențat de un alt caracter y. Se ivesc foarte multe cazuri cînd caracterul x nu este influențat numai de caracterul y ci și de un alt treilea caracter z. În acest caz pentru a stabili corelația adevărată dintre x și y trebuie să înlăturăm influența caracterului z. Aceasta se realizează menținînd constant caracterul z, atunci cînd calculăm corelația dintre x și y. În cazul cînd dorim să calculăm corelația dintre y și z trebuie să menținem constant pe x.

Scanned with OKEN Scanner

Cînd avem patru variabile x, y, z și u, și vrem să stabilim corelațiile adevărate între cîte două variabile, este necesar să înlăturăm influența a cîte două variabile.

Corelația dintre două variabile după îndepărtarea influenței celorlalte variabile se numește corelație parțială.

Pentru a obține rezultate exacte este necesar ca legăturile dintre cele două variabile (corelațiile simple) să fie liniare.

În practică se lucrează cu 3 maximum 4 variabile. Depășirea a 4 variabile reclamă un volum foarte mare de calcule.

5.2.1. Coeficientul de corelație parțială

Formula generală pentru calculul coeficientului de corelație este:

$$r_{12\cdot 34\cdots n} = \frac{r_{12\cdot 34\cdots(n-1)} - r_{1n\cdot 34\cdots(n-1)}\ r_{2n\cdot 34\cdots(n-1)}}{(1 - r^2_{1n\cdot 34\cdots(n-1)})^{\frac{1}{2}} \cdot (1 - r^2_{2n\cdot 34\cdots(n-1)})^{\frac{1}{2}}} \tag{5.26}$$

Pentru 3 variabile formulele sînt:

$$r_{12\cdot 3} = \frac{r_{12} - r_{13}\cdot r_{23}}{\sqrt{(1 - r^2_{13})\ (1 - r^2_{23})}} \tag{5.27}$$

$$r_{13\cdot 2} = \frac{r_{13} - r_{12}\cdot r_{23}}{\sqrt{(1 - r^2_{12})\ (1 - r^2_{23})}} \tag{5.28}$$

$$r_{23\cdot 1} = \frac{r_{23} - r_{12}\cdot r_{13}}{\sqrt{(1 - r^2_{12})\ (1 - r^2_{13})}} \tag{5.29}$$

Sau înlocuind numerele 1, 2, 3 cu x, y, z avem

$$r_{xy\cdot z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}\cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xz})\ (1 - r^2_{yz})}} \tag{5.30}$$

$$r_{xz\cdot y} = \frac{r_{xz} - r_{xy}\cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})\ (1 - r^2_{yz})}} \tag{5.31}$$

$$r_{yz\cdot x} = \frac{r_{yz} - r_{xy}\cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})\ (1 - r^2_{xz})}} \tag{5.32}$$

Exemplul 5.8. Să se stabilească corelațiile parțiale dintre numărul boabelor unui știulete, greutatea boabelor unui știulete și lungimea știuletului la porumb.

Valorile individuale privind cele 3 caractere, x (numărul boabelor), y (greutatea boabelor) și z (lungimea știuletelui) se văd în tabelul 5.13. Determinările s-au făcut la hibridul dublu Minhybrid 511. Calculăm mai întîi corelațiile simple. Desfășurarea calculului este arătată în tabelul 5.13.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 5.13: Calculul coeficienților de corelație simplă

Nr. crt.	Numărul boabelor x	Greutatea boabelor g y	Lungimea știuletelui cm z	x^2	y^2	z^2	xy	xz	yz
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	784	200	20,5	614656	40000	420,25	156800	16072,0	4100,0
2	704	204	18,5	495616	41616	342,25	143616	13024,0	3774,0
3	574	174	18,3	329476	30276	334,89	99876	10504,2	3184,2
4	812	212	20,8	659344	44944	432,64	172144	16889,6	4409,6
5	784	234	21,4	614656	56756	457,96	183456	16777,6	5007,6
6	700	200	19,3	490000	40000	372,49	140000	13510,0	3860,0
7	672	192	18,5	451584	36864	342,25	129024	12432.0	3552,0
8	644	218	21,7	414736	47524	470,89	140392	13974,8	4730,6
9	640	200	17,1	409600	40000	292,41	128000	10944,0	3420,0
10	880	164	19,8	774400	26896	392,04	144320	17424,0	3247,2
11	728	232	21,4	529984	53824	457,96	168896	15579,2	4964,8
12	816	194	20,2	665856	37636	408,04	158304	16483,2	3918,8
13	700	210	21,7	490000	44100	470,89	147000	15190,0	4557,0
14	812	204	19,7	659344	41616	388,09	165648	15996,4	4018,8
15	704	214	20,7	495616	45796	428,49	150656	14572,8	4429,8
16	686	158	22,1	470596	24964	488,41	108388	15160,6	3491,8
17	742	170	21,4	550564	28900	457,96	126140	15878,8	3638,0
18	784	204	19,0	616656	41616	361,00	159936	14896,0	3876,0
19	864	250	21,7	746496	62500	470,89	216000	18748,8	5425,0
20	728	250	23,5	529984	62500	552,25	182000	17108,0	5875,0
21	800	260	20,8	640000	67600	432,64	208000	16640,0	5408,0
22	660	178	20,0	435600	31684	400,00	117480	13200,0	3560,0
23	666	176	18,7	443556	30976	349,69	117216	12454,2	3291,2
24	688	150	17,4	473344	22500	302,76	103200	11971,2	2610,0
25	880	252	21,4	774400	63504	457,96	221760	18832,0	5392,8
26	662	220	18,7	438244	48400	349,69	145640	12379,4	4114,0
27	704	200	16,2	495616	40000	262,44	140800	11404,8	3240,0
28	448	150	16,4	200704	22500	268,96	67200	7347,2	2460,0
29	608	192	17,4	369664	36864	302,76	116736	10579,2	3340,8
30	630	172	19,7	396900	29584	388,09	108360	12411,0	3388,4
31	732	244	19,9	535824	59536	396,01	178608	14566,8	4855,6
32	752	204	19,0	565504	41616	361,00	153408	14288,0	3876,0
33	532	192	17,9	283024	36864	320,41	102144	9522,8	3436,8
34	648	210	21,8	419904	44100	475,24	136080	14126,4	4578,0
35	816	218	19,2	665856	47524	368,64	177888	15667,2	4185,6
36	600	208	20,3	360000	43264	412,09	124800	12180,0	4222,4
37	900	218	18,2	810000	47524	331,24	196200	16380,0	3967,6
38	624	208	19,5	389376	43264	380,25	129792	12168,0	4056,0
39	632	148	18,7	399424	21904	349,69	93536	11818,4	2767,6
40	784	266	20,7	614656	70756	428,49	208544	16228,8	5506,2
41	672	216	18,2	451584	46656	331,24	145152	12230,4	3931,2
42	774	242	20,3	599076	58564	412,09	187308	15712,2	4912,6
43	662	242	21,7	438244	58564	470,89	160204	14365,4	5251,4
44	688	274	25,3	473344	75076	640,09	188512	17406,4	6932,2
45	640	252	25,4	409600	63504	645,16	161280	16256,0	6400,8

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 5.13. (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
46	560	156	17,9	313600	24336	320,41	87360	10024,0	2792,4
47	540	210	22,8	291600	44100	519,84	113400	12312,0	4788,0
48	869	250	21,2	746496	62500	449,44	216000	18316,8	5300,0
49	576	184	20,4	331776	33856	416,16	105984	11750,4	3753,6
50	560	146	16,8	313600	21316	282,24	81760	9408,0	2452,8
Suma	35060	10322	999,2	25087680	2184764	20167,66	7314948	703113,0	208252,2

$$SPA_x = 25087680 - \frac{(35060)^2}{50} = 503608$$

$$SPA_y = 2184764 - \frac{(10322)^2}{50} = 53890$$

$$SPA_z = 20167{,}66 - \frac{(999{,}2)^2}{50} = 199{,}65$$

$$SPrA_{xy} = 7314948 - \frac{35060 \cdot 10322}{50} = 77162$$

$$SPrA_{xz} = 703113{,}0 - \frac{35060 \cdot 999{,}2}{50} = 2474$$

$$SPrA_{yz} = 208252{,}2 - \frac{10322 \cdot 999{,}2}{50} = 1977{,}36$$

$$s_x^2 = \frac{503608}{49} = 10278 \qquad s_{xy} = \frac{77162}{49} = 1575$$

$$s_y^2 = \frac{53890}{49} = 1100 \qquad s_{xz} = \frac{2474}{49} = 50{,}49$$

$$s_z^2 = \frac{199{,}65}{49} = 4{,}07 \qquad s_{yz} = \frac{1977{,}36}{49} = 40{,}35$$

Corelații simple :

Numărul boabelor și greutatea boabelor

$$r_{xy} = \frac{1575}{\sqrt{10278 \cdot 1100}} = 0{,}468$$

Numărul boabelor și lungimea știuletelui

$$r_{xz} = \frac{50{,}49}{\sqrt{10278 \cdot 4{,}07}} = 0{,}247$$

Scanned with OKEN Scanner

Greutatea boabelor și lungimea știuletelui

$$r_{yz} = \frac{40,35}{\sqrt{1100 \cdot 4,07}} = 0,603$$

Corelațiile simple de mai sus nu reflectă relațiile reale dintre însușirile respective, deoarece în fiecare caz în parte intervine însușirea a treia care modifică legătura dintre cele două.

Influența exercitată de a treia variabilă se elimină prin calculul corelațiilor parțiale folosind formulele (5.30), (5.31) și (5.32).

Corelații parțiale:

Numărul boabelor și greutatea boabelor

$$r_{xy \cdot z} = \frac{0,468 - 0,247 \cdot 0,603}{\sqrt{(1 - 0,247^2)\ (1 - 0,603^2)}} = 0,413$$

Numărul boabelor și lungimea știuletelui

$$r_{xz \cdot y} = \frac{0,247 - 0,468 \cdot 0,603}{\sqrt{(1 - 0,468^2)\ (1 - 0,603^2)}} = -0,05$$

Greutatea boabelor și lungimea știuletelui

$$r_{yz \cdot x} = \frac{0,603 - 0,468 \cdot 0,247}{\sqrt{(1 - 0,468^2)\ (1 - 0,247^2)}} = 0,569$$

Se constată că între numărul boabelor și greutatea boabelor este o corelație slabă, între greutatea boabelor și lungimea știuletelui corelația e mijlocie, iar între numărul boabelor și lungimea știuletelui nu există nici o corelație.

Prin aplicarea calculului corelației parțiale, corelația redusă dintre numărul boabelor și lungimea știuletelui ($r_{xz} = 0,247$) a dispărut ea nefiind în realitate decît consecința influenței însușirii a treia — greutatea boabelor.

În cazul a 4 variabile este necesar să calculăm mai întîi cei 6 coeficienți de corelație simplă r_{xy}, r_{xz}, r_{xu}, r_{yz}, r_{yu}, r_{zu}. Calculăm apoi coeficienții de corelație parțială de primul ordin: $r_{xy \cdot z}$, $r_{xy \cdot u}$, $r_{xz \cdot y}$, $r_{xz \cdot u}$, $r_{xu \cdot y}$, $r_{xu \cdot z}$ $r_{yz \cdot u}$, $r_{yu \cdot z}$, $r_{uz \cdot y}$. Din aceștia calculăm coeficienții de corelație parțială de ordinul al doilea prin schimbarea ciclică a formulei.

$$r_{xy \cdot zu} = \frac{r_{xy \cdot u} - r_{xz \cdot u} \cdot r_{yz \cdot u}}{\sqrt{(1 - r^2_{xz \cdot u})\ (1 - r^2_{yz \cdot u})}} \qquad (5.33)$$

5.2.2. Indicele de exactitate pentru corelația parțială

Indicele de exactitate pentru corelația parțială se calculează pe baza următoarelor relații:

$$B_{xy \cdot z} = r^2_{xy \cdot z} \qquad (5.34)$$

$$B_{xz \cdot y} = r^2_{xz \cdot y} \qquad (5.35)$$

$$B_{yz \cdot x} = r^2_{yz \cdot x} \qquad (5.36)$$

În cazul a 4 variabile avem:

$$B_{xy \cdot zu} = r^2_{xy \cdot zu} \tag{5.37}$$

5.2.3. Examinarea semnificației coeficientului de corelație parțială

Semnificația coeficientului de corelație se poate stabili cu ajutorul testului F, folosind pentru calculul lui F formula:

$$F = \frac{(n - p - k - 1)r^2}{p(1 - r^2)} \tag{5.38}$$

cu p și $(n - p - k - 1)$ grade de libertate, în care p reprezintă numărul variabilelor purificate de influența străină iar k numărul variabilelor înlăturate prin calcul; în cazul nostru $p = 2$ iar $k = 1$.

Pentru corelația dintre numărul boabelor și greutatea boabelor avem:

$$F = \frac{(50 - 2 - 1 - 1)0{,}413^2}{2(1 - 0{,}413^2)} = 4{,}68.$$

Numărul gradelor de libertate este 2 și 46. Ținînd seama că $F_{5\%} = 3{,}20$ iar $F_{1\%} = 5{,}10$ rezultă că legătura dintre cele două însușiri este semnificativă.

Semnificația coeficientului de corelație poate fi stabilită și cu ajutorul valorilor limită ale lui r din tabelul XI din anexă. Ne referim iarăși la corelația dintre numărul boabelor și greutatea boabelor (exemplul 5.8). Valorile lui r_{max} pentru $l = 46$ (rotund 50), $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 0,27, 0,35 și 0,44, deci coeficientul de corelație parțială este distinct semnificativ.

Pentru corelația dintre greutatea boabelor și lungimea știuletului valoarea F este

$$F = \frac{(50 - 2 - 1 - 1)\ 0{,}569^2}{2(1 - 0{,}569^2)} = 11{,}02.$$

Corelația este distinct semnificativă.

Semnificația indicelui de exactitate parțială se stabilește cu ajutorul unor mărimi limită ale lui B pentru gradele de libertate p și $(n - p - k - 1)$ și probabilitățile de transgresiune $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$. Valorile limită sînt date în tabele.

5.3. Corelația multiplă

În timp ce în cazul corelației parțiale ne interesează în ce măsură corelația dintre două variabile este influențată de a treia variabilă, în cazul corelației multiple ne interesează în ce măsură o variabilă este influențată simultan de alte două.

Scanned with OKEN Scanner

Coeficienții de corelație multiplă se calculează plecînd de la coeficienții de corelație simplă, cu ajutorul următoarelor formule:

$$R_{x\cdot yz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}\cdot r_{xz}\cdot r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}} \tag{5.39}$$

$$R_{y\cdot xz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}\cdot r_{xz}\cdot r_{yz}}{1 - r_{xz}^2}} \tag{5.40}$$

$$R_{z\cdot xy} = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}\cdot r_{xz}\cdot r_{yz}}{1 - r_{xy}^2}} \tag{5.41}$$

Coeficientul de corelație multiplă R este totdeauna pozitiv și variază de la 0 la +1.

Corelațiile multiple pentru exemplul 5.8 sînt:

$$R_{x\cdot yz} = \sqrt{\frac{0{,}468^2 + 0{,}247^2 - 2\cdot 0{,}468\cdot 0{,}247\cdot 0{,}603}{1 - 0{,}603^2}} = 0{,}471$$

$$R_{y\cdot xz} = \sqrt{\frac{0{,}468^2 + 0{,}603^2 - 2\cdot 0{,}468\cdot 0{,}247\cdot 0{,}603}{1 - 0{,}247^2}} = 0{,}688$$

$$R_{z\cdot xy} = \sqrt{\frac{0{,}247^2 + 0{,}603^2 - 2\cdot 0{,}468\cdot 0{,}247\cdot 0{,}603}{1 - 0{,}468^2}} = 0{,}605\,.$$

Numărul boabelor este relativ slab influențat de greutatea boabelor și lungimea știuletelui.

Greutatea boabelor este în legătură strînsă cu numărul boabelor și lungimea știuletelui.

Lungimea știuletelui depinde de numărul și greutatea boabelor.

Corelațiile multiple au o utilitate redusă în practică preferîndu-se coeficienții de corelație parțială care exprimă mult mai exact legăturile dintre însușiri.

CAPITOLUL 6

Analiza regresiilor

6.1. Regresia liniară simplă

6.1.1. Generalități

În capitolul privitor la analiza corelațiilor am prezentat metodele cu ajutorul cărora putem stabili dacă între două sau mai multe caractere există o corelație și dacă legătura respectivă este pozitivă sau negativă. De asemenea, am prezentat metodele de examinarea semnificației corelațiilor.

Scanned with OKEN Scanner

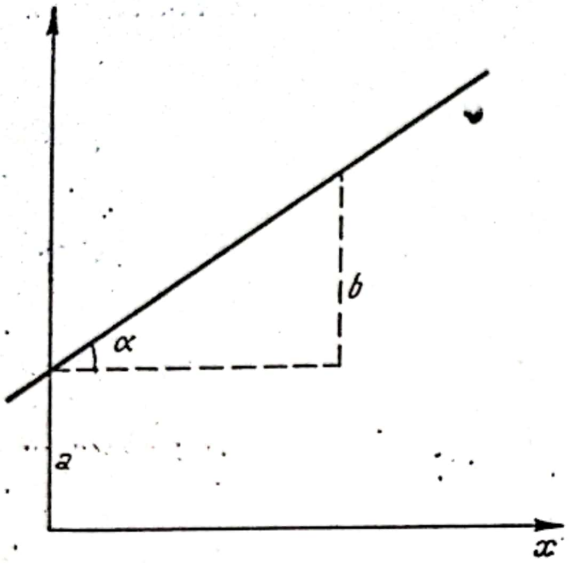


Fig. 6.1 — Linia de regresie

Pentru a răspunde la întrebarea ce fel de corelație există între caractere recurgem la analiza regresiilor.

Felul legăturii dintre două variabile se stabilește cu ajutorul unei ecuații funcționale. Legătura cea mai simplă este cea liniară în care unei creșteri a lui x îi corespunde o creștere sau o scădere proporțională a lui y. Această relație se numește *regresie liniară* și este dată de ecuația :

$$y = a + bx \tag{6.1}$$

în care a reprezintă înălțimea la care linia respectivă taie axa y în punctul $y = 0$, iar b valoarea cu care crește y atunci cînd x se mărește cu 1. Reprezentată grafic regresia liniară are forma unei linii drepte (fig. 6.1).

În cazul corelațiilor valorile individuale nu se găsesc niciodată pe o linie dreaptă, ci sînt mai mult sau mai puțin împrăștiate. Putem totuși și în acest caz obține o linie dreaptă față de care abaterile valorilor individuale să fie minime. Aceasta se realizează atunci cînd

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{6.2}$$

Înlocuind pe a din (6.1) cu expresia din (6.2) avem :

$$y = \bar{y} + b(x - \bar{x}) \tag{6.3}$$

care este ecuația dreptei de regresie, dreaptă care reprezintă dependența variabilei y de variabila x.

În cazul dependenței variabilei x de variabila y ecuația dreptei de regresie este :

$$x = \bar{x} + b(y - \bar{y}) \tag{6.4}$$

Scanned with OKEN Scanner

6.1.2. Coeficientul de regresie

După cum am afirmat mai sus b ne arată cu cît crește sau scade y în cazul cînd x se schimbă cu 1. Mărimea b reprezintă un estimator al lui β din populația statistică.

b din ecuația (6.3) se calculează cu ajutorul formulei (6.5) sau (6.6).

$$b = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} \tag{6.5}$$

sau

$$b = \frac{\Sigma x_i y_i - \frac{\Sigma y_i \Sigma x_i}{n}}{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}} \tag{6.6}$$

b se numește *coeficient de regresie* și este tg α a unghiului format de linia de regresie și axa absciselor ; el se notează cu $b_{y \cdot x}$.

b din ecuația (6.4) se calculează cu ajutorul formulei (6.7) sau (6.8).

$$b = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2} \tag{6.7}$$

sau

$$b = \frac{\Sigma x_i y_i - \frac{\Sigma x_i \Sigma y_i}{n}}{\Sigma y_i^2 - \frac{(\Sigma y_i)^2}{n}} \tag{6.8}$$

El se notează cu $b_{x \cdot y}$.

Formulele (6.5) și (6.6) se mai pot scrie și sub forma următoare :

$$b_{y \cdot x} = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_x} \tag{6.9}$$

iar formulele (6.7) și (6.8) sub forma următoare :

$$b_{x \cdot y} = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_y} \tag{6.10}$$

Privind formulele (6.5), (6.6) și (6.9) vedem că ele reprezintă

$$b = \frac{\text{covarianța } xy}{\text{varianța } x}$$

iar formulele (6.7), (6.8) și (6.10):

$$b = \frac{\text{covarianța } xy}{\text{varianța } y}$$

Exemplul 6.1. Să se calculeze coeficientul de regresie și linia de regresie pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă din exemplul 5.3.

$$b_{y \cdot x} = \frac{-188{,}35}{115{,}02} = -1{,}64$$

$$\bar{x} = \frac{187{,}7}{8} = 23{,}46; \qquad \bar{y} = \frac{476{,}6}{8} = 59{,}58$$

Înlocuind în (6.3) avem:

$$y = 59{,}58 - 1{,}64\ (x - 23{,}46)$$

$$y = 59{,}58 - 1{,}64\ x + 38{,}47$$

$$y = 98{,}05 - 1{,}64\ x$$

Trecînd în ecuație valorile observate pentru x obținem următoarele coordonate pentru dreapta de regresie

x	y
17,9	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 17{,}9) = 68{,}69$
19,5	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 19{,}5) = 66{,}07$
19,6	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 19{,}6) = 65{,}91$
23,6	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 23{,}6) = 59{,}35$
24,8	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 24{,}8) = 57{,}38$
26,3	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 26{,}3) = 54{,}92$
26,9	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 26{,}9) = 53{,}94$
29,1	$98{,}05 - (1{,}64 \cdot 29{,}1) = 50{,}33$

Scanned with OKEN Scanner

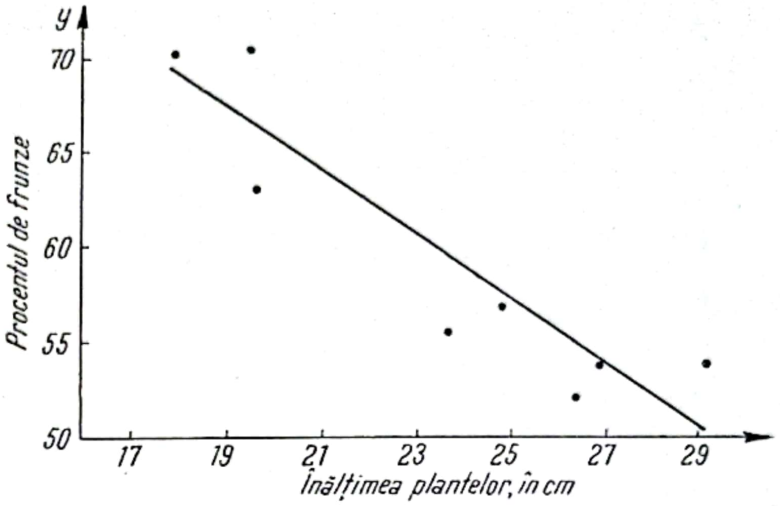


Fig. 6.2 — Diagrama observațiilor din exemplul 5.3 și linia de regresie calculată.

În fig. 6.2 sînt reprezentate valorile observate și dreapta de regresie calculată.

Exemplul 6.2. Să se calculeze coeficientul de regresie și dreapta de regresie pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă din exemplul 5.1. Pentru calcul vom folosi datele din exemplul 5.4.

$$b_{y \cdot x} = \frac{12690}{19688} = 0{,}64$$

$$\bar{x} = \frac{2775}{30} = 92{,}50 \qquad \bar{y} = \frac{1042}{30} = 34{,}73$$

$$y = 34{,}73 + 0{,}64(x - 92{,}50)$$

$$y = 34{,}73 + 0{,}64\,x - 59{,}20$$

$$y = -24{,}47 + 0{,}64\,x$$

Înlocuind pe x cu valorile observate obținem următoarele coordonate pentru dreapta de regresie.

x	y
55	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 55) = 10{,}73$
70	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 70) = 20{,}33$
85	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 85) = 29{,}93$
100	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 100) = 39{,}53$
115	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 115) = 49{,}13$
130	$-24{,}47 + (0{,}64 \cdot 130) = 58{,}73$

Scanned with OKEN Scanner

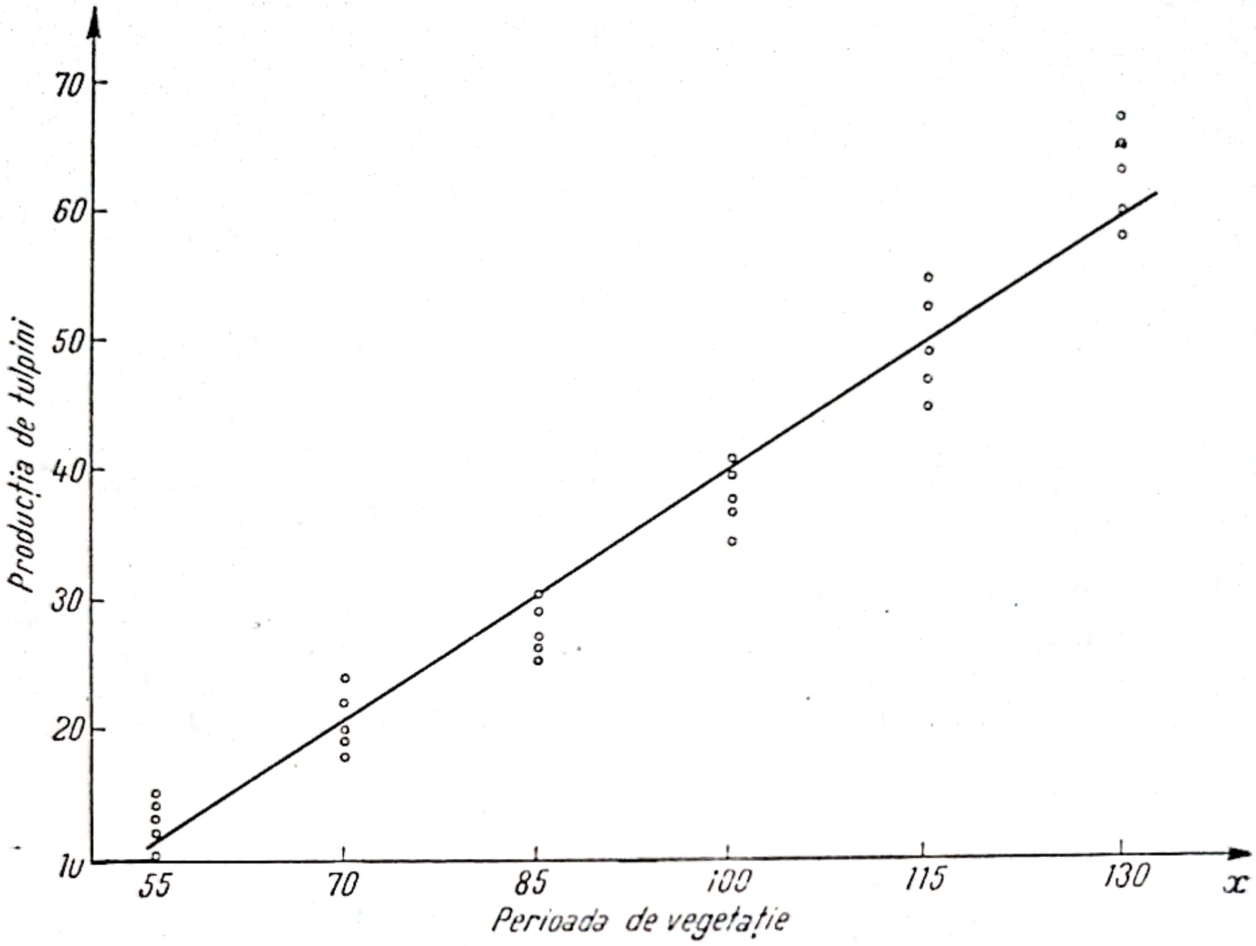


Fig. 6.3 — Diagrama observațiilor din exemplul 5.1 și linia de regresie calculată

Fig. 6.3. reprezintă diagrama observațiilor din exemplul 5.1 și dreapta de regresie calculată.

Pentru desenarea liniei de regresie nu este necesar să calculăm toate coordonatele ci sînt suficiente două.

6.1.3. Examinarea semnificației coeficientului de regresie

Ca și coeficientul de corelație, coeficientul de regresie poate fi afectat de o eroare oarecare. De aceea este necesar să știm dacă el este semnificativ sau nu. Examinarea semnificației lui b se bazează pe ipoteza nulă potrivit căreia coeficientul de regresie a populației statistice β, este egal cu zero. Trebuie să cercetăm dacă coeficientul de regresie calculat b, se abate semnificativ sau nu de la zero.

Semnificația lui b se stabilește cu ajutorul testului F sau a testului t.

Testul F se bazează pe AV a valorilor y; varianța valorilor y se descompune în două componente și anume o varianță a regresiei s^2_{Kg} și o varianță a restului s^2_K. Dacă s^2_{Kg} este semnificativ mai mare decît s^2_K înseamnă că b se abate semnificativ de la zero și deci este asigurat. Schema AV este arătată în tabelul 6.1. (A. M u d r a, 1958).

Exemplul 6.3. Să se stabilească dacă coeficientul de regresie pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă este semnificativ.

TABELUL 6.1. **Schema *AV* pentru examinarea semnificației coeficientului de regresie**

	SPA	*l*	s^2	*F*
Dreapta de regresie	$\frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x}$	1	$\frac{SPA}{1} = s^2_{R_g}$	$\frac{s^2_{R_g}}{s^2_R}$
Rest	$SPA_y - \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x}$	$N-2$	$\frac{SPA}{N-2} = s^2_R$	
Total	SPA_y	$N-1$		

Analiza variației pentru examinarea semnificației coeficientului de regresie este prezentată în tabelul 6.2 din care rezultă că regresia respectivă este distinct semnificativă.

TABELUL 6.2.: **Analiza variației privind examinarea semnificației coeficientului de regresie pentru corelația dintre înălțimea plantei și procentul de frunze la sparcetă**

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Dreapta de regresie	$\frac{-188,35^2}{115,02} = 308,43$	1	308,43	28,72**
Rest	372,84—308,43=64,41	6	10,74	
Total	372,84	7		

În cazul testului *t* utilizăm formula (3.10)

$$t = \sqrt{F}$$

sau formula

$$t = \frac{b}{s_b} \tag{6.11}$$

în care

$$s_b = \sqrt{\frac{s^2_R}{SPA_x}} \tag{6.12}$$

s_b fiind eroarea coeficientului de regresie.
Numărul gradelor de libertate pentru t este $n-2$

$$t = \sqrt{28,72} = 5,36$$

sau

$$t = \frac{-1,64}{\sqrt{10,74 : 115,02}} = \frac{-1,64}{0,306} = -5,36$$

Valorile t pentru $l = 6$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0,1\%$ sînt 3,707 și 5,956 de unde rezultă că regresia este distinct semnificativă.

Exemplul 6.4. Să se examineze semnificația coeficientului de regresie pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă. Analiza variației pentru examinarea semnificației regresiei este arătată în tabelul 6.3.

TABELUL 6.3: Analiza variației privind examinarea semnificației coeficientului de regresie pentru corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă

	SPA	*l*	s^2	*F*
Dreapta de regresie	$\frac{126902}{19688} = 8179$	1	8179	708,75**
Rest	8502—8179 = 323	28	11,54	
Total	8502	29		

Valoarea F găsită depășește cu mult valoarea F teoretică pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 28$ și $\alpha = 1\%$ de unde reiese că regresia respectivă este distinct semnificativă.

6.1.4. Examinarea semnificației diferenței dintre doi coeficienți de regresie

Diferența dintre doi coeficienți de regresie se stabilește cu ajutorul testului t

$$t = \frac{b_1 - b_2}{s_d} \tag{6.13}$$

în care

$$s_d = \sqrt{s_{b_1}^2 + s_{b_2}^2} \tag{6.14}$$

s_b se calculează cu ajutorul formulei (6.12)
Numărul gradelor de libertate pentru aflarea valorii t teoretice este n_1+n_2-4.

Scanned with OKEN Scanner

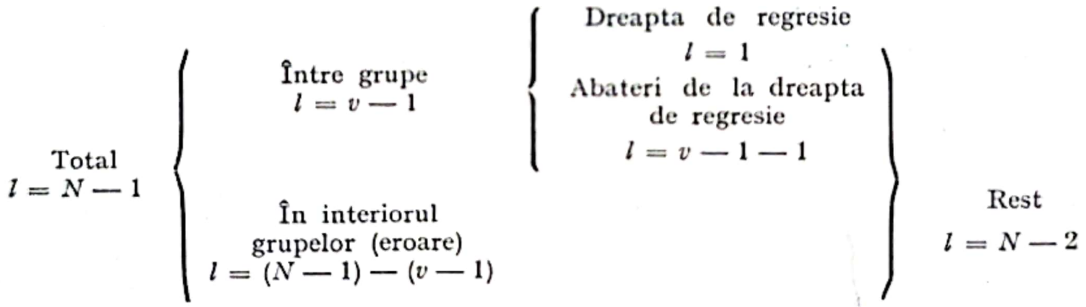
6.1.5. Examinarea liniarității regresiei

În majoritatea cazurilor avem de a face, în statistică, cu regresii liniare care corespund formulei:

$$y = \bar{y} + b(x - \bar{x})$$

Se ivesc însă și cazuri cînd relația dintre variabilele y și x poate fi mai bine reprezentată printr-o curbă care să corespundă unei ecuații patratice, unei ecuații cubice sau unei ecuații de o altă putere. Desigur calculul regresiei polinomiale necesită o muncă mult mai mare decît cel al unei regresii liniare. De aceea este necesar să dispunem de o metodă care să ne arate dacă relația dintre variabilele x și y este sau nu liniară.

O metodă simplă de testare a liniarității regresiei este folosirea testului F. Pentru aplicarea acestuia este indispensabil ca fiecărei valori x să-i corespundă mai multe valori y, cum este cazul în exemplul privind corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă (exemplul 5.1). În acest exemplu varianța valorilor y a fost descompusă în două componente: varianța grupelor x (a perioadelor de vegetație) și varianța erorii. În exemplul 6.4 varianța valorilor y a fost descompusă în alte două componente: varianța dreptei de regresie și varianța restului. Cele două descompuneri ale valorilor y depind una de alta în felul următor (A. M u d r a, 1958).



Testul „între grupe" către „eroare" servește la dovedirea corelației iar testul „dreapta de regresie" către „rest" la examinarea semnificației coeficientului de regresie. Mai există și a treia posibilitate de testare și anume „abaterile de la dreapta de regresie" către „eroare". Acest test ne dă indicații asupra liniarității regresiei.

Exemplul 6. 5. Să se stabilească dacă regresia privind corelația dintre producția de tulpini și perioada de vegetație la cînepă este sau nu liniară.

Grade de libertate:

Total	$30 - 1 = 29$
Între grupe	$6 - 1 = 5$
În interiorul grupelor	$29 - 5 = 24$
Dreapta de regresie	$= 1$
Abateri de la dreapta de regresie	$6 - 2 = 4$

Pentru întocmirea tabelei variantelor privind examinarea liniarității se folosesc datele din tabelul 5.3 și din tabelul 6.3. *SPA* privind abaterile de la dreapta de regresie se obține scăzînd pe *SPA* a „dreptei de regresie" din *SPA* „între grupe" adică :

$$8302 - 8179 = 123$$

Rezultatele *AV* se văd în tabelul 6.4.

TABELUL 6.4: Tabelul variantelor privind examinarea liniarității regresiei

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Dreapta de regresie	8179	1		
Abateri de la dreapta de regresie	123	4	30,75	3,69*
Eroare	200	24	8,33	
Total	8502	29		

Valorile *F* teoretice pentru $l_1 = 4$, $l_2 = 24$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 2,78 și 4,22 de unde rezultă că abaterile de la dreapta de regresie sînt semnificative. În consecință dreapta de regresie nu poate fi socotită liniară. Deci pentru calculul dreptei de regresie trebuie folosită o altă ecuație decît cea din exemplul 6.2.

6.2 Regresia liniară multiplă

Ca și corelația multiplă, regresia multiplă ne arată influența simultană a variabilelor x și z asupra variabilei y.

Ecuația regresiei multiple în cazul a 3 variabile x, y, z în care y este variabila independentă este următoarea :

$$y = a + b_x x + b_z z \tag{6.15}$$

Suma abaterilor de la dreapta de regresie va fi un minimum în cazul cînd

$$a = \bar{y} - b_x \bar{x} - b_z \bar{z} \tag{6.16}$$

Făcînd înlocuirea în (6.15) avem :

$$y = \bar{y} + b(x - \bar{x}) +_x b_z(z - \bar{y}) \tag{6.17}$$

care este ecuația regresiei multiple.

Coeficienții de regresie b_x și b_z se calculează cu ajutorul formulelor de mai jos

$$b_x = \frac{SPA_z \cdot SPrA_{xy} - SPrA_{xz} \cdot \cdot SPrA_{yz}}{SPA_x \cdot SPA_z - (SPrA_{xz})^2} \tag{6.18}$$

$$b_z = \frac{SPA_x \cdot SPrA_{yz} - SPrA_{xz} \cdot SPrA_{xy}}{SPA_x \cdot SPA_z - (SPrA_{xz})^2} \tag{6.19}$$

Exemplul 6.6. Să se examineze acțiunea simultană a numărului de boabe a unui știulete și a lungimii știuletelui asupra greutății boabelor unui știulete cu ajutorul ecuației regresiei multiple. Pentru calcul vom folosi datele din exemplul 5.8.

$$\bar{y} = 206{,}44 \text{ g}; \quad \bar{x} = 701{,}20; \quad \bar{z} = 19{,}98 \text{ cm}$$

$$b_x = \frac{199{,}65 \cdot 77162 - 2474 \cdot 1977{,}36}{503608 \cdot 199{,}65 - 2474^2} = 0{,}11 \text{ g}$$

$$b_z = \frac{503608 \cdot 1977{,}36 - 2474 \cdot 77162}{503608 \cdot 199{,}65 - 2474^2} = 8{,}52 \text{ g}$$

Ecuația regresiei multiple după înlocuirea valorilor este:

$$y = 206{,}44 + 0{,}11\,(x - 701{,}20) + 8{,}52(z - 19{,}98)$$
$$= 206{,}44 + 0{,}11\,x - 77{,}13 + 8{,}52\,z - 170{,}23$$
$$= -40{,}92 + 0{,}11\,x + 8{,}52\,z$$

Pe baza ecuației de mai sus calculăm coordonatele dreptelor de regresie de exemplu, pentru un număr variabil de boabe și o lungime constantă a știuletelui.

a) Dreapta de regresie, $z = 16$ cm

$x = 500 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.500 + 8{,}52.16 = 150{,}40$ g
$x = 800 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.800 + 8{,}52.16 = 183{,}40$ g

b) Dreapta de regresie, $z = 19$ cm.

$x = 500 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.500 + 8{,}52.19 = 175{,}96$ g
$x = 800 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.800 + 8{,}52.19 = 208{,}96$ g

c) Dreapta de regresie, $z = 22$

$x = 500 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.500 + 8{,}52.22 = 201{,}52$ g
$x = 800 \quad y = -40{,}92 + 0{,}11.800 + 8{,}52.22 = 234{,}52$ g

În fig. 6.4 sînt reprezentate liniile de regresie.

Scanned with OKEN Scanner

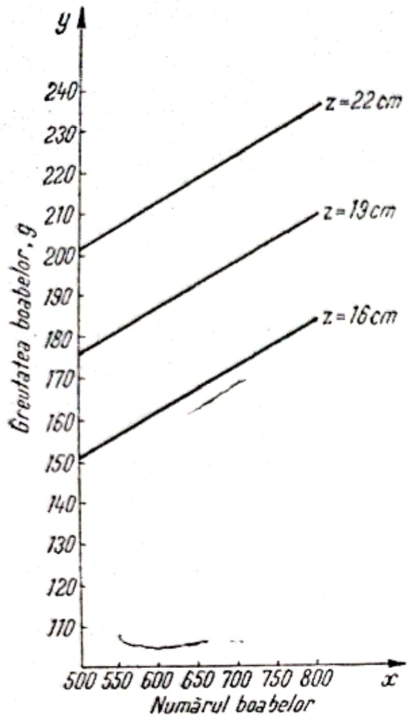


Fig. 6.4 — Liniile de regresie din exemplul 6.6.

6.3. Examinarea semnificației regresiei multiple și parțiale

Semnificația regresiei multiple se stabilește cu ajutorul testului F. Schema analizei variației utilizată în acest scop, luînd în considerare independența variabilelor x și z, este arătată în tabelul 6.5 (A. M u d r a, 1958)

TABELUL 6.5: Schema *AV* pentru examinarea semnificației regresiei multiple

Sursa variației	*SPA*	*l*
Regresia multiplă	$b_x SPrA_{xy} + b_z SPrA_{yz}$	2
Rest	$SPA_y - (b_x SPrA_{xy} + b_z SPrA_{yz})$	$N-3$
T o t a l	SPA_y	$N-1$

Pentru examinarea semnificației regresiei parțiale de exemplu, examinarea influenței caracterului x plecăm de la coeficientul de regresie al caracterului z excluzînd pe x

$$b_z = \frac{SPrA_{yz}}{SPA_z}$$

de unde:

$$SPA_z = b_z\, SPrA_{yz} = \frac{SPrA_{yz}}{SPA_z} SPrA_{yz} = \frac{(SPrA_{yz})^2}{SPA_z}$$

Făcînd diferența între SPA pentru regresia multiplă și SPA_z obținem pe SPA pentru coeficientul de regresie b_x.

$$SPAb_x = (b_x SPrA_{xy} + b_z SPrA_{yz}) - \frac{(SPrA_{yz})^2}{SPA_z}$$

Pentru stabilirea influenței caracterului z procedăm invers.

$$b_x = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_x}$$

$$SPA_x = b_x SPrA_{xy} = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_x} SPrA_{xy} = \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x}$$

$$SPAb_x = (b_x SPrA_{xy} + b_z SPrA_{yz}) - \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x}$$

Exemplul 6.7. Să se examineze semnificația regresiei multiple și parțiale în cazul exemplului 5.8.

Aplicînd schema AV pentru examinarea regresiei multiple din tabelul 6.5 și folosind datele din tabelul 5.13 și exemplul 6.6, obținem următoarele valori SPA :

Total :		= 53890
Regresia multiplă :	0,11.77162 + 8,52.1977,36	= 25334,93
Rest :	53890 — 25334,93	= 28555,07

Să calculăm SPA pentru regresiile parțiale.

1. Regresia determinată de lungimea știuletului (z) excluzînd numărul de boabe (x) :

$$SPA_x = \frac{(SPrA_{yz})^2}{SPA_z} = \frac{(1977,36)^2}{199,65} = 19584,03$$

SPA suplimentară cauzată de numărul boabelor :

$$SPAb_z = 25334,93 - 19584,03 = 5750,90$$

2. Regresia cauzată de numărul boabelor, eliminînd lungimea știuletelui.

$$SPA_x = \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x} = \frac{77162^2}{503608} = 11822,64$$

SPA suplimentară cauzată de lungimea știuletelui

$$SPAb_z = 25334,93 - 11822,64 = 13512,29$$

Rezultatele AV sînt redate în tabelul 6.6

TABELUL 6.6: Tabelul varianțelor pentru examinarea semnificației regresiei multiple și parțiale

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
b_x	13512,29	1	13512,29	22,24**
b_z	5750,90	1	5750,90	9,46**
Rregresie multiplă	25334,93	2	12667,46	20,85**
Rest	28555,07	47	607,55	
Total	53890,00	49		

Valorile teoretice $F_{5\%}$ și $F_{1\%}$ pentru $l = 1$ și $l = 46$ (în tabelă lipsește 47) sînt 4,05 și 7,21 iar pentru $l = 2$ și $l = 46$ sînt 3,20 și 5,10. Se constată că atît regresia multiplă cît și regresiile parțiale — influența numărului de boabe și influența lungimii știuletelui asupra greutății boabelor — sînt distinct semnificative.

6.4. Regresia neliniară

Ori de cîte ori testarea liniarității (vezi secțiunea 6.15) pune în evidență lipsa acesteia, trebuie să ne gîndim la regresia neliniară care poate fi reprezentată fie printr-o ecuație de gradul II:

$$y = a + b_1x + b_2x^2 \tag{6.20}$$

sau de gradul III:

$$y = a + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 \tag{6.21}$$

fie printr-o altă ecuație.

Analiza unei regresii neliniare reprezentată printr-o ecuație de gradul II se face la fel ca în cazul regresiilor multiple (vezi secțiunea 6.2) cu singura deosebire că variabila a treia este înlocuită cu patratul valorilor variabilei a doua.

Exemplul 6.8. Prin aplicarea de doze progresive de azotat de amoniu la cînepă s-a constatat o sporire a producției de fibre pînă la doza de 5 q/ha azotat de amoniu, apoi o scădere a producției de fibre la dozele de azotat de amoniu mai mari de 5 q/ha (tabelul 6.7). Să se examineze dacă regresia este liniară sau avem de a face cu o regresie neliniară.

Variabilele independente sînt în acest caz x (doza de azotat de amoniu în q/ha) și x^2 iar variabila dependentă este y (producția de fibre în q/ha).

Datele necesare calculului sînt prezentate în tabelul 6.7.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 6.7: Dependența producției de fibre la cînepă, y (în q/ha), de doza de azotat de amoniu aplicată, x (în q/ha)

Nr.	y	x	x^2	xy	x^2y	xx^2
1	2	3	4	5	6	7
1	3	0	0	0	0	0
2	10	1	1	10	10	1
3	15	2	4	30	60	8
4	18	3	9	54	162	27
5	20	4	16	80	320	64
6	21	5	25	105	525	125
7	19	6	36	114	684	216
8	16	7	49	112	784	343
Suma	122	28	140	505	2545	784
Patratul sumei	2116	140	4676			

Calculul se desfășoară astfel:

$$SPA_y = 2116 - \frac{122^2}{8} = 256$$

$$SPA_x = 140 - \frac{28^2}{8} = 42$$

$$SPA_{x^2} = 4676 - \frac{140^2}{8} = 2226$$

$$SPrA_{xy} = 505 - \frac{28 \cdot 122}{8} = 78$$

$$SPrA_{x^2y} = 2545 - \frac{140 \cdot 122}{8} = 410$$

$$SPrA_{xx^2} = 784 - \frac{28 \cdot 140}{8} = 294$$

Coeficienții de regresie b_1 și b_2 se calculează cu ajutorul formulelor (6.18) și (6.19) înlocuind pe z cu x^2:

$$b_1 = \frac{2226 \cdot 78 - 294 \cdot 410}{42 \cdot 2226 - 294^2} = 7{,}52$$

$$b_2 = \frac{42 \cdot 410 - 294 \cdot 78}{42 \cdot 2226 - 294^2} = -0{,}81$$

Ecuația regresiei este:

$$y = \bar{y} + b_1(x - \bar{x}) + b_2(x^2 - \bar{x}^2)$$

$$\bar{y} = 15{,}25 \qquad \bar{x} = 3{,}50 \qquad \bar{x}^2 = 17{,}50$$

Scanned with OKEN Scanner

Făcînd înlocuirile avem:

$$y = 15{,}25 + 7{,}52\,(x - 3{,}50) - 0{,}81(x^2 - 17{,}50)$$
$$= 15{,}25 + 7{,}52\,x - 26{,}32 - 0{,}81\,x^2 + 14{,}18$$
$$= 3{,}11 + 7{,}52\,x - 0{,}81\,x^2$$

Coordonatele liniei de regresie sînt:

$x = 0$	$y = 3{,}11 + 0{,}0 - 0{,}0$	$= 3{,}11$
$x = 1$	$y = 3{,}11 + 7{,}52 - 0{,}81$	$= 9{,}82$
$x = 2$	$y = 3{,}11 + 15{,}04 - 3{,}24$	$= 14{,}91$
$x = 3$	$y = 3{,}11 + 22{,}56 - 7{,}29$	$= 18{,}38$
$x = 4$	$y = 3{,}11 + 30{,}08 - 12{,}96$	$= 20{,}23$
$x = 5$	$y = 3{,}11 + 37{,}60 - 20{,}25$	$= 20{,}46$
$x = 6$	$y = 3{,}11 + 45{,}12 - 29{,}16$	$= 19{,}07$
$x = 7$	$y = 3{,}11 + 52{,}64 - 39{,}69$	$= 16{,}06$

Comparînd valorile empirice ale lui y cu valorile y calculate, constatăm că sînt foarte apropiate.

6.5. Examinarea semnificației regresiei neliniare

Analiza variației pentru examinarea semnificației regresiei neliniare se desfășoară astfel:

$$SPA \text{ total} = SPA_y = 256$$

SPA pentru regresia totală este:

$$b_1\,SPrA_{xy} + b_2 SPrA_{x^2y} = 7{,}52 \cdot 78 - 0{,}81 \cdot 410 = 254{,}46$$

SPA pentru regresia totală se descompune în două componente: *SPA* pentru regresia liniară și *SPA* pentru regresia patratică.

SPA pentru regresia liniară este:

$$\frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x} = \frac{78^2}{42} = 144{,}86$$

SPA pentru regresia patratică se obține făcînd diferența

$$254{,}46 - 144{,}86 = 109{,}60$$

Rezultatele *AV* se văd în tabelul 6.8.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 6.8: Tabelul varianțelor pentru examinarea regresiei liniare și patratice

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Regresia liniară	144,86	1	144,86	467,3**
Regresia patratică	109,60	1	109,60	353,5**
Regresia totală	254,46	2		
Rest	1,54	5	0,31	
Total	256,00	7		

Se constată că variația totală este condiționată atît de regresia liniară cît și de cea patratică și că ambele regresii sînt distinct semnificative.

CAPITOLUL 7

Analiza covarianței

7.1. Importanța

Am arătat în capitolul 4 că prin aplicarea *AV* avem posibilitatea să descompunem varianța totală în diferite componente corespunzătoare cauzelor care le produc. După epuizarea tuturor posibilităților de analiză rămîne un rest a cărui cauzalitate nu se cunoaște, rest denumit *varianța restului sau varianța erorii*. În realitate acest rest nu cuprinde numai abaterile accidentale ci și unele variații sistematice. Așa de exemplu creșterea în greutate a unor loturi de animale prin folosirea diferitelor rații nutritive se datorește, fără îndoială, valorii nutritive a rațiilor respective, dar ea se poate datora și greutății inițiale a animalelor din fiecare lot. Deci la examinarea semnificației diferențelor privind creșterea în greutate a diferitelor loturi, trebuie să ținem seama nu numai de valoarea nutritivă a rațiilor ci și de eventuala influență condiționată de greutatea inițială a animalelor. Dacă extindem sfera analizei varianței, luînd în considerare corelația dintre două sau mai multe caractere, putem micșora varianța erorii mărind precizia rezultatelor experimentale. Metoda folosită în acest scop este *analiza covarianței* (*ACoV*). Calculul se bazează pe analiza varianței și corectarea varianțelor cu ajutorul coeficienților de corelație respectiv de regresie.

Scanned with OKEN Scanner

7.2. Folosirea analizei covarianței la eliminarea influențelor străine

Exemplul 7.1. Să se examineze influența rațiilor nutritive asupra creșterii în greutate a purceilor. Numărul rațiilor 3, numărul loturilor de animale 3, numărul animalelor dintr-un lot 5. În tabelul 7.1 se văd în coloana x, greutățile inițiale ale animalelor iar în coloana y creșterile zilnice în greutate. Pentru a obține o imagine corectă a factorului rații nutritive asupra creșterii în greutate, ar fi trebuit ca animalele să aibă aceeași greutate. În practică această condiție este foarte greu de realizat. Cunoscînd greutățile inițiale putem elimina cu ajutorul $ACoV$ influența pe care o exercită diferențele în ceea ce privește greutatea inițială asupra creșterii zilnice în greutate.

TABELUL 7.1: Influența rațiilor nutritive asupra creșterii în greutate a purceilor, x = greutatea inițială în kg, y = creșterea zilnică în greutate în kg

Nr. animalului	Rații nutritive						Total	
	1		2		3			
	x	y	x	y	x	y	x	y
1	21	0,4	25	0,6	23	0,7		
2	20	0,3	20	0,5	24	0,8		
3	19	0,2	22	0,6	22	0,6		
4	23	0,5	19	0,5	21	0,7		
5	21	0,4	23	0,6	22	0,7		
Suma	104	1,8	109	2,8	112	3,5	325	8,1
Media	20,8	0,36	21,8	0,56	22,4	0,70	21,67	0,54

TABELUL 7.2: Calculul produsurilor xy

	Rații nutritive			Suma produsurilor valorilor individuale
	1	2	3	
Produsurile valorilor individuale	8,4	15,0	16,1	
	6,0	10,0	19,2	
	3,8	13,2	13,2	
	11,5	9,5	14,7	
	8,4	13,8	15,4	
Produsurile sumelor rațiilor	187,2	305,2	392,0	178,2
Suma totală		884,4		

Valorile pentru $SPrA_{xy}$

Termenul de corecție: $\frac{325 \cdot 8,1}{15} = 175,50$

Total: $178,20 - 175,50 = 2,70$

Rații: $\frac{884,4}{5} - 175,50 = 1,38$

Eroare: $2,70 - 1,38 = 1,32$

Valorile pentru SPA_x

Termenul de corecție: $\frac{325^2}{15} = 7041,67$

Total: $21^2 + 20^2 + \ldots + 21^2 + 22^2 - 7041,67 = 43,33$

Rații: $\frac{104^2 + 109^2 + 112^2}{5} - 7041,67 = 6,56$

Eroare: $43,33 - 6,56 = 36,77$

Valorile pentru SPA_y

Termenul de corecție: $\frac{8,1^2}{15} = 4,374$

Total: $0,4^2 + 0,3^2 + \ldots + 0,7^2 + 0,7^2 - 4,374 = 0,376$

Rații: $\frac{1,8^2 + 2,8^2 + 3,5^2}{5} - 4,374 = 0,292$

Eroare: $0,376 - 0,292 = 0,084$

Valorile pentru $SPrA_{xy}$, SPA_x și SPA_y se văd în tabelul 7.3.

TABELUL 7.3: Valorile pentru $SPrA_{xy}$, SPA_x și SPA_y

Sursa variației	l	SPA_x	$SPrA_{xy}$	SPA_y
Rații nutritive	2	6,56	1,38	0,292
Eroare	12	36,77	1,32	0,084
Total	14	43,33	2,70	0,376

Să examinăm cu ajutorul testului F dacă între cele 3 grupe de animale există diferențe semnificative în ceea ce privește greutatea inițială.

Scanned with OKEN Scanner

Variantele pentru x sînt:

Rații nutritive: $6{,}56 : 2 = 3{,}28$

Eroare: $36{,}77 : 12 = 3{,}06$

F: $3{,}28 : 3{,}06 = 1{,}07$

Valoarea F limită pentru $\alpha = 5\%$, $l_1 = 2$, $l_2 = 12$ este 3,88, de unde rezultă că diferențele dintre grupele de animale în ceea ce privește greutatea inițială sînt nesemnificative. Dacă diferențele dintre grupe ar fi fost semnificative nu ar fi fost permis să aplicăm $ACoV$, deoarece una din condițiile pentru aplicarea $ACoV$ este aceea ca însușirea a cărei influență trebuie s-o eliminăm (în cazul nostru x) să varieze independent de tratamente.

Să vedem dacă greutatea inițială exercită vreo influență asupra creșterii în greutate a animalelor. Acest examen se poate efectua în felul următor:

SPA_y pentru eroare include nu numai variația însușirii „creșterea în greutate" ci și variația condiționată de „greutatea inițială". Pentru separarea acesteia din urmă calculăm SPA pentru regresie:

$$SPA_b = \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x} = \frac{(1{,}32)^2}{36{,}77} = 0{,}047$$

Scăzînd SPA pentru regresie din SPA_y pentru eroare obținem SPA pentru creșterea în greutate:

$$0{,}084 - 0{,}047 = 0{,}037$$

Pentru examinarea semnificației regresiei întocmim tabelul variantelor (tabelul 7.4).

TABELUL 7.4: Tabelul variantelor pentru examinarea regresiei

Sursa variației	SPA_y	l	s_y^2	F
Regresie	0,047	1	0,047	13,82**
Eroare	0,037	11	0,0034	
Regresie + Eroare	0,084	12		

Regresia este distinct semnificativă, de unde rezultă că creșterea în greutate este puternic influențată de greutatea inițială. Deci mediile inițiale (0,36; 0,56; 0,70) nu reflectă just influența rațiilor nutritive ci trebuie corectate. Corectarea se face cu ajutorul liniei de regresie, calculînd mai întîi coeficientul de regresie b.

$$b = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_x} = \frac{1{,}32}{36{,}77} = 0{,}0359 \text{ kg}$$

Scanned with OKEN Scanner

Calculul ne arată că fiecare diferență de 1 kg în ceea ce privește greutatea inițială modifică creșterea în greutate în medie cu 0,0359 kg.

Corectarea mediilor rațiilor se face cu ajutorul formulei

$$\bar{y}_{cor} = \bar{y}_V - b\,(\bar{x}_V - \bar{x}) \tag{7.1}$$

în care $\bar{y}_V$ înseamnă media găsită a creșterii în greutate a unei grupe de animale care a primit o anumită rație, $\bar{x}_V$ media găsită a greutății inițiale a unei grupe, iar $\bar{x}$ media generală a creșterii în greutate.

$$\begin{aligned}\bar{y}_{cor} &= \bar{y}_V + 0{,}0359\,(\bar{x}_V - 21{,}67)\\ &= \bar{y}_V + 0{,}0359\,(\bar{x}_V - 0{,}778)\\ &= \bar{y}_V + 0{,}778 - 0{,}0359\,\bar{x}_V\end{aligned}$$

Mediile corectate ale celor trei grupe sînt:

Grupa 1: $0{,}36 + (0{,}778 - 0{,}0359 \cdot 20{,}8) = 0{,}391$

Grupa 2: $0{,}56 + (0{,}778 - 0{,}0359 \cdot 21{,}8) = 0{,}555$

Grupa 3: $0{,}70 + (0{,}778 - 0{,}0359 \cdot 22{,}4) = 0{,}674$

Pentru control se calculează media generală a mediilor corectate care trebuie să corespundă cu media generală a mediilor inițiale

$$\frac{0{,}391 + 0{,}555 + 0{,}674}{3} = 0{,}54$$

Pentru examinarea semnificației diferențelor dintre mediile corectate folosim testul t multiplu. Calculăm mai întîi eroarea mijlocie a diferenței cu ajutorul formulei 7.2 propusă de D. J. Finney (1952).

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}\left(1 + \frac{s_x^2}{SPA_x}\right)} \tag{7.2}$$

în care:

s^2 este varianța erorii separată de corelație (vezi tabelul 7.4),
s_x^2 — varianța rațiilor nutritive în ceea ce privește caracterul x iar
SPA_x — suma patratelor abaterilor ale erorii (vezi tabelul 7.3).

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0034}{5} \cdot 1 + \frac{3{,}28}{36{,}77}} = 0{,}038$$

O cale de simplificare a calculului lui s_d constă în multiplicarea varianței s^2 cu factorul $1 + \frac{s_x^2}{SPA_x}$ și introducerea valorii obținute în formula de calcul a lui s_d.

$$s^2\left(1 + \frac{s_x^2}{SPA_x}\right) = 0{,}0034 \cdot 1{,}0892 = 0{,}0037$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0037}{5}} = 0{,}038$$

$$\bar{y}_2 - \bar{y}_1 = 0{,}555 - 0{,}391 = 0{,}164$$

$$\bar{y}_3 - \bar{y}_1 = 0{,}674 - 0{,}391 = 0{,}283$$

Valorile t pentru $l = 11$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,201; 3,106 și 4,437.

$$DL_{5\%} = 2{,}201 \cdot 0{,}038 = 0{,}084$$

$$DL_{1\%} = 3{,}106 \cdot 0{,}038 = 0{,}118$$

$$DL_{0{,}1\%} = 4{,}437 \cdot 0{,}038 = 0{,}169$$

Diferența $\bar{y}_2 - \bar{y}_1$ este distinct semnificativă iar diferența $\bar{y}_3 - \bar{y}_1$ foarte semnificativă. Rezultă că rația nr. 2 și rația nr. 3 au avut o acțiune foarte eficace asupra creșterii în greutate a purceilor.

7.3. Aplicarea analizei covarianței la experiențele în cîmp

7.3.1. Metoda blocurilor

Prin aplicarea analizei variației la calculul rezultatelor unei experiențe așezate după metoda blocurilor se elimină variațiile dintre blocuri, dar nu și cele din interiorul blocurilor. Se știe că producția variantelor dintr-un bloc este influențată de numeroși factori. Unul din acești factori îl constituie golurile care nu pot fi evitate chiar la cea mai îngrijită tehnică de execuție a experiențelor. Dacă numărul de goluri este același la toate parcelele experimentale, valorificarea experienței se face ușor, urmînd ca producția fiecărei parcele să fie majorată cu o cantitate corespunzătoare numărului de goluri. În realitate numărul de goluri variază neregulat de la o parcelă la alta; de aceea, este necesar să corectăm atît variațele cît și mediile tratamentelor. Corectarea se face cu ajutorul *ACoV*.

Exemplul 7.2. Într-o experiență cu 5 hibrizi simpli de porumb așezată după metoda blocurilor, avînd parcelele experimentale a cîte 100 plante, s-au găsit la recoltă goluri în aproape toate parcelele. Să se înlăture influența acestora asupra producției parcelelor cu ajutorul *ACoV*. Variabila independentă x, este numărul de goluri din fiecare parcelă, iar variabila dependentă y, este producția obținută pe fiecare parcelă (q/ha). Datele privind numărul de goluri se văd în tabelul 7.5 (tabelul x) iar datele privind producțiile sînt arătate în tabelul 7.6 (tabelul y).

Scanned with OKEN Scanner

Calculăm valorile pentru $SPrA_{xy}$, SPA_x și SPA_y folosind datele din tabelele 7.5, 7.6 respectiv 7.7.

TABELUL 7.5: Numărul de goluri în experiența cu hibrizi simpli la porumb (Tabelul *x*)

Hibrizi	Blocuri					Sumele hibrizilor	Mediile hibrizilor
	1	2	3	4	5		
1	6	15	26	10	4	61	12,2
2	4	10	20	3	0	37	7,4
3	7	16	18	9	3	53	10,6
4	9	12	10	12	5	48	9,6
5	5	4	30	8	1	48	9,6
Sumele blocurilor	31	57	104	42	13	247	9,88

TABELUL 7.6: Producția hibrizilor simpli de porumb în q/ha (Tabelul *y*)

Hibrizi	Blocuri					Sumele hibrizilor	Mediile hibrizilor
	1	2	3	4	5		
1	42	39	36	39	40	196	39,2
2	74	68	67	70	75	354	70,8
3	54	52	51	53	56	266	53,2
4	63	57	65	60	64	309	61,8
5	79	75	70	82	85	391	78,2
Sumele blocurilor	312	291	289	304	320	1516	

TABELUL 7.7: Calculul produsurilor *xy*

Hibrizi	Blocuri					Produsurile sumelor hibrizilor	Suma totală
	1	2	3	4	5		
1	252	585	936	390	160	11956	
2	296	680	1340	210	0	13098	
3	378	832	918	477	168	14098	72752
4	567	684	650	720	320	14832	
5	395	300	2100	656	85	18768	
Produsurile sumelor blocurilor	9672	16387	30056	12768	4160	Suma produsurilor valorilor individuale = 14099	
Suma totală			73243				

Scanned with OKEN Scanner

Valorile pentru $SPrA_{xy}$

Termenul de corecție: $\frac{247 \cdot 1516}{25} = 14978,\ 08$

Total: $14099 - 14978\ 0,8 = -879,08$

Blocuri: $\frac{73243}{5} - 14978,08 = -329,48$

Hibrizi: $\frac{72752}{5} - 14978,08 = -427,68$

Eroare: $-879,08 - (-329,48 - 427,68) = -121,92$

Valorile pentru SPA_x

Termenul de corecție: $\frac{247^2}{25} = 2440,36$

Total: $6^2 + 4^2 + \ldots + 5^2 + 1^2 - 2440,36 = 1356,64$

Blocuri: $\frac{31^2 + 57^2 \ldots + 13^2}{5} - 2440,36 = 951,44$

Hibrizi: $\frac{61^2 + 37^2 + \ldots + 48^2}{5} - 2440,36 = 61,04$

Eroare: $1356,64 - 951,44 - 61,04 = 344,16$

Valorile pentru SPA_y

Termenul de corecție: $\frac{1516^2}{25} = 91930,24$

Total: $42^2 + 74^2 + \ldots + 85^2 - 91930,24 = 4905,76$

Blocuri: $\frac{312^2 + 291^2 + \ldots + 320^2}{5} - 91930,24 = 142,16$

Hibrizi: $\frac{196^2 + 354^2 + \ldots + 391^2}{5} - 91930,24 = 4639,76$

Eroare: $4905,76 - 142,16 - 4639,76 = 123,84$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile pentru $SPrA_{xy}$, SPA_x și SPA_y se văd în tabelul 7.8.

TABELUL 7.8: Valorile pentru $SPrA_{xy}$, SPA_x și SPA_y

Sursa variației	l	SPA_x	$SPrA_{xy}$	SPA_y
Blocuri	4	951,44	—329,48	142,16
Hibrizi	4	61,04	—427,68	4639,76
Eroare	16	344,16	—121,92	123,84
Total	24	1356,64	—879,08	4905,76

O condiție pentru aplicarea $ACoV$ este ca variabila x (numărul de goluri) să nu depindă de variabila y (hibrizi). Aceasta se stabilește cu ajutorul testului F calculînd în prealabil varianța hibrizilor și varianța erorii golurilor.

$$s_x^2 \text{ hibrizi} = 61{,}04 : 4 = 15{,}26$$
$$s_x^2 \text{ eroare} = 344{,}16 : 16 = 21{,}51$$
$$F = 15{,}26 : 21{,}51 = 0{,}71$$

Valoarea F fiind nesemnificativă înseamnă că numărul de goluri nu este influențat de hibrizi ci variază independent de aceștia. În consecință putem aplica în continuare $ACoV$.

Mai întîi trebuie să stabilim dacă regresia este semnificativă, adică dacă producțiile parcelelor sînt influențate semnificativ de goluri. În cazul cînd producțiile nu sînt influențate de goluri, nu este necesar să corectăm varianța erorii, varianța hibrizilor și mediile hibrizilor. Pentru examinarea semnificației regresiei trebuie să scădem din varianța erorii producției variația condiționată de corelația dintre producție și goluri

$$SPA_b = \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x} = \frac{(-121{,}92)^2}{344{,}16} = 43{,}19$$
$$123{,}84 - 43{,}19 = 80{,}65$$

Am obținut pe SPA_y pentru eroare rectificată, adică liberă de influența golurilor. Calculăm variațele și examinăm semnificația regresiei cu ajutorul testului F (tabelul 7.9).

TABELUL 7.9: Tabelul variațelor pentru examinarea regresiei

Sursa variației	SPA_y	l	s_y^2	F
Regresia	43,19	1	43,19	8,03*
Eroare (rectificată)	80,65	15	5,38	
Regresie + Eroare	123,84	16		

Regresia este semnificativă. Reiese că și varianța hibrizilor trebuie rectificată, adică trebuie să scădem din aceasta variația condiționată de goluri. În acest scop întocmim un tabel cu valorile SPA_x, $SPrA_{xy}$, SPA_y pentru hibrizi și eroare (Tabelul 7.10).

TABELUL 7.10: Valorile pentru SPA_x, $SPrA_{xy}$ și SPA_y

Sursa variației	l	SPA_x	$SPrA_{xy}$	SPA_y
Hibrizi	4	61,04	—427,68	4639,76
Eroare	16	344,16	—121,92	123,84
Hibrizi + Eroare	20	405,20	—549,60	4763,60

Calculăm variația condiționată de corelație, ca mai sus

$$SPA_b = \frac{(SPrA_{xy})^2}{SPA_x} = \frac{(-549,60)^2}{405,20} = 745,46$$

pe care o scădem din SPA_y pentru hibrizi și eroare

$$4763,60 - 745,46 = 4018,14$$

Din noua valoare SPA_y scădem eroarea rectificată și obținem componenta rectificată pentru hibrizi, adică SPA_y rectificată pentru hibrizi

$$4018,14 - 80,65 = 3937,49$$

Valorile corectate se văd în tabelul 7.11.

TABELUL 7.11: Tabelul variantelor corectate

Sursa variației	SPA_y	l	s_y^2	F
Hibrizi (rectificat)	3937,49	4	984,37	195,31**
Eroare (rectificat)	80,65	16	5,04	
Hibrizi + Eroare	4018,14	20		

Prin înlăturarea influenței golurilor varianța hibrizilor și varianța erorii s-au micșorat, fapt care a dus la creșterea semnificației, după cum reiese din comparația valorii F din tabelul 7.11 ($F = 195,31$) cu valoarea F obținută din datele nerectificate ($F = 149,86$). Această din urmă valoare se obține folosind datele din tabelul 7.8.

$$s_y^2 \text{ hibrizi} = 4639,76 : 4 = 1159,94$$
$$s_y^2 \text{ eroare} = 123,84 : 16 = 7,74$$
$$F = 1159,94 : 7,74 = 149,86$$

Scanned with OKEN Scanner

După corectarea varianțelor urmează corectarea mediilor hibrizilor. Calculăm la început coeficientul de regresie b.

$$b = \frac{SPrA_{xy}}{SPA_x} = \frac{-121,92}{344,16} = -0,3543 \text{ q/ha}$$

Valoarea obținută ne arată că sporirea golurilor cu 1 la parcelă duce la micșorarea producției cu 0,3543 q/ha. Corectarea mediilor se face cu ajutorul formulei (7.1) pe care o reproducem.

$$\bar{y}_{cor} = \bar{y}_V - b(\bar{x}_V - \bar{x})$$

$\bar{x}$, care reprezintă media generală, nu va fi înlocuit cu valoarea 9,88 (vezi tabelul 7.5). Este mai corect ca numărul de goluri să fie socotit egal cu zero, deoarece în felul acesta mediile producțiilor vor fi corectate luînd în considerare că fiecare parcelă are numărul complet de plante.

$$\bar{y}_{cor} = \bar{y}_V - (-0,3543\,\bar{x}_V) = \bar{y}_V + 0,3543\,\bar{x}_V$$

Mediile corectate ale celor 5 hibrizi simpli sînt :

Hibridul 1 : $39,2 + 0,3543 \cdot 12,2 = 43,52$ q/ha
Hibridul 2 : $70,8 + 0,3543 \cdot 7,4 = 73,42$ q/ha
Hibridul 3 : $53,2 + 0,3543 \cdot 10,6 = 56,96$ q/ha
Hibridul 4 : $61,8 + 0,3543 \cdot 9,6 = 65,20$ q/ha
Hibridul 5 : $78,2 + 0,3543 \cdot 9,6 = 81,60$ q/ha

Mediile corectate reprezintă producțiile ce s-ar fi obținut dacă n-ar fi existat nici un gol.

Pentru examinarea semnificației diferențelor folosim testul t multiplu. Eroarea diferenței se calculează cu ajutorul formulei (7.2).

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,04}{5}\left(1 + \frac{15,26}{344,16}\right)} = 1,45 \text{ q/ha}$$

$$\bar{y}_2 - \bar{y}_1 = 73,42 - 43,52 = 29,90$$
$$\bar{y}_3 - \bar{y}_1 = 56,96 - 43,52 = 13,44$$
$$\bar{y}_4 - \bar{y}_1 = 65,20 - 43,52 = 21,68$$
$$\bar{y}_5 - \bar{y}_1 = 81,60 - 43,52 = 38,08$$

Valorile t pentru $l = 16$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0,1\%$ sînt 2,210 ; 2,921 și 4,015.

$$DL_{5\%} = 2,210 \cdot 1,45 = 3,074 \text{ q/ha}$$
$$DL_{1\%} = 2,921 \cdot 1,45 = 4,235 \text{ q/ha}$$
$$DL_{0,1\%} = 4,015 \cdot 1,45 = 5,822 \text{ q/ha}$$

Scanned with OKEN Scanner

Reiese că față de hibridul nr. 1 toți ceilalți hibrizi dau sporuri de producție foarte semnificative.

În exemplul de față toate mediile hibrizilor au fost corectate cu ajutorul unui singur coeficient de regresie, plecîndu-se de la premiza că hibrizii au reacționat similar la goluri. Se ivesc însă și cazuri cînd hibrizii sau soiurile reacționează diferit la goluri. Dacă între hibrizi există diferențe semnificative în ceea ce privește reacția la goluri este necesar să calculăm pentru fiecare hibrid coeficientul de regresie.

Examinarea reacției hibrizilor se face aplicînd $ACoV$ pentru fiecare hibrid în parte. Pe baza valorilor obținute pentru SPA_x, $SPrA_{xy}$ și SPA_y se calculează coeficientul de regresie pentru fiecare hibrid separat, apoi se examinează semnificația diferenței între cîte doi coeficienți de regresie cu ajutorul testului t potrivit procedeului indicat în secțiunea 6.1.4.

Dacă diferențele dintre coeficienții de regresie sînt semnificative se impune corectarea variantelor și a mediei pentru fiecare hibrid în parte.

7.3.2. Metoda blocurilor divizate

La metoda blocurilor divizate avem de a face cu mai multe experiențe elementare grupate într-o experiență mare. Experiențele elementare au 3—5 subblocuri iar experiența mare are 3—5 blocuri. Atît experiențele elementare cît și experiența mare sînt așezate după metoda blocurilor. Dualitatea acestei metode impune necesitatea unei duble aplicări a $ACoV$: una la fiecare experiență elementară și alta la experiența întreagă. La ambele categorii de experiențe $ACoV$ se aplică la fel ca la metoda blocurilor. În majoritatea cazurilor însă se valorifică experiențele elementare, deoarece sînt rare cazurile cînd terenul din interiorul blocurilor este atît de omogen încît să justifice calculul întregii experiențe.

7.3.3. Patratul latin și dreptunghiul latin

La patratul latin și dreptunghiul latin $ACoV$ se aplică în același mod ca la metoda blocurilor, cu deosebirea că se calculează în plus SPA și $SPrA$ pentru coloane. În consecință avem:

SPA_x pentru blocuri, coloane, variante și eroare.

$SPrA_{xy}$ pentru blocuri, coloane, variante și eroare

SPA_y pentru blocuri, coloane, variante și eroare.

În ceea ce privește calculul $SPrA_{xy}$ pentru coloane se înmulțesc mai întîi valorile individuale x cu valorile individuale y apoi se înmulțesc sumele coloanelor x cu sumele coloanelor y iar din suma produsurilor coloanelor se scade termenul de corecție. În continuare calculul se desfășoară ca la metoda blocurilor.

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 8

Analiza frecvențelor

8.1. Testul χ^2 (Hi patrat)

Testul χ^2 este un instrument de examinare statistică extraordinar de multilateral. El se folosește cu mult succes la compararea distribuțiilor empirice cu cele teoretice sau a distribuțiilor empirice între ele. Servește de asemenea ca test al independenței și ca test al omogenității. Prezintă avantajul că permite nu numai compararea frecvențelor cantitative ci și a celor calitative.

χ^2 se calculează cu ajutorul formulei:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i} \tag{8.1}$$

în care f_i reprezintă frecvența observată iar φ_i frecvența teoretică (frecvența așteptată).

χ^2 este distribuit potrivit relației

$$d\Phi(\chi^2) = \frac{1}{\left(\frac{n-2}{2}\right)!} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{n-2}{2}} d\left(\frac{\chi^2}{2}\right)$$

Facem pentru fiecare clasă a distribuției diferența între frecvența observată și frecvența teoretică, o ridicăm la patrat, apoi împărțim pătratul diferenței la frecvența teoretică, după care însumăm valorile tuturor claselor.

$$\chi^2 = \frac{(f_1 - \varphi_1)^2}{\varphi^1} + \frac{(f_2 - \varphi_2)^2}{\varphi^2} + \frac{(f_3 - \varphi_3)^2}{\varphi^3} + \ldots + \frac{(f_m - \varphi_m)^2}{\varphi_m}$$

Formula (8.1) mai poate fi scrisă și astfel:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{f_i^2}{\varphi_i}\right) - N \tag{8.2}$$

în care:

N este numărul total al observațiilor.

Stabilirea numărului gradului de libertate este simplă. Dacă avem o grupă cu m clase de frecvențe, l este m—1. Dacă avem v grupe a cîte o clasă de frecvențe, l este v—1. În cazul cînd avem v grupe a m clase de frecvențe, l este $(v\text{-}1)$ $(m\text{—}1)$.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru ca metoda χ^2 să dea rezultate bune la compararea distribuțiilor empirice cu cele teoretice trebuie să ținem seama de o serie de reguli:

1) Numărul total al observațiilor să nu fie prea mic.

2) Frecvența absolută a fiecărei clase să nu fie mai mică de 5; în caz că există clase cu frecvențe mai mici de 5, acestea se reunesc în clase cu valori peste 5.

3) Numărul claselor de frecvențe nu trebuie să fie prea mic.

4) Ambele șiruri de variație trebuie să aibă același interval de clasă.

5) La calculul lui χ^2 trebuie să se folosească frecvențele absolute.

Se pleacă de la ipoteza nulă potrivit căreia între o distribuție empirică și cea teoretică nu este nici o deosebire.

Examinarea semnificației valorilor χ^2 calculate se face cu ajutorul tabelei VII din anexă în care sînt arătate valorile χ^2 teoretice corespunzătoare diferitelor grade de libertate l și diferitelor probabilități de transgresiune α.

Ipoteza nulă este respinsă în cazul cînd probabilitatea de transgresiune α corespunzătoare valorii χ^2 calculate, citită în tabelă pentru numărul gradelor de libertate dat, este mai mică decît probabilitatea de transgresiune $\alpha = 5\%$ și dimpotrivă este acceptată dacă probabilitatea respectivă este mai mare decît probabilitatea de transgresiune $\alpha = 5\%$.

8.2. Analiza frecvențelor în interiorul unei grupe

8.2.1. **Comparația distribuțiilor empirice cu distribuțiile teoretice**

8.2.1.1. *Comparația unei distribuții empirice cu distribuția binomială*

Exemplul 8.1. Ne vom referi la exemplul 2.6 (după Erna Weber, 1961). Să se compare distribuția frecvențelor de fătări la scroafe cu distribuția binomială. Potrivit ipotezei nule distribuția empirică dată are la bază distribuția binomială.

Modalitatea de calcul este arătată în tabelul 8.1.

Pentru a avea valori superioare lui 5 primele și ultimele 3 clase din cele două distribuții sînt grupate în cîte una singură. Deoarece avem 5 clase numărul gradelor de libertate este $5-1 = 4$.

Căutînd în tabela VII din anexă găsim, pentru $l = 4$, că cea mai apropiată valoare χ^2 teoretică este 0,711, care corespunde la o probabilitate de transgresiune $\alpha = 95\%$, de unde rezultă că între cele două distribuții nu există o diferență semnificativă; distribuția empirică urmează legea distribuției binomiale.

8.2.1.2. *Comparația unei distribuții empirice cu distribuția normală*

Exemplul 8.2. Ne vom folosi de exemplul 2.8. Să se stabilească dacă distribuția reprezentînd conținutul de fibre la linia de cînepă 59-151 urmează legea distribuției normale.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 8.1: Comparația unei distribuții empirice cu distribuția binomială

Sexul: masculul x_i	Sexul: femelul x_i	Frecvențe observate (Nr. de fătări) f_i	Frecvențe teoretice φ_i		Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Pătratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
0	8	0	0,299				
1	7	5 } 14	2,589 }	12,703	1,297	1,682	0,132
2	6	9	9,815				
3	5	22	21,267		0,733	0,537	0,025
4	4	25	28,799		—3,799	14,432	0,501
5	3	26	24,959		1,041	1,084	0,043
6	2	14	13,520				
7	1	4 } 19	4,185 }	18,272	0,728	0,530	0,029
8	0	1	0,567				
Suma		106	106,000		0,0		0,730 = χ^2

Conform ipotezei nule distribuția empirică dată corespunde cu distribuția normală. Desfășurarea calculului este prezentată în tabelul 8.2.

Pentru a avea valori mai mari de 5, primele 3 clase ale fiecărui șir de variație se unesc într-o singură clasă; de asemenea se unesc într-o singură clasă ultimele două clase.

TABELUL 8.2: Comparația unei distribuții empirice cu distribuția normală

Conținutul de fibre x_i	Frecvențe observate (Nr. de indivizi) f_i	Frecvențe teoretice φ_i		Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Patratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
1	2	3		4	5	6
20	1	0,8122				
21	4 } 14	2,7910 }	11,5602	2,4398	5,9526	0,5149
22	9	7,9570				
23	21	18,8056		2,1944	4,8154	0,2561
24	33	36,7901		—3,7901	14,3649	0,3905
25	50	59,2245		—9,2245	85,0914	1,4368
26	72	79,0328		—7,0328	49,4603	0,6258
27	108	87,1026		20,8974	436,7013	5,0136
28	83	79,3865		3,6135	13,0574	0,1645
29	52	59,6899		—7,6899	59,1346	0,9907
30	34	37,1266		—3,1266	9,7756	0,2633
31	19	19,1048		—0,1048	0,0110	0,0006
32	11 } 14	8,1091 }	10,9497	3,0503	9,3043	0,8497
33	3	2,8406				
	500	498,7733				10,5065 = χ^2

Scanned with OKEN Scanner

Numărul gradelor de libertate este $11 - 1 = 10$. Cea mai apropiată valoare χ^2 teoretică, găsită în tabela VII pentru $l = 10$, este 9,34 care corespunde la o probabilitate de transgresiune $\alpha = 50\%$. Reiese că ipoteza nulă trebuie acceptată; distribuția reprezentînd conținutul de fibre urmează legea distribuției normale.

8.2.1.3. *Comparația unei distribuții empirice cu distribuția lui Poisson*

Exemplul 8.3. Vom utiliza exemplul 2.7 privind distribuția boabelor de secară cu doi germeni. Să se stabilească dacă distribuția respectivă urmează distribuția lui Poisson.

Calculul valorii χ^2 este arătat în tabelul 8.3. Ultimele două clase ale fiecărui șir de variație se reunesc într-o singură clasă. Avînd 6 clase numărul gradelor de libertate este $6 - 1 = 5$.

TABELUL 8.3: **Comparația unei distribuții empirice cu distribuția lui Poisson**

x_i	Frecvențe observate f_i	Frecvențe teoretice φ_i	Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Pătratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
1	2	3	4	5	6
0	6	9,26	—3,26	10,63	1,15
1	24	22,04	1,96	3,84	0,17
2	32	26,23	5,77	33,29	1,27
3	18	20,81	—2,81	7,90	0,38
4	9	12,38	—3,38	11,42	0,92
5	6 } 11	5,89 } 8,23	2,77	7,67	0,93
6	5 }	2,34 }			
	100	98,95			$4,82 = \chi^2$

Valoarea χ^2 teoretică cea mai apropiată găsită în tabela VII pentru $l=5$ este 4,35, care corespunde la o probabilitate de transgresiune $\alpha = 50\%$. Rezultă că distribuția empirică corespunde cu distribuția lui Poisson.

8.2.2. Comparația a două distribuții empirice

Metoda χ^2 se pretează nu numai la compararea distribuțiilor empirice cu cele teoretice ci și la compararea a două distribuții empirice între ele.

Formula pentru calculul lui χ^2 este în acest caz următoarea:

$$\chi^2 = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \sum \frac{(f_1 n_2 + f_2 n_1)}{f_1 + f_2} \qquad (8.3)$$

în care n_1, n_2 reprezintă numărul valorilor individuale ale celor două distribuții de frecvențe iar f_1 și f_2 frecvențele distribuțiilor respective.

Exemplul 8.4. Să se compare între ele două distribuții de frecvențe f_1 și f_2, în care f_1 reprezintă conținutul de fibre (x_i) al unei linii de cînepă experimentată în zona de stepă iar f_2 conținutul de fibre al aceleiași linii încercate n zona umedă a țării.

Modalitatea de calcul este arătată în tabelul 8.4.

Numărul gradelor de libertate este $10 - 1 = 9$.

TABELUL 8.4: **Comparația a două distribuții empirice**

x_i	f_1	f_2	f_1n_2	f_2n_1	$f_1n_2 + f_2n_1$	$(f_1n_2 + f_2n_1)^2$	$\frac{(f_1n_2 + f_2n_1)^2}{f_1 + f_2}$
14	0	1	0	81	81	6561	6561,0
16	0	4	0	324	324	104976	26244,0
18	1	11	64	891	955	912025	76002,1
20	5	18	320	1458	1778	3161284	137447,1
22	10	12	640	972	1612	2598544	118115,6
24	15	9	960	729	1689	2852721	118863,4
26	20	6	1280	486	1766	3118756	119952,6
28	18	1	1152	81	1233	1520289	80015,2
30	11	2	704	162	866	749956	57688,9
32	1	0	64	0	64	4096	4096,0
	$81 = n_1$	$64 = n_2$				$\sum \frac{(f_1n_2 + f_2n_1)^2}{f_1 + f_2} = 744985,9$	

$$\chi^2 = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \Sigma \frac{(f_1n_2 + f_2n_1)^2}{f_1 + f_2} = \frac{744985,9}{81 \cdot 64} = 143,71$$

Valoarea χ^2 teoretică cea mai apropiată pentru $l = 9$ este 27,9 care corespunde la o probabilitate de transgresiune $\alpha = 0,1\%$. Deoarece valoarea χ^2 calculată ($\chi^2 = 143,71$) corespunde la o probabilitate α mai mică de 0,1%, rezultă că cele două distribuții se deosebesc profund. Linia de cînepă a reacționat foarte puternic la condițiile ecologice din cele două zone, reacția dovedindu-se din punct de vedere statistic foarte semnificativă.

8.2.3. Analiza frecvențelor în cazul dezbinării caracterelor la hibrizi

Testul χ^2 se folosește pentru a verifica dacă proporțiile privind segregarea caracterelor la hibrizii din F_2 corespund cu proporțiile teoretice condiționate de legea segregării factorilor formulată de G. Mendel. Astfel se compară proporțiile găsite experimental în cazul monohibridării, dihibridării, trihibridării cu proporțiile teoretice corespunzătoare hibridărilor respective.

Exemplul 8.5. Încrucișînd două rase de gura leului (*Antirrhinum majus*) una cu flori fildeșii (♀) cu una cu flori roșii (♂) s-au obținut în F_1 numai plante cu flori roșietice. Autofecundînd hibrizii din F_1 s-au obținut în F_1 62 plante cu flori roșii, 132 plante cu flori roșietice și 66 plante cu flori fildeșii (tabelul 8.5). Să se stabilească dacă proporția obținută corespunde cu proporția teoretică 1:2:1.

TABELUL 8.5: Comparația frecvențelor observate cu frecvențele teoretice în cazul segregării monofactoriale de tipul 1 : 2 : 1

Fenotipul	Frecvențe observate f_i	Frecvențe teoretice φ_i	Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Patratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
Flori roșii	62	65	—3	9	0,138
Flori roșietice	132	130	2	4	0,031
Flori fildeșii	66	65	1	1	0,015
Suma	260	260	0		$0,184 = \chi^2$

Numărul gradelor de libertate este 3—1=2 deoarece avem o singură grupă a 3 clase. Valoarea χ^2 obținută se găsește în tabela χ^2, între 0,103 și 0,211 care corespunde la probabilitățile α de 95% și 90%. Reiese că abaterea frecvențelor observate față de cele teoretice se găsește în sfera abaterilor accidentale; segregarea menționată corespunde cu proporția 1:2:1.

Exemplul 8.6. Autofecundînd o serie de plante hibride de mazăre din F_1 rezultate din încrucișarea unui soi cu talie înaltă cu unul cu talie mică s-au obținut în F_2 520 plante înalte și 152 plante mici (Tabelul 8.6). Să se stabilească dacă proporția obținută corespunde cu cea teoretică.

TABELUL 8.6: Comparația frecvențelor observate cu frecvențele teoretice în cazul segregării monofactoriale de tipul 3:1

Fenotipul	Frecvențe observate f_i	Frecvențe teoretice φ_i	Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Patratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
Plante înalte	520	504	16	256	0,508
Plante mici	152	168	—16	256	1,524
Suma	672	672	0		$2,032 = \chi^2$

Avînd o grupă a două clase numărul gradelor de libertate este $2 - 1 = 1$. Valoarea $\chi^2 = 2,032$ se găsește în tabela χ^2 între 1,07 și 2,71 deci între $\alpha = 30\%$ și $\alpha = 10\%$. Proporția găsită corespunde cu proporția de 3:1.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 8.7. Încrucișînd un soi de porumb cu boabe albe și netede cu un soi cu boabe albastre și zbîrcite s-au obținut în F_1 boabe albastre și netede iar în F_2 605 boabe albastre și netede, 213 boabe albastre și zbîrcite, 183 boabe albe și netede și 71 boabe albe și zbîrcite (Tabelul 8.7). Să se stabilească dacă proporția obținută corespunde cu proporția de 9:3:3:1.

TABELUL 8.7: **Comparația frecvențelor observate cu frecvențele teoretice în cazul segregării bifactoriale de tipul 9 : 3 : 3 : 1**

Fenotipul	Frecvențe observate f_i	Frecvențe teoretice φ_i	Diferența $d_i = f_i - \varphi_i$	Patratul diferenței $d_i^2 = (f_i - \varphi_i)^2$	$\frac{(f_i - \varphi_i)^2}{\varphi_i}$
Albastre netede	605	603	2	4	0,007
Albastre zbîrcite	213	201	12	144	0,716
Albe netede	183	201	—18	324	1,612
Albe zbîrcite	71	67	4	16	0,239
Suma	1072	1072	0		$2,574 = \chi^2$

Numărul gradelor de libertate 4-1 = 3. Valoarea $\chi^2 = 2,574$ se găsește între valorile 2,37 și 3,67 din tabela χ^2, deci între $\alpha = 50\%$ și $\alpha = 30\%$. Proporția găsită corespunde cu proporția de 9:3:3:1.

8.3. Analiza frecvențelor din mai multe grupe a două clase. Tabela de contingența $R \times 2$

Pentru calcularea lui χ^2 se folosește formula (8.2). Numărul gradelor de libertate este $(v\text{-}1)\,(m\text{-}1)$.

Prezentăm un exemplu în care frecvențele teoretice sînt cunoscute.

Exemplul 8.8. Studiindu-se acțiunea razelor γ asupra proporției dintre sexe la cînepă s-au obținut rezultatele din tabelul 8.8. Cifrele dintre paranteze reprezintă frecvențele teoretice. Să se stabilească dacă proporțiile observate corespund cu proporția teoretică (50 ♂ : 50 ♀).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{f_i}{\varphi_i}\right)^2 - N = \frac{49^2 + 51^2 + \ldots + 23^2 + 77^2}{50} - 400 = 32,80$$

Numărul gradelor de libertate este (4-1) (2-1) = 3. Valoarea χ^2 găsită are o probabilitate de transgresiune $\alpha < 0,1\%$, ceea ce înseamnă că diferența între frecvențele observate și cele teoretice este foarte semnificativă; iradierea cu raze γ are o influență nocivă sigură asupra plantelor bărbătești.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL. 8.8 : Influența razelor γ asupra proporției dintre sexe la cînepă

Doza de iradiere γ	Sexul		Suma
	Mascul	Femel	
Netratat	49 (50)	51 (50)	100
5000 r	47 (50)	53 (50)	100
10000 r	41 (50)	59 (50)	100
15000 r	23 (50)	77 (50)	100
Suma	160	240	400

Se pune întrebarea dacă toate cele 3 doze de raze γ au o acțiune nocivă sigură asupra sexului mascul sau numai una din ele, de exemplu doza maximă. Pentru a răspunde la această întrebare aplicăm testul χ^2 tot la cîte două grupe. Să calculăm valoarea χ^2 pentru primele două grupe.

$$\chi^2 = \frac{49^2 + 51^2 + 47^2 + 53^2}{50} - 200 = 0{,}40$$

$= (2\text{-}1)\,(2\text{-}1) = 1$; valoarea χ^2 găsită se află în tabela χ^2 între 0,148 și 0,455 adică între $\alpha = 70\%$ și $\alpha = 50\%$, deci acțiunea dozei de 5000 *r* este nesemnificativă.

Calculînd valoarea χ^2 pentru grupele 1-3 și 1-4 găsim că numai doza de 15000 *r* are o acțiune nocivă semnificativă asupra sexului mascul provocînd o deviere sigură a proporției dintre sexe.

Să prezentăm un exemplu în care frecvențele teoretice nu sînt cunoscute ci trebuie calculate.

Exemplul 8.9. În vederea stabilirii unei metode eficace de infecție artificială a orzului cu germeni de *Helminthosporium gramineum* au fost încercate următoarele metode de infecție: 1) tratarea boabelor lipsite de palei cu praf de condiii; 2) tratarea boabelor lipsite de palei cu culturi de condidii pe agar; 3) tratarea boabelor cu palei în vid cu suspensie de conidii. Au fost tratate

cîte 100 boabe, care au fost apoi semănate în seră. După 6 săptămîni s-au numărat plantele sănătoase și bolnave obținîndu-se rezultatele din tabelul 8.9.

TABELUL 8.9: Rezultatele infecției orzului cu germeni de *Helminthosporium gramineum*

Metoda	Numărul plantelor		Suma
	sănătoase	bolnave	
1	27 (27,5)	67 (66,5)	94
2	18 (27,2)	75 (65,8)	93
3	38 (28,3)	59 (68,6)	97
Suma	83	201	284

Frecvențele teoretice se calculează înmulțind sumele grupelor cu sumele claselor și împărțind produsul la suma totală. De exemplu frecvența teoretică a grupei 1, clasa „sănătoase" va fi:

$$\frac{94 \cdot 83}{284} = 27{,}5$$

Calculînd frecvențele teoretice pentru toate clasele obținem valorile dintre paranteze.

Numărul gradelor de libertate este (3—1) (2—1) = 2.

$$\chi^2 = \frac{27^2}{27{,}5} + \frac{67^2}{66{,}5} + \ldots + \frac{38^2}{28{,}3} + \frac{59^2}{68{,}6} - 284 = 9{,}17$$

Valoarea χ^2 obținută prin calcul găsindu-se între $\alpha = 1\%$ și 0,1% ne arată că între metodele încercate există diferențe distinct semnificative în ceea ce privește eficacitatea infecției.

Pentru a vedea care metodă asigură cea mai ridicată infecție calculăm valoarea χ^2 pentru cîte două metode. Pentru fiecare caz în parte trebuie să calculăm din nou frecvențele teoretice în funcție de noile sume.

Pentru compararea metodelor 1 și 2 prezentăm în tabelul 8.10 frecvențele observate și cele teoretice.

TABELUL 8.10: Comparația metodelor 1 și 2

Metoda	Numărul plantelor		Suma
	sănătoase	bolnave	
1	27 (22,6)	67 (71,4)	94
2	18 (22,4)	75 (70,6)	93
Suma	45	142	187

Scanned with OKEN Scanner

Numărul gradelor de libertate $(2-1)\ (2-1)=1$.

$$\chi^2 = \frac{27^2}{22,6} + \frac{67^2}{71,4} + \frac{18^2}{22,4} + \frac{75^2}{70,6} - 187 = 2,26$$

Deoarece valoarea χ^2 obținută se găsește între $\alpha = 30\%$ și $\alpha = 10\%$, rezultă că diferența între cele două metode este nesemnificativă. Valorile χ^2 pentru metodele 1—3 și 2—3 sînt :

Metodele 1—3, $\chi^2 = 2,33$, $\chi = 30\%—10\%$

Metodele 2—3, $\chi^2 = 9,10$, $\alpha = 1\ \%—0,1\%$

Reiese că cea mai eficace metodă de examinare a rezistenței orzului la helminthosporioză este metoda 2, deoarece asigură gradul cel mai ridicat de infecție.

8.4. Analiza frecvențelor din mai multe grupe cu mai multe clase. Tabela de contingența $R \times C$

Tehnica calculului este identică cu cea din secțiunea 8.3. Exemplul următor ne arată că testul χ^2 poate fi folosit și la examinarea corelației dintre două însușiri calitative.

Exemplul 8.10. Determinîndu-se numărul metric la 3 categorii de fibre tehnice de cînepă corespunzătoare culorilor verde, verde/albă și albă, s-a găsit că materialul analizat se încadrează în 5 clase de finețe. Frecvențele observate corespunzătoare culorilor și claselor de finețe se văd în tabelul 8.11.

TABELUL 8.11: Dependența fineței fibrelor tehnice de cînepă de culoarea lor

Culoarea fibrelor	Clasa de finețe					Suma
	0	1	2	3	4	
Verde	205 (198,4)	520 (519,4)	790 (783,1)	450 (486,9)	346 (323,3)	2311 (2311)
Verde/albă	205 (225,3)	590 (590,0)	880 (889,5)	600 (553,1)	350 (367,1)	2625 (2625)
Albă	140 (126,3)	330 (330,6)	501 (498,4)	300 (310,0)	200 (205,7)	1471 (1471)
Suma	550 (550)	1440 (1440)	2171 (2171)	1350 (1350)	896 (896)	6407 (6407)

Scanned with OKEN Scanner

Să se examineze cu ajutorul testului χ^2 dacă între cele două însușiri există vreo corelație.

$$\chi^2 = \frac{205^2}{198,4} + \frac{520^2}{519,4} + \ldots + \frac{300^2}{310,0} + \frac{200^2}{205,7} - 6407 = 13,3$$

$l = (3-1)\,(5-1) = 8$. Valoarea χ^2 găsită are o probabilitate α situată între $\alpha = 30\%$ și $\alpha = 10\%$. Prin urmare abaterile frecvențelor observate față de cele teoretice cad în sfera erorilor accidentale. Rezultă că cele două însușiri sînt independente: finețea fibrelor nu depinde de culoarea lor ci este condiționată de alți factori.

Tabelele cu mai mult de două grupe (rînduri = R) și mai mult de două clase (coloane = C) poartă denumirea de tabele de contingență de tipul $R \times C$.

8.5. Metode speciale de calcularea lui χ^2

8.5.1. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingență de tipul 2×2

Atunci cînd avem două grupe a cîte două clase, calculul lui χ^2 se poate efectua printr-un procedeu mai simplu. Pentru executarea calculului cele 4 valori se aranjează într-o tabelă cu două coloane și două rînduri. O astfel de tabelă se numește tabelă de contingență de tipul 2×2 sau tabela cu 4 cîmpuri. Notînd cele 4 valori cu a, b, c și d vom avea o tabelă de forma următoare:

a	b	a + b
c	d	c + d
a + c	b + d	

Formula pentru calculul lui χ^2 este:

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)\,(c+d)\,(a+c)\,(b+d)} \tag{8.4}$$

Referindu-ne la datele din tabelul 8.10 avem:

$$\chi^2 = \frac{187\ (27 \cdot 75 - 67 \cdot 18)^2}{95 \cdot 93 \cdot 45 \cdot 142} = 2,25$$

Valoarea χ^2 obținută prin formula (8.4) este foarte apropiată de valoarea χ^2 găsită prin prelucrarea cu ajutorul formulei (8.2) a datelor din tabelul 8.10.

8.5.2. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingență de tipul $R \times 2$

Este vorba de cazurile în care avem mai mult de două grupe a două clase fiecare. O tabelă de tipul R × 2 are prin urmare mai multe rînduri și două coloane.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 8.11. (după G. W. Snedecor, 1956). Injectînd mai multe grupe de șobolani cu doze egale de *Bacillus danysz* s-a obținut o mortalitate foarte ridicată. Să se examineze dacă mortalitatea respectivă depinde de grupa din care au aparținut șobolanii sau este independentă de aceasta. Pentru ușurința calculului vom lucra cu frecvențele reprezentînd numărul de șobolani care au supraviețuit. Mărimea grupelor, numărul de șobolani din fiecare grupă care au rămas în viață și desfășurarea calculului este arătată în tabelul 8.12.

TABELUL 8.12: Numărul de șobolani care au supraviețuit după injecția cu *Bacillus danysz*

Numărul de șobolani din fiecare grupă	Numărul de șobolani care au supraviețuit f_i	Probabilitatea supraviețuirii p_i	Produsurile $p_i f_i$
40	9	0,2250	2,0250
12	2	0,1667	0,3334
22	3	0,1364	0,4092
11	1	0,0909	0,0909
37	2	0,0541	0,1082
20	3	0,1500	0,4500
$n = 142$	$\Sigma f_i = 20$	$\bar{p} = \frac{\Sigma f_i}{n} = \frac{20}{142} = 0,1408$ $\bar{q} = 1 - \bar{p} = 0,8592$	$\Sigma p_i f_i = 3,4167$

Pentru calcularea lui χ^2 se folosește formula lui G. W. Snedecor și M. R. Irwin.

$$\chi^2 = \frac{\Sigma p_i f_i - \bar{p}\Sigma f_i}{\bar{p}\bar{q}} \tag{8.5}$$

$$\chi^2 = \frac{\Sigma p_i f_i - \bar{p}\Sigma f_i}{\bar{p}\bar{q}} = \frac{3,4167 - 2,8160}{(0,1408)\ (0,8592)} = 4,97$$

Numărul gradelor de libertate este $R - 1 = 6 - 1 = 5$. Valoarea $\chi^2 = 4,97$ corespunde la o probabilitate de transgresiune α cuprinsă între 50% și 30%. Rezultă că probabilitatea mortalității șobolanilor este independentă de grupa din care aceștia fac parte. Diferențele semnalate între grupe în ceea ce privește mortalitatea pot fi explicate prin reacția diferită a șobolanilor la bacilii injectați, prin schimbarea virulenței bacililor în fiecare organism injectat, și prin imposibilitatea injectării unor cantități riguros egale de substanță inoculantă. Cu toate acestea probabilitatea mortalității fiecărei grupe nu se abate mai mult decît s-ar abate la grupele extrase la întîmplare dintr-o populație cu probabilitatea constantă a mortalității.

Menționăm că în loc de probabilități putem lucra cu procente.

Scanned with OKEN Scanner

8.5.3. Calcularea lui χ^2 în cazul tabelei de contingență $2 \times C$

O tabelă de contingență de tipul $2 \times C$ are două rînduri și mai mult de două coloane. Fie a un membru al rîndului de sus dintr-o coloană oarecare iar b un membru al rîndului de jos din aceeași coloană, în timp ce $a + b = n$. Fie cantitățile corespunzătoare din coloana „total" A, B și N iar $p = A/N$, $1 - p = B/N$. Tabela de tipul $2 \times C$ va avea forma din tabelul 8.13.

TABELUL 8.13: Tabela de contingență de tipul $2 \times C$

— — — — — — — — —	a	— — — — — — — — — A
— — — — — — — — —	b	— — — — — — — — — B
— — — — — — — — —	n	— — — — — — — — — N

Pentru calculul lui χ^2 se folosește formula lui B r a n d t și S n e d e c o r

$$\chi^2 = \frac{\Sigma \frac{a^2}{n} - \frac{A^2}{N}}{p\,(1-p)} = \frac{\Sigma \frac{b^2}{n} - \frac{B^2}{N}}{p\,(1-p)} \qquad (8.6)$$

Numărul gradelor de libertate este $C - 1$.

Exemplul 8.12. (după N. T. J. B a i l e y, 1959). Urmărindu-se descendenții proveniți de la mai mulți armăsari s-au obținut proporțiile dintre sexe specificate în tabelul 8.14. Să se examineze dacă proporțiile respective variază semnificativ în funcție de armăsarul de la care provin descendenții sau dacă nu cumva variația constatată este condiționată de factori pur accidentali.

$$p = A/N = 71/116 = 0{,}6121\,;\quad 1 - p = B/N = 45/116 = 0{,}3879$$

sau

$$1 - p = 1 - 0{,}6121 = 0{,}3879$$

TABELUL 8.14: Descendenții masculi și femeli proveniți de la mai mulți armăsari

Sexul	Armăsarul						Total
	1	2	3	4	5	6	
Mascul	13	8	7	15	9	19	71
Femel	9	10	8	6	5	7	45
T o t a l	22	18	15	21	14	26	116

Aplicînd formula (8.6) avem:

$$\chi^2 = \frac{\frac{9^2}{22} + \frac{10^2}{18} + \frac{8^2}{15} + \frac{6^2}{21} + \frac{5^2}{14} + \frac{7^2}{26} - \frac{45^2}{116}}{\frac{71}{116} \cdot \frac{45}{116}} = 6{,}03$$

$l = C - 1 = 6 - 1 = 5$. Valoarea χ^2 găsită corespunde la o probabilitate α situată între $\alpha = 50\%$ și $\alpha = 30\%$. Prin urmare variația proporțiilor dintre sexe este independentă de natura genetică a tatălui. Heterogenitatea în ceea ce privește proporția dintre sexe la descendenții celor 6 armăsari este nesemnificativă.

8.6. Testul de independență

Am arătat în secțiunea 8.4 că testul χ^2 poate fi folosit și la examinarea corelației dintre două însușiri calitative.

În exemplul 8.10 în care am prezentat tabela de contingență $R \times C$ am examinat cu ajutorul metodei χ^2 dependența finețeі fibrelor tehnice de cînepă de culoarea lor, găsind că cele două însușiri variază independent. Valoarea χ^2 găsită (13,3) a avut o probabilitate de transgresiune α situată între $\alpha = 30\%$ și $\alpha = 10\%$.

În exemplul 8.11, în care am prezentat tabela de contingență $R \times 2$ am arătat pe baza testului χ^2 că probabilitatea mortalității șobolanilor inoculați cu *Bacillus danysz* este independentă de grupa din care aceștia fac parte. Devierile de la o grupă la alta cad în sfera abaterilor accidentale.

De asemenea, în exemplul 8.12 care se referă la tabela de contingență $2 \times C$, s-a demonstrat cu ajutorul metodei χ^2 că proporția dintre sexe la descendenții proveniți de la diferiți armăsari variază independent de natura genetică a armăsarilor. Valoarea χ^2 găsită corespunde unei probabilități α situată între $\alpha = 50\%$ și $\alpha = 30\%$.

Metoda χ^2 ne permite deci să stabilim dacă însușirile examinate sînt independente, sau dacă între ele există o dependență. Ea pune în evidență existența sau absența unei legături fără a ne da indicații asupra intensității acestei legături sau asupra cauzelor ei.

Examinarea cu ajutorul metodei χ^2 a independenței sau dependenței însușirilor calitative dintr-o distribuție de două variabile poartă denumirea de *test de independență*.

8.7. Testul de omogenitate

În unele situații sîntem nevoiți să lucrăm cu mai multe probe mici (subprobe) în locul unei probe mari. O astfel de situație este cea din exemplele 8.11 și 8.12 în care s-a lucrat cu cîte 6 subprobe, deoarece numărul indivizilor a fost limitat. În aceste cazuri rezultatele obținute din prelucrarea statistică

a subprobelor pot fi concentrate într-un rezultat unic numai dacă subprobele nu se abat semnificativ unele față de altele sau, altfel spus, rezultatele individuale pot fi sintetizate într-un rezultat unic numai dacă diferențele dintre ele sînt cauzate de factori accidentali. Dacă abaterile subprobelor sînt nesemnificative, materialul se consideră omogen. În acest caz subprobele pot fi reunite într-o probă unică. Dacă abaterile subprobelor sînt semnificative materialul se consideră heterogen.

Examinarea omogenității se face cu ajutorul metodei χ^2. Materialul analizat în exemplul 8.11 se consideră omogen, deoarece devierile dintre subprobe (grupe) cad în sfera abaterilor accidentale. Valoarea $\chi^2 = 4{,}97$ corespunde la o probabilitate α cuprinsă între 50% și 30%. De asemenea este omogen materialul din exemplul 8.12 în care valoarea χ^2 găsită corespunde unei probabilități situate între $\alpha = 50\%$ și $\alpha = 30\%$.

Exemplul 8.13. Analizîndu-se proporția dezbinării la 4 populații de grîu în F_2 rezultate din încrucișarea unui soi cu bobul sticlos cu 4 soiuri cu bobul făinos, s-au obținut rezultatele din tabelul 8.15. Sticlozitatea fiind dominantă, proporția dezbinării în F_2 este de 3 : 1. Numerele dintre paranteze reprezintă proporțiile teoretice. Să se stabilească dacă materialul este omogen.

TALELUL 8.15: **Proporțiile dezbinării în F_2 la populațiile de grîu rezultate din încrucișarea unui soi cu bobul sticlos cu 4 soiuri cu bobul făinos**

Populația	Proporția dezbinării		Suma
1	2	3	4
1	213 (204,75)	60 (68,25)	273
2	135 (132,75)	42 (44,25)	177
3	313 (302,25)	90 (100,75)	403
4	140 (116,25)	15 (38,75)	155
Suma	801 (756)	207 (252)	1008

$$\chi^2 = \frac{213^2}{204{,}75} + \frac{60^2}{68{,}25} + \ldots + \frac{140^2}{116{,}25} + \frac{15^2}{38{,}75} - - 1008 = 22{,}42$$

Numărul gradelor de libertate este (4—1) (2—1) = 3. Valoarea χ^2 teoretică cea mai apropiată este 16,3 care corespunde la o probabilitate $\alpha = 0{,}1\%$. Valoarea χ^2 găsită depășind valoarea χ^2 teoretică rezultă că materialul este neomogen. O scurtă privire asupra tabelului 8.15 ne duce la constatarea că cel mai mult se abate de la proporția 3 : 1 populația nr. 4. Eliminînd această populație și calculînd din nou valoarea lui χ^2 găsim.

$$\chi^2 = \frac{213^2}{204{,}75} + \frac{60^2}{68{,}25} + \ldots + \frac{313^2}{302{,}25} + \frac{90^2}{100{,}75} - 853 = 3{,}01$$

l=(3—1) (2—1) = 2. Valoarea $\chi^2 = 3{,}01$ se găsește între valorile χ^2 teoretice 2,41 și 4,61 care corespund la probabilitățile $\alpha = 30\%$ și $\alpha = 10\%$. Îndepărtînd populația nr. 4 materialul a devenit omogen.

Calculul se mai poate desfășura și astfel (Tabelul 8.16)

TABELUL 8.16: Examinarea omogenității populațiilor hibride de grîu

Populația	Proporția dezbinării		Suma	χ^2	α (în %)
1	213 (204,75)	60 (68,25)	273	1,33	10—30
2	135 (132,75)	42 (44,25)	177	0,15	50—70
3	313 (302,25)	90 (100,75)	403	1,53	10—30
4	140 (116,25)	15 (38,75)	155	19,41	<0,1
Suma	801 (756)	207 (252)	1008	22,42	<0,1
χ^2	10,72				0,1—1,0

Valoarea $\chi^2 = 22,42$ este identică cu cea găsită mai sus. Deoarece avem 4 grupe fiecare din ele avînd 2—1 grade de libertate, numărul total al gradelor de libertate este $4(2—1) = 4$. Căutînd în tabela χ^2 găsim că valoarea $\chi^2 = 22,42$ corespunde unei probabilități $\alpha < 0,1\%$. Dacă din această valoare scădem valoarea χ^2 pentru grupa a 4-a, obținem aceeași valoare χ^2 ca mai sus:

$$22,42 — 19,41 = 3,01$$

Numărul gradelor de libertate este $3((2—1) = 3$. Valoarea $\chi^2 = 3,01$ corespunde unei probabilități α situate între 50% și 30%, fapt care indică deplina omogenitate a materialului.

Să luăm acum în considerare toate populațiile. Numărul total de plante este 1008 dintre care 801 cu bobul sticlos și 207 cu bobul făinos. Să verificăm dacă această proporție corespunde cu proporția teoretică de 3 : 1.

$$\chi^2 = \frac{801^2}{756} + \frac{207^2}{252} — 1808 = 10,72$$

Căutînd în tabela χ^2 găsim că pentru $l = 2 — 1 = 1$, valoarea χ^2 obținută corespunde la o probabilitate α situată între 1% și 0,1%. Materialul studiat se dovedește deci heterogen. Se confirmă astfel concluziile anterioare.

Discordanța dintre valoarea χ^2 pentru întreg materialul ($\chi^2 = 10,72$) și valoarea χ^2 rezultată din însumarea valorilor χ^2 ale populațiilor hibride ($\chi^2 = 22,42$) se datorește deosebirilor dintre populații. Diversitatea populații lor poate fi ușor stabilită prin efectuarea diferenței între valorile χ^2. În adevăr valoarea χ^2 pentru total este alcătuită din două componente: din abaterea sumelor claselor și din diversitatea, respectiv uniformitatea sau omogenitatea

Scanned with OKEN Scanner

grupelor. Valoarea χ^2 pentru omogenitate este $22,42 - 10,72 = 11,70$. Numărul gradelor de libertate se stabilește de asemenea prin diferență; el este $3 - 1 = 2$. În tabela χ^2 găsim că $\chi^2 = 11,70$ corespunde unei probabilități α situată între 1% și 0,1%. Populațiile hibride sînt neomogene și ca atare nu pot fi reunite într-o probă unică. Sinteza privind examinarea omogenității se poate vedea în tabelul 8.17.

TABELUL 8.17: **Examinarea omogenității populațiilor hibride de grîu**

Sursa variației	l	χ^2	α
Abaterea sumelor claselor	1	10,72	0,1% — 1,0%
Omogenitatea	2	11,70	0,1% — 1,0%
Total	3	22,42	<0,1%

Valoarea χ^2 pentru omogenitate în cazul tabelei de contingență de tipul $R \times 2$ poate fi calculată și cu ajutorul formulei lui Brandt și Snedecor:

$$\chi^2 = \frac{\Sigma p_i f_i - \bar{p}\Sigma f_i}{\bar{p}(1-\bar{p})} \tag{8.7}$$

Exemplul 8.14. Să se determine valoarea χ^2 pentru omogenitate în cazul populațiilor hibride de grîu din exemplul 8.13. Calculul produsurilor $p_i f_i$ este arătată în tabelul 8.18.

TABELUL 8.18: **Examinarea omogenității populațiilor hibride de grîu cu ajutorul metodei Brandt—Snedecor**

Populația	Frecvența pentru făinos		Produsul $f_i p_i$
	f_i absolut	p_i relativ	
1	60	0,2198	13,1880
2	42	0,2373	9,9666
3	90	0,2233	20,0970
4	15	0,0968	1,4520

$$\Sigma f_i p_i = 44,7036$$

$$\Sigma f_i = 207 \quad \bar{p} = \frac{\Sigma f_i}{N} = \frac{207}{1008} = 0,2054$$

$$\Sigma f_i p_i = 44,7036$$

$$\bar{p}\,\Sigma f_i = \underline{42,5178}$$

$$\text{Diferența} = 2,1858$$

$$\chi^2 = \frac{2,1858}{0,25 \cdot 0,75} = 11,66; \qquad l = 2$$

S-a obținut practic același rezultat ca cel din tabelul 8.17.

Scanned with OKEN Scanner

Metode de experimentare

PARTEA a II-a

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 9

Elementele fundamentale ale experienţelor

9.1. Terminologie

În teoria probabilităţilor experienţa este o acţiune pentru a produce un eveniment care este de presupus că poate avea loc în condiţiile probabilităţii. De exemplu aruncarea unei monede este o experienţă; rezultatul acestei experienţe este unul din cele două evenimente posibile: stema sau reversul.

În general prin *experienţă* se înţelege în statistică o acţiune executată cu scopul de a obţine un răspuns sigur la o anumită întrebare.

În munca de cercetare ştiinţifică *experienţa* este o încercare executată după anumite reguli cu scopul de a dezlega o problemă ştiinţifică.

Experienţa în cîmp sau *cultura comparativă* este o încercare executată pe un teren uniform, după o anumită metodă, cu scopul de a studia acţiunea unui factor de vegetaţie sau a mai multor factori asupra producţiei şi calităţii plantelor agricole.

Experienţele în care se studiază acţiunea unui singur factor se numesc *experienţe monofactoriale* (simple). De exemplu experienţele în care se cercetează separat fie acţiunea soiului, fie cea a cantităţii de sămînţă, fie cea a epocii de semănat, fie cea a îngrăşămintelor azotate sau fosfatice.

Experienţele în care se urmăreşte acţiunea simultană a mai multor factori se numesc *experienţe polifactoriale* (factoriale, complexe). De exemplu experienţele în care se cercetează acţiunea concomitentă a soiului şi a cantităţii de sămînţă *(experienţa bifactorială)*, sau a soiului, a cantităţii de sămînţă şi a azotului *(experienţă trifactorială)*.

În timp ce în experienţele monofactoriale se studiază *acţiunea izolată a factorilor*, în experienţele polifactoriale se studiază atît acţiunea izolată cît şi *acţiunea reciprocă a factorilor*.

Orice factor studiat într-o experienţă poartă denumirea de *factor experimental*. Astfel, într-o experienţă cu soiuri, factorul experimental este „soiul". Într-o experienţă complexă cu soiuri şi doze de azot, factorii experimentali sînt „soiul" şi „azotul".

Orice factor experimental prezintă mai multe gradări (trepte, nivele). La experienţele monofactoriale aceste gradări se numesc *variante (tratamente*, numere experimentale, verigi experimentale). Astfel într-o experienţă cu soiuri, fiecare soi reprezintă o variantă, într-o experienţă cu doze de azot

Scanned with OKEN Scanner

fiecare doză reprezintă o variantă. În fig. 9.1. este prezentată schița unei experiențe cu 5 variante, notate cu numerele 1, 2, 3, 4 și 5. La experiențele polifactoriale variantele sînt reprezentate prin *combinații de factori* (combinații de variante, combinații de tratamente). În literatura de specialitate se folosește termenul de „combinație de tratamente." În multe cazuri se folosesc termenii „tratament" sau „variantă" pentru desemnarea „combinației de factori". Noi vom folosi cu precădere termenul de „combinație de tratamente". Într-o experiență cu 4 soiuri și 4 doze de azot avem în total 16 combinații de tratamente.

Fiecare variantă este alcătuită din mai multe *repetiții* (paralele). Astfel, în experiența din fig. 9.1, varianta 1 este alcătuită din repetițiile 1, 7, 14, 19 și 21, varianta 2 din repetițiile 2, 10, 15, 18 și 23 etc.

Ansamblul de variante care alcătuiesc o repetiție se numește *bloc* (lot.) Experiența din fig. 9.1 are 5 blocuri notate cu a, b, c, d și e. În cazul de față fiecare bloc cuprinde toate variantele experienței, blocul fiind sinonim cu repetiția. Astfel de experiențe se numesc *experiențe cu blocuri complete.* Există și experiențe în care blocul nu cuprinde toate variantele ci numai o parte din ele, blocul fiind mai mic decît repetiția. Experiențele de acest gen se numesc *experiențe cu blocuri incomplete.*

Parcelele care alcătuiesc un bloc se numesc *parcele comparative,* deoarece fiecare parcelă este ocupată de altă variantă.

Parcelele ocupate de aceeași variantă se numesc *parcele repetiții* (parcele paralele). Referindu-ne din nou la experiența din fig. 9.1 parcelele repetiții de exemplu ale variantei 5 sînt 5, 8, 12, 16 și 25.

Toate parcelele unei experiențe se numesc *parcele experimentale.* Parcela experimentală este unitatea de bază a experienței. În terminologia experimentală se mai numește *unitate experimentală.*

Distribuția variantelor în interiorul blocurilor poate fi *sistematică* sau *accidentală* (întîmplătoare). Așezarea la întîmplare a variantelor în experiență se numește *randomizare.* Distribuția accidentală avînd la bază legile probabilității este superioară celei sistematice, de aceea se folosește în majoritatea meto-

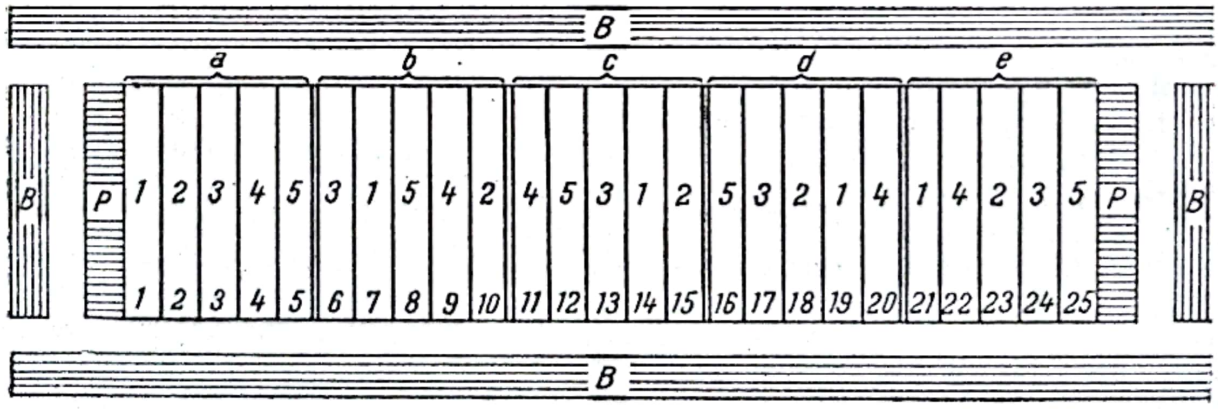


Fig. 9.1 — Elementele unei experiențe de cîmp.
Metoda blocurilor randomizate
5 variante (1, 2, 3, 4, 5) în 5 repetiții (*a, b, c, d, e*) *P* = parcelă de protecție, *B* = bandă de protecție

delor de experimentare. În experiența din fig. 9.1 variantele din blocul a sînt repartizate sistematic, pe cînd cele din blocurile b, c, d și e accidental.

Varianta din experiență care servește de comparație pentru celelalte variante ale experienței se numește *variantă martor* (variantă standard, variantă de control).

Fiecare experiență are în afară de parcelele experimentale încă două parcele, una situată la o extremitate iar alta la cealaltă extremitate a experienței. Aceste parcele se numesc *parcele de protecție* (perdele) și au drept scop de a apăra parcelele experimentale marginale de influența marginii (fig. 9.1 P).

Orice experiență izolată trebuie să fie înconjurată de o *bandă de protecție* (fig. 9.1 B) care are rolul de a feri experiențele de pagubele provocate de animale etc. Cînd avem mai multe experiențe la un loc, cu aceeași plantă, acestea vor fi înconjurate de o singură bandă de protecție. Lățimea benzii de protecție trebuie să fie egală cu cel puțin dublul lățimii unei parcele experimentale. La plantele ale căror semințe sînt căutate de păsări (cînepă, floarea-soarelui) banda de protecție trebuie să fie mult mai lată.

Spațiul liber care se lasă între parcele la experiențele ocupate de plante care se seamănă în rînduri apropiate (cereale păioase, leguminoase, in și cînepă de fibre etc.) se numește *cărare separatoare*. La experiențele cu prășitoare cărările separatoare nu sînt necesare.

Experiențele sînt despărțite unele de altele prin *drumuri*.

Influența pe care o exercită cărările separatoare și drumurile prin spațiul lor mare, asupra plantelor de la marginile parcelei experimentale se numește *influența marginii*.

Influența pe care o produc variantele vecine asupra plantelor de la marginile parcelei experimentale, atunci cînd între parcele nu există cărări separatoare se numește *influența vecinilor*.

Influența pe care o provoacă golurile asupra plantelor vecine se numește *influența golurilor*.

Se numește *suprafața recoltabilă* a parcelei experimentale suprafața rămasă după îndepărtarea plantelor care au suferit influența marginii și vecinilor.

Prin *număr de plante recoltabile* la prășitoare înțelegem numărul de plante rămase la parcela experimentală după eliminarea plantelor care au suferit influența marginii, vecinilor, golurilor.

Există numeroase *metode de așezare* a experienței pe teren. Deosebirea esențială dintre aceste metode constă în modul de aranjare a blocurilor și de repartizare a variantelor în interiorul acestora. Experiența din fig. 9.1 este așezată după *metoda blocurilor randomizate* cu blocurile dispuse liniar pe un rînd.

Terenul pe care se execută experiențele se numește *cîmp de experiență*.

Cîmpul de experiență trebuie așezat în zona climatică și pe tipul de sol caracteristic regiunii pentru care se fac cercetările. Terenul destinat experiențelor trebuie să fie cît mai uniform în ceea ce privește fertilitatea.

Variabilitatea fertilității solului (neuniformitatea solului) se exteriorizează atît prin existența unor porțiuni mici sau foarte mici de teren cu fertilitate diferită *(microvariabilitate,* microneuniformitate) cît și prin existența unor porțiuni întinse de teren cu fertilitate deosebită *(macrovariabilitate,* macroneuniformitate). În timp ce microvariabilitatea îmbracă caracterul unei varia-

Scanned with OKEN Scanner

bilități accidentale, macrovariabilitatea are caracterul unei variabilități sistematice. În primul caz porțiunile mici de teren cu fertilitate diferită sînt diseminate foarte neregulat în cadrul porțiunilor întinse. În cazul al doilea fertilitatea solului se schimbă mai mult sau mai puțin regulat, într-o direcție sau alta, în cadrul aceleiași porțiuni întinse de teren sau chiar pe întinderi mai mari de teren *(variabilitate sistematică a fertilității solului)*.

Experiențele ce se execută cu scopul de a stabili gradul de variabilitate a solului se numesc *culturi de recunoaștere, experiențe oarbe sau experiențe în gol*. Ele constau în cultivarea în anii anteriori a unei singure plante pe întreg terenul destinat experiențelor, împărțirea culturii în parcela egale și stabilirea producției fiecărei parcele experimentale. În funcție de mărimea coeficientului de variabilitate (s %) se stabilește dacă terenul este apt pentru experiențe.

Cultura care se folosește pentru uniformizarea cîmpului de experiență se numește *cultură de uniformizare*. Durata uniformizării este de 3—5 ani

9.2. Forma parcelelor]

Forma parcelelor poate fi patrată sau dreptunghiulară. La parcelele dreptunghiulare raportul dintre lățimea și lungimea parcelei variază de la 1 : 2 la 1 : 10. Raportul cel mai favorabil este cuprins între 1 : 4 și 1 : 6.

Parcelele dreptunghiulare prezintă față de cele pătrate următoarele avantaje (V. G. Panse — P. V. Sukhatme, 1957; J. Wishart — H. G. Sanders, 1959; A. Mudra, 1958; H. Rüther 1958; Scerba, citat din P. G. Naidin 1959):

1) Cuprind mai mult din neuniformitatea solului. Astfel pe un teren a cărui fertilitate variază sistematic într-o anumită direcție parcelele lungi dintr-un bloc oarecare, orientate în direcția variației fertilității solului, cuprind mai multe porțiuni de teren cu fertilitate diferită decît parcelele patrate, care pot să cadă pe una sau pe două din aceste porțiuni. Pe terenurile în pantă folosirea parcelelor lungi, orientate perpendicular pe curbele de nivel este obligatorie, deoarece aproape regulat fertilitatea solului variază de-a-lungul pantei. Exceptează anumite experiențe așezate pe terenurile supuse eroziunii unde parcelele pot fi orientate paralel cu curbele de nivel.

2) Micșorează variația producțiilor din cadrul fiecărei variante, deoarece apropie una de alta parcelele repetiții.

Pentru considerentele de la punctele 1 și 2, eroarea experimentală se reduce, prin folosirea parcelelor lungi cu cca. 25%.

3) Înlesnesc semănatul, lucrările de întreținere și recoltatul atunci cînd acestea se fac mecanizat. Lățimea parcelei trebuie să fie egală cu lățimea mașinii de semănat sau să reprezinte un multiplu al acesteia.

4) Ușurează diferitele observații și determinări ce se fac asupra plantelor din interiorul parcelei în perioada de vegetație, de exemplu determinarea procentului de plante distruse de ger, determinarea frecvenței și intensității atacului de paraziți vegetali și animali etc.

Scanned with OKEN Scanner

5) Economisesc terenul, deoarece suprafața ocupată de fîșiile care se înlătură de la capetele parcelelor cu scopul de a îndepărta influența marginii este mult mai mică decît cea de la capetele parcelelor pătrate.

6) Sînt de neînlocuit în anumite categorii de experiențe ca de exemplu, studiul adîncirii stratului arabil, încercarea mașinilor și uneltelor etc.

Parcelele lungi prezintă și unele dezavantaje și anume:

1) Influența marginii și vecinilor se exercită pe o suprafață mai mare, deoarece marginile laterale ale parcelelor sînt mult mai lungi decît a celor patrate. Rezultă de aici că pentru îndepărtarea influenței marginii și vecinilor trebuie să eliminăm un număr mai mare de plante, decît în cazul parcelelor patrate. Acest lucru se întîmplă mai ales la plantele care reacționează puternic la acțiunea marginii și vecinilor. În acest din urmă caz lățimea parcelei trebuie astfel aleasă, încît după eliminarea rîndurilor marginale, să rămînă suficiente rînduri normale pentru stabilirea capacității de producție a variantelor.

2) Favorizează hibridarea naturală între soiuri la plantele autogame la care se întîlnesc și cazuri de alogamie (0,1—3%). Acest dezavantaj prezintă importanță numai atunci cînd recoltele de pe parcelele experimentale se folosesc pentru înmulțire, ceea ce se întîmplă de regulă în stațiunile de ameliorare.

Forma parcelei este condiționată în mare măsură de metoda de așezare a experiențelor. La metoda blocurilor etc., forma parcelei este dreptunghiulară, la patratul latin și la grilaje forma parcelei este patrată. Utilizarea formei patrate la așezarea patrată și la cea în grilaj nu este strict obligatorie. Esențial la aceste metode este ca variantele să fie grupate pe blocuri și coloane pentru a se putea elimina erorile solului în două direcții. Pe terenurile a căror fertilitate prezintă variații mari se pot folosi parcele dreptunghiulare la așezările sus-menționate cu condiția ca acestea să nu fie prea lungi și înguste. Raportul dintre lățimea și lungimea parcelei nu trebuie să depășească 1 : 5.

Criteriul cel mai sigur pentru a alege o formă sau alta a parcelei îl constituie cunoașterea cît mai amănunțită a variației fertilității solului, ceea ce se realizează prin cultura de recunoaștere. Cu cît terenul este mai neuniform cu atît se preferă forma dreptunghiulară. Pe terenurile uniforme se pot utiliza cu succes parcelele patrate, dacă bineînțeles considerente de alt ordin nu impun folosirea parcelelor dreptunghiulare.

9.3. Mărimea parcelelor

Mărimea parcelelor exercită o influență însemnată asupra exactității rezultatelor experimentale. Cercetările efectuate în diferite țări arată că prin sporirea suprafeței parcelei, eroarea experimentală se reduce simțitor.

Astfel Th. Roemer (1930) arată că prin majorarea parcelei de la 25 la 250 m², abaterea standard a mediei aritmeticii exprimată în procente ($s_{\bar{x}}\%$), scade de la 10 la 5,6 (fig. 9.2 a).

Scanned with OKEN Scanner

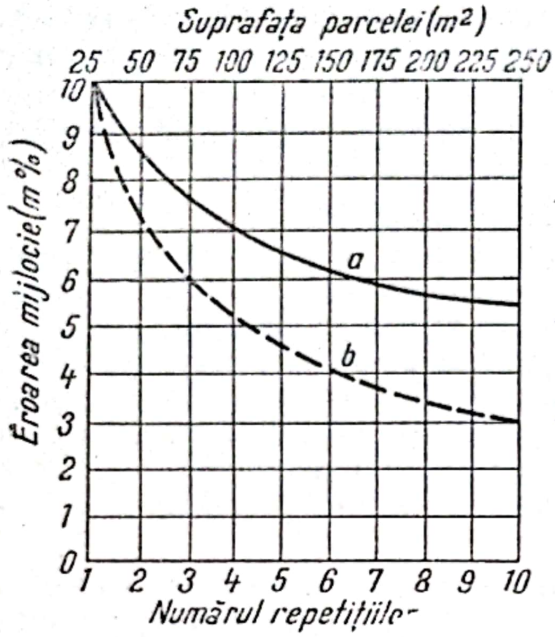


Fig. 9.2 — Influența mărimii parcelei și numărului de repetiții asupra exactității experienței (după Th. Roemer, modificat de P. G. Naidin, 1959)

——— = micșorarea erorii în raport cu sporirea suprafeței parcelei
- - - - - = micșorarea erorii în raport cu sporirea numărului de repetiții

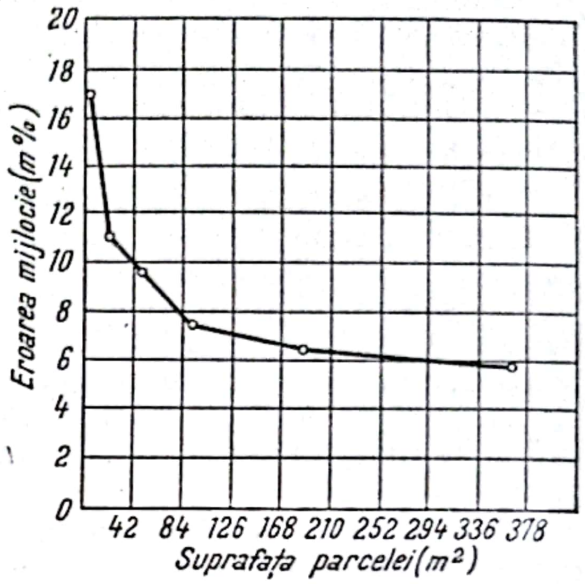


Fig. 9.3 — Influența mărimii parcelei asupra exactității experienței (după A. A. Cudriavțeva, 1949)

Cercetările executate de A. A. Cudriavțeva (1949) arată că mărirea parcelei de la 7 la 350 m² are drept consecință o reducere a abaterii standard a mediei aritmetice ($s_{\bar{x}}$ %) de la 17 la 5,7 (fig. 9.3).

R. Bielka și H. Rundfeld (citat după A. Mudra, 1958) prezintă date care ilustrează de asemenea scăderea erorii experimentale (varianța erorii) în funcție de mărirea parcelei.

Experiențele executate la legume, la Academia de Științe Agricole a Ucrainei confirmă influența pozitivă a mărimii parcelei asupra preciziei experienței (tabelul 9.1) (V. M. Marcov, citat din P. G. Naidin, 1959).

TABELUL 9.1: Micșorarea abaterii standard a mediei aritmetice exprimată în procente ($s_{\bar{x}}$ %) în funcție de mărimea parcelei și numărul de repetiții

Suprafața parcelei m²	Numărul de repetiții		
	3	4	5
15	9,3	8,1	7,3
30	4,1	3,6	3,1
45	3,2	2,7	2,5
60	2,5	2,0	1,9

Scanned with OKEN Scanner

Micșorarea erorii în raport cu sporirea suprafeței parcelei depinde însă în mare măsură de gradul de variabilitate a solului. Astfel pe solurile uniforme eroarea experimentală ($s\%$) scade incomparabil mai pronunțat, decît pe solurile neuniforme după cum se poate constata din următoarele date publicate de A. Mudra (1958) (tabelul 9.2).

TABELUL 9.2: Micșorarea erorii experimentale (s %) în funcție de mărimea parcelei pe soluri uniforme și neuniforme

Porumb pe soluri uniforme		Grîu pe soluri neuniforme	
Mărimea parcelei m²	Eroarea experimentală $s\%$	Mărimea parcelei m²	Eroarea experimentală $s\%$
1	19,6	1	30
2	17,7	2	28
4	15,2	4	27
8	9,8	6	26
10	7,5	8	25
12	6,3	10	25
16	3,8	12	24
20	2,9	16	23
25	2,3	25	22
33	1,8	32	22
50	1,3	48	22

Cercetările lui K. Isenbeck (1941), N. F. Derevițki (citat după P. G. Naidin, 1959), arată că eroarea se micșorează cu atît mai mult cu cît parcela se mărește în contul lungimii.

Reducerea erorii în urma majorării parcelelor se explică prin aceea că parcelele mari cuprind mai mult din neuniformitatea solului. Aceasta se întîmplă mai ales atunci cînd parcelele se măresc prin alungirea lor.

Micșorarea erorii în funcție de sporirea suprafeței parcelei nu este regulată. Pînă la suprafața de aproximativ 100 m² a parcelei eroarea scade pronunțat, apoi cu cît parcela se mărește cu atît eroarea scade mai puțin (J. Wishart — H. G. Sanders, 1959). Acest lucru se vede clar în graficele din fig. 9.2 și 9.3. Explicația rezidă în faptul că pe parcelele mai mari de 100 m² apare o eroare suplimentară datorită execuției mai puțin exacte a diverselor lucrări agrofitotehnice, eroare care micșorează sau chiar anihilează efectul favorabil al majorării parcelei.

Din punct de vedere statistic parcela experimentală trebuie să aibă o astfel de mărime încît proba formată din plantele de pe parcelă să reprezinte suficient de bine populația din care proba a fost extrasă. Cu alte cuvinte numărul plantelor trebuie să fie așa de mare încît valoarea medie și varianța producției plantelor individuale de pe parcelă să nu se deosebească semnificativ de valoarea medie și varianța plantelor individuale din cultura mare. Dacă nu se realizează acest număr minim de plante, apar diferențe individuale prea mari în dezvoltarea plantelor, care denaturează capacitatea reală de producție a

Scanned with OKEN Scanner

variantei examinate. Reiese de aici că mărimea minimă a parcelei experimentale este aceea care asigură plantelor condiții de viață asemănătoare cu cele din producție, deoarece numai în acest caz deosebirile individuale se nivelează iar diferența de producție dintre plantele de pe parcelă și cele din cultura mare ale uneia și aceleiași variante este nesemnificativă.

La începutul experiementării s-a lucrat cu parcele foarte mari (1000, 2500, 5000 m² și chiar mai mult) susținîndu-se că prin folosirea acestor parcele s-ar elimina influența datorită variației fertilității solului și toate lucrările agrotehnice s-ar executa în condiții identice cu cele din producție. Curînd s-a renunțat la parcelele prea mari, deoarece s-a constatat că eroarea experimentală nu se micșorează ci din contra crește iar cheltuielile de execuție a experienței sporesc considerabil. Afirmația că numai pe parcelele mari se pot aplica lucrări asemănătoare cu cele din cultura mare este numai în parte justă deoarece în prezent prin folosirea mașinilor și uneltelor perfecționate se creează în cîmpul de experiență condiții din ce în ce mai asemănătoare cu cele din producție.

În tehnica experimentală modernă se lucrează cu parcele mici pentru următoarele motive:

1) Există un alt mijloc mai eficace pentru a mări exactitatea experiențelor fără a mări suprafața parcelelor și anume înmulțirea numărului de repetiții. Cercetările arată că eroarea ce se obține prin folosirea unei singure parcele de 200 m² este practic egală cu eroarea ce se obține prin folosirea a 3 parcele a 25 m²) Th. Roemer, 1930).

2) Înlesnesc găsirea de porțiuni de teren mai uniforme pentru așezarea experienței, micșorînd astfel varianța erorii. La majoritatea metodelor de așezare a experiențelor nu se pot elimina în întregime erorile datorite variației solului. Cu cît parcelele sînt mai mari cu atît procentul de erori neeliminate crește. Aceste erori se adaugă la varianța erorii, micșorînd astfel semnificația rezultatelor experimentale.

3) Permit o economisire substanțială a terenului din cîmpul de experiență.

4) Necesită mai puține cheltuieli pentru executarea diferitelor lucrări (pregătirea terenului, semănatul, lucrările de întreținere, recoltatul).

5) Cer mai puțină sămînță, permițînd astfel examinarea mai devreme a liniilor noi și introducerea lor mai rapidă în producție.

În cele ce urmează dăm cîteva exemple de mărimi ale parcelelor experimentale folosite în alte țări.

În U.R.S.S. a fost fixată pentru experiențele cu plante de cîmp parcela de 100 m² în 4—6 repetiții. În ultimul timp se recomandă pentru experiențele riguroase parcela de 50 m² pentru plantele de cîmp care se seamănă în rînduri apropiate și 100—200 m² pentru prășitoare. Suprafața minimă a parcelei este de 20 m². Pentru experiențele în producție se recomandă parcela experimentală de 0,25—2,0 ha (P. G. Naidin, 1959; P. N. Konstantinov—Plotnikov, 1960). Pentru experiențele pe pășuni și fînețe se recomandă parcela de 25—50—100 m² N. S. Koniuşkov și I. P. Minina, citat din P. G. Naidin, 1959). Pentru experiențele cu legume, Institutul ucrainean pentru cultura legumelor și cartofului recomandă următoarele suprafețe recoltabile ale parcelei: ceapă și morcovi 35 m², sfeclă de masă 50 m², varză, tomate și castraveți 100 m², pepeni și dovlecei 150 m², dovleac 200 m²

(V. M. Markov, citat din P. G. Naidin 1959). Pentru experiențele cu pomi și arbuști fructiferi se recomandă: pomi fructiferi 10—20 pomi, arbuști fructiferi 20—40 tufe, școala de puieți 25—50 m², școala de altoi 60—120 pomi (N. D. Spirakovski, citat din P. G. Naidin, 1959).

În Republica Democrată Germană se folosesc parcele avînd următoarele suprafețe: cereale 10—20 m², minimum 5 m², leguminoase minimum 7 m²; rădăcinoase 15—20 m²; cartof 20—25 m² plante de nutreț 5—25 m²; prășitoare 80—100 plante (H. Rüther, 1958; K. F. Zimmermann, 1961).

În Anglia se lucrează cu parcele de 10—100 m². Totuși se consideră că suprafața optimă a parcelei experimentale este de 100 m² (J. Wishart—H. G. Sanders, 1959).

La **alegerea mărimii parcelei** trebuie să ținem seama de următorii factori:

1) *Gradul de variabilitate a fertilității solului.* După cum reiese din datele indicate în tabelul 9.2, pe solurile uniforme se recomandă să folosim parcele mai mari, deoarece eroarea scade pronunțat în funcție de mărimea parcelei, pe cînd pe solurile neuniforme trebuie să adoptăm parcele mici și într-un număr mai mare de repetiții, deoarece pe astfel de soluri influența mărimii parcelei asupra erorii este redusă.

2) *Felul plantei.* Plantele care se seamănă în rînduri apropiate (inul, trifoiul, lucerna, cerealele păioase) avînd o desime mai mare la unitatea de suprafață, necesită parcele mai mici decît cele care se seamănă în rînduri mijlociu depărtate (fasolea, soia, năutul, rapița, plantele aromatice etc.). Sfecla de zahăr avînd un număr mai mare de indivizi la m² se seamănă pe parcele mai mici decît floarea-soarelui și porumbul la care numărul de plante la m² este mai mic.

3) *Felul experienței.* La experiențele cu soiuri parcelele sînt mai mici, deoarece lucrările solului și cele de îngrijirea culturii se fac pe întreaga experiență. La experiențele cu lucrările solului, cu aplicarea mecanizată a îngrășămintelor, cu lucrările de întreținerea culturilor, cu încercarea diferitelor tipuri de mașini și unelte sînt necesare parcele mai mari, deoarece fiecare parcelă se lucrează separat.

4) *Omogenitatea materialului experimental.* La experiențele cu hibrizi dubli de porumb se pot folosi parcele mai mici decît la experiențele cu soiuri de porumb, deoarece hibrizii dubli sînt mult mai uniformi decît soiurile. La experiențele cu pomi se recomandă, din cauza neuniformității biologice a pomilor, parcele de 5—10 pomi recoltabili. În toate cazurile în care materialul experimental este neuniform din punct de vedere biologic, se recomandă să folosim parcele mai mari, pentru a micșora eroarea datorită individualității plantelor.

5) *Faza cercetării.* La numeroase probleme științifice cercetarea începe prin executarea experiențelor de orientare care se fac pe parcele mici, după care se trece la experiențele riguroase care se fac pe parcele mari și, în sfîrșit, la experiențele în producție care se efectuează pe parcele foarte mari (2—5 ha) și care reprezintă faza finală a cercetării.

Liniile din primele verigi ale procesului de ameliorare se examinează pe parcele mici, pe cînd cele din ultimele verigi pe parcele mari. Astfel, la grîu, liniile din F_5 se examinează pe parcele de 5—10 m², cele din F_6 pe parcele de 10—20 m², iar cele din F_7 și F_8 pe parcele de 20—50 m².

Scanned with OKEN Scanner

6) *Influența marginii, vecinilor și a golurilor.* La plantele care reacționează puternic la influența marginii, vecinilor și golurilor parcela trebuie să fie mai mare, pentru ca după înlăturarea plantelor care au suferit influența respectivă, să rămînă o suprafață recoltabilă, respectiv un număr de plante recoltabile suficient de mare, care să exprime capacitatea reală de producție a variantei.

În tabelul 9.3 prezentăm, cu titlu de orientare pentru condițiile din țara noastră, suprafața recoltabilă (în m²) respectiv numărul de plante recoltabile la experiențele riguroase cu soiuri, îngrășăminte, metode fitotehnice și metode de lucrare a solului.

TABELUL 9.3: **Mărimea parcelelor experimentale**

Planta	Experiențe cu:			
	Soiuri	Îngrășăminte		Metode fitotehnice, metode de lucrare a solului
		aplicate manual	aplicate mecanic	
1	2	3	4	5
Plante de cîmp				
Grîu, secară, orz, ovăz, orez, mei, mazăre, linte, măzăriche	20—40 m²	30—40 m²	40—100 m²	20—100 m²
Hrișcă, fasole, soia, năut, bobușor, lupin, rapiță, mac, muștar, susan, coriandru, chimion, fenicul, anison	25—50 m²	35—50 m²	50—100 m²	30—100 m²
Porumb	50—100 plante	50—100 plante	100—150 plante	50—150 plante
Sorg pentru sămînță	100—130 plante	120—140 plante	140—200 plante	100—200 plante
Alune de pămînt	200—225 cuiburi	225—250 cuiburi	320—600 cuiburi	200—650 cuiburi
Floarea-soarelui	100—120 plante	120—170 plante	160—300 plante	100—360 plante
Ricin	100—120 plante	120—140 plante	130—300 plante	100—320 plante
In, ierburi pentru fîn	10—20 m²	15—30 m²	40—70 m²	15—80 m²
Cînepă de fibre, iarbă de Sudan	25—40 m²	30—50 m²	40—100 m²	25—100 m²
Bumbac	150—200 plante	170—250 plante	400—450 plante	150—600 plante
Cartof, topinambur	100—200 cuiburi	120—150 cuiburi	150—280 cuiburi	100—300 cuiburi

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 9.3. (continuare)

Planta	Experienţe cu:			
	Soiuri	Ingrăşăminte: aplicate manual	Ingrăşăminte: aplicate mecanic	Metode fitotehnice, metode de lucrare a solului
1	2	3	4	5
Sfecla de zahăr, sfecla furajeră	150—200 plante	170—220 plante	400—600 plante	150—650 plante
Cicoare	20—30 m²	25—40 m²	40—80 m²	20—100 m²
Lucernă, trifoi, sparcetă, seradelă	20—30 m²	30—40 m²	40—80 m²	20—100 m²
Legume				
Rădăcinoase	15—30 m²	20—35 m²	40—70 m²	15—80 m²
Tuberoase	100—120 cuiburi	120—150 cuiburi	150—300 cuiburi	100—320 cuiburi
Bulboase	15—20 m²	20—25 m²	40—60 m²	15—70 m²
Verdeţuri	20—30 m²	25—40 m²	40—70 m²	20—100 m²
Vărzoase	80—100 plante	100—120 plante	120—150 plante	80—150 plante
Păstăioase	20—40 m²	25—40 m²	40—100 m²	20—100 m²
Solano-fructoase	70—130 plante	100—150 plante	150—200 plante	70—250 plante
Bostănoase	50—70 plante	60—80 plante	60—120 plante	50—130 plante
Plante aromatice şi condimentare	15—50 m²	20—50 m²	50—100 m²	20—100 m²
Pomi şi arbuşti fructiferi				
Pomi fructiferi	5—10 pomi	5—10 pomi	5—10 pomi	5—15 pomi
Arbuşti fructiferi	20—30 tufe	20—40 tufe	—	20—100 tufe
Şcoala de puieţi	20—40 m²	25—40 m²	40—100 m²	20—100 m²
Şcoala de altoi	50—100 pomi	60—120 pomi	60—120 pomi	50—150 pomi
Căpşuni	20—30 m²	25—40 m²	40—80 m²	20—80 m²
Viţa de vie				
	20—30 butuci	20—50 butuci	20—50 butuci	20—50 butuci

Scanned with OKEN Scanner

9.4. Numărul repetițiilor

Nici o experiență nu poate da rezultate concludente fără repetiții, oricît de mare ar fi parcela experimentală și oricît de corespunzătoare ar fi forma acesteia. Repetițiile constituie mijlocul cel mai eficace de a calcula diferitele abateri care afectează rezultatele experimentale (de exemplu abaterile datorite neuniformității solului, abaterile datorite cauzelor accidentale), de a separa aceste abateri de abaterile datorite variației factorului studiat, dîndu-ne astfel posibilitatea să facem o justă apreciere a diferențelor dintre variante.

Potrivit legii probabilității erorilor, eroarea mediei ($s_{\bar{x}}$) scade o dată cu sporirea numărului de repetiții potrivit formulei $\frac{s}{\sqrt{n}}$ în care s este abaterea standard iar n numărul de repetiții. Cu alte cuvinte eroarea se micșorează cu rădăcina patrată a numărului de repetiții.

Eroarea diferenței (s_d) scade de asemenea odată cu înmulțirea numărului de repetiții potrivit formulei:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}$$

în care s^2 este varianța erorii. Eroarea scade foarte puternic pînă la repetiția a 10-a, apoi din ce în ce mai puțin.

Micșorarea teoretică a erorii mediei ($s_{\bar{x}}$) și erorii diferenței (s_d) se verifică în practică în toate cazurile în care tehnica execuției experienței nu lasă cu nimic de dorit. În caz contrar eroarea nu scade proporțional cu rădăcina patrată a numărului de repetiții ci într-o măsură mai mică.

Cercetările lui Th. R o e m e r (1930) arată că prin înmulțirea numărului de repetiții eroarea experimentală ($m\%$) se reduce în măsură mai mare decît prin sporirea suprafeței parcelei (fig. 9.2). Aceleași cercetări arată că eroarea scade mai pronunțat pînă la repetiția a 6-a după care se micșorează din ce în ce mai puțin pe măsură ce numărul repetițiilor crește. Explicația este aceeași ca și în cazul majorării suprafeței parcelei și anume dificultatea de a executa în bune condiții diferitele lucrări agrotehnice atunci cînd suprafața experienței este prea mare, fapt care prilejuiește apariția unor erori suplimentare, care se adaugă la cele accidentale, cauzînd neconcordanța dintre valorile teoretice ale erorii și cele găsite experimental.

Alegerea numărului de repetiții este condiționată de următorii factori:

1) *Gradul de variabilitate a fertilității solului.* Cu cît solul este mai neuniform cu atît numărul de repetiții trebuie să fie mai mare. Mijlocul cel mai sigur pentru stabilirea numărului de repetiții în funcție de gradul de uniformitate a solului îl constituie „cultura de recunoaștere."

2) *Mărimea diferențelor dintre variante.* În cazul cînd se așteaptă diferențe mari de producție între variante, se vor folosi mai puține repetiții. Din contra în cazul diferențelor mici dintre variante, numărul repetițiilor trebuie să fie mai mare. Dacă diferențele probabile dintre variante sînt mai mici de 5%

este inutil să se experimenteze variantele respective. În general, cu cît se urmărește o exactitate mai mare în cercetare, cu atît numărul de repetiții trebuie să fie mai mare.

3) *Faza cercetării.* La experiențele de orientare sînt suficiente 2—3 repetiții, în timp ce la cele riguroase 5—6 repetiții.

4) *Uniformitatea biologică a materialului.* Cu cît materialul este mai neomogen cu atît numărul repetițiilor trebuie să fie mai mare, deoarece numai astfel se micșorează eroarea datorită diferențelor dintre indivizi.

5) *Numărul variantelor.* Cu cît numărul variantelor dintr-o experiență este mai mare, cu atît este mai greu să separăm erorile datorite neuniformității solului de cele accidentale. Un mijloc de a separa aceste erori și de a mări semnificația diferențelor este sporirea numărului de repetiții. Deci cu cît numărul variantelor crește cu atît trebuie să înmulțim numărul de repetiții. După cum vom vedea însă mai jos sporirea numărului de repetiții are o limită, care cu greu poate fi depășită.

6) *Posibilitățile tehnice de execuție a experienței.* Lipsa de teren, insuficiența forțelor de muncă, a îngrășămintelor, a seminței, limitează adesea atît mărimea parcelei cît și numărul de repetiții.

7) *Metoda de așezare a experienței.* La patratul latin unde se cere ca întreaga experiență să aibă forma patrată numărul repetițiilor trebuie să fie egal cu cel al variantelor. La dreptunghiurile latine de tipul $5 \times 5 \times 2$, $5 \times 5 \times 3$, $5 \times 5 \times 4$, numărul repetițiilor este 5, în timp ce la dreptunghiul latin de tipul $6 \times 6 \times 3$, este 6. La grilaje numărul de repetiții este condiționat de posibilitățile de balansare. În timp ce un grilaj balansat de tipul 5×5 este balansat cu 6 repetiții, un grilaj patrat de tipul 3×3 este balansat numai cu 3 repetiții.

Se pune întrebarea dacă putem stabili dinainte ce număr de repetiții trebuie să folosim în cazul fiecărei experiențe pentru a obține rezultate precise. La această întrebare se poate răspunde în general afirmativ.

Potrivit formulei

$$t = \frac{d}{s_d} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2s^2}{n}}}$$

există o strînsă legătură între diferența dintre valorile medii d, variabilitate (exprimată prin varianță s^2) și numărul de repetiții n. Din această formulă se poate deduce ușor numărul de repetiții pentru o anumită graniță de semnificație. Astfel avem

$$t^2 = \frac{d^2}{\frac{2s^2}{n}}$$

de unde

$$n = \frac{2s^2t^2}{d^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Numărul repetițiilor calculat cu ajutorul formulei de mai sus este însă exact numai dacă valorile estimative d și s^2 sînt identice cu valorile parametrilor δ și σ^2 ale populației statistice. Deoarece această condiție nu este îndeplinită, în practică se folosește o altă formulă pentru calculul lui n, apropiată de prima, propusă de W. G. Cochran și G. M. Cox (1957) și anume:

$$n \geqslant \frac{2s^2(t_1 + t_2)^2}{d^2}$$

în care t_1 reprezintă valoarea limită pentru un număr dat de grade de libertate și pentru probabilitatea de 5%, iar t_2 reprezintă valoarea limită pentru probabilitatea egală cu $2\ (P - p)\%$.

Exemplul 1.1. Să stabilim numărul de repetiții la o experiență cu 6 variante, așezată după metoda blocurilor. Diferențele dintre variante $d\%$, apreciate la cca. 20, trebuie dovedite cu o probabilitate de 5%. Coeficientul de variație $s\%$ este apreciat la 10. Să admitem că vrem să facem experiența în 4 repetiții. Probabilitatea ca numărul de repetiții obținut prin calcul să fie exact este de 90%.

Grade de libertate $= (n - 1)\ (v - 1) = 3 \cdot 5 = 15$. Căutînd în tabela t, găsim, în cazul numărului de grade de libertate egal cu 15 și a probabilității de 5% pentru t_1 valoarea 2,13. Valoarea pentru t_2 găsită în coloana probabilității egale cu $2(100-90) = 20\%$ este 1,34. Numărul de repetiții este:

$$n \geqslant \frac{2 \cdot 10^2 (2{,}13 + 1{,}34)^2}{20^2} = 6{,}02$$

Rezultă că numărul de repetiții, $n = 4$ este insuficient. Deoarece numărul de repetiții obținut prin calcul depășește 6, să repetăm calculul cu 7 repetiții.

$$l = (n - 1)\ (v - 1) = 6 \cdot 5 = 30$$

$$t_1 = 2{,}04$$

$$t_2 = 1{,}31$$

$$n \geqslant \frac{2 \cdot 10^2 (2{,}04 + 1{,}31)^2}{20^2} = 5{,}61$$

Reiese că numărul minim de repetiții trebuie să fie 6. Folosind 6 repetiții avem 90% șansa ca diferențele, egale sau mai mari de 20%, să fie semnificative, cu condiția ca coeficientul de variație să nu depășească 10%.

În tabelul 9.4 se indică numărul de repetiții necesar pentru a obține cu o probabilitate de 90%, diferențe semnificative, $d\%$, în cazul diferitelor mărimi ale coeficientului de variație, $s\%$.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 9.4: **Numărul de repetiții necesar pentru a obține o diferență semnificativă $d\%$, în cazul unui coeficient de variație $s\%$ (după A. Mudra)**

$s\%$	Diferența semnificativă $d\%$					
	5	10	15	20	25	30
2	4	2	2	2	2	2
4	15	4	2	2	2	2
6	31	9	4	3	2	2
8	55	14	7	4	3	2
10	86	22	11	6	4	4
12		31	15	9	6	4
14		42	19	11	8	6
16		55	25	15	10	7
18		69	31	18	12	9
20		85	38	22	15	11
25			61	34	22	16
30			85	50	31	22
40				85	55	39
50					85	60

Pentru a arăta modul de folosință a tabelului să luăm ca exemplu o experiență cu 5 linii de grîu de toamnă așezată după metoda blocurilor. Pentru ca liniile să fie promovate în producție este necesar ca sporul de producție să fie cel de puțin 15% Coeficientul de variație a solului se stabilește pentru fiecare solă în parte pe baza unei experiențe oarbe efectuată cu un an înainte în cadrul culturii de uniformizare. Să admitem că $s\%$ este 8. Numărul de repetiții necesar se găsește în coloana $d\% = 15$, în rîndul $s\% = 8$. Experiența trebuie executată în 7 repetiții pentru ca diferențele de 15% să fie semnificative.

Deși majorarea numărului de repetiții constituie mijlocul cel mai eficace și mai simplu pentru a mări exactitatea experienței, în practică nu putem folosi prea multe repetiții, deoarece experiențele devin prea costisitoare.

Numărul minim de repetiții este 3. În U.R.S.S. se folosesc 4 repetiții în cazul parcelelor de 50—100 m² și 6—8—10 repetiții în cazul parcelelor sub 50 m² (P. G. Naidin, 1959). În R.D.G. se folosesc 4—8 repetiții, cel mai frecvent 6 repetiții (H. Rüther, 1958).

Pentru condițiile din țara noastră recomandăm 5 repetiții la experiențele riguroase. În cazul cînd variabilitatea solului este mare este necesar să se folosească 6—7 repetiții la experiențele riguroase.

9.5. Forma blocului

Forma cea mai indicată a blocului este cea pătrată, deoarece terenul unui bloc este cu atît mai omogen, cu cît forma lui este mai apropiată de cea circulară.

Scanned with OKEN Scanner

Forma blocului este condiționată în mare măsură de metoda de așezare a experienței.

La metoda blocurilor, blocul trebuie să aibă pe cît posibil o formă pătrată, deoarece la această metodă erorile datorite variabilității solului din interiorul blocului nu pot fi eliminate prin calcul. La patratul și dreptunghiul latin, la care experiența are obișnuit forma unui patrat, blocul are formă dreptunghiulară. La metodele de așezare cu blocuri incomplete trebuie să facem distincție între forma blocului și forma repetiției. Astfel la grilaje forma blocului este patrată, dacă parcelele au forma dreptunghiulară, și dreptunghiulară dacă parcelele au forma pătrată. Forma repetiției în schimb este dreptunghiulară dacă parcelele au forma dreptunghiulară și pătrată dacă parcelele sînt de formă pătrată.

9.6. Distribuția variantelor

Una din caracteristicile noilor metode de experimentare este distribuția la întîmplare a variantelor în interiorul blocurilor. Distribuția accidentală a variantelor, denumită în terminologia statistică *randomizare*, avînd la bază legea distribuției normale a frecvențelor, este superioară distribuției sistematice care nu urmează această lege. Ea reprezintă un procedeu eficace de evitare a anumitor erori care apar inevitabil în cazul distribuției sistematice. Aceste erori se datoresc corelației dintre producțiile parcelelor vecine, corelație care este foarte strînsă în cazul parcelelor alăturate și care scade pe măsură ce parcelele sînt mai îndepărtate. În cazul distribuției accidentale această corelație nu apare, deoarece fiecare variantă se învecinează în fiecare bloc tot cu alte variante spre deosebire de distribuția sistematică unde raporturile de vecinătate dintre variante sînt aceleași în toate blocurile. În felul acesta se înlătură o sursă importantă de erori, rămînînd ca celelalte categorii de erori care grevează rezultatele experimentale să fie înlăturate prin metoda analizei variației.

Distribuția accidentală a variantelor într-o experiență se obține cu ajutorul tabelelor de permutări randomizate ale numerelor (tabele cu numere întîmplătoare). O astfel de tabelă este tabela XIII din anexă care cuprinde 1 000 permutări ale numerelor 1—10. Permutările sînt dispuse vertical una lîngă alta în grupuri de cîte 25. În locul lui 10 este 0. Pentru randomizarea unei experiențe cu 10 variante în 5 repetiții se iau din tabelă 5 permutări de preferință din grupuri diferite. În cazul experiențelor cu mai puțin de 10 variante renunțăm la numerele supranumerare din fiecare permutare. În cazul experiențelor cu un număr de variante mai mare de 10 folosim 2, 3 sau mai multe permutări, adăugînd 10 la numerele din permutarea a 2-a,20 la numerele din permutarea a 3-a etc. Dacă numărul de variante nu e divizibil cu 10 renunțăm la numerele supranumerare din ultima permutare. La alegerea permutărilor trebuie să fim atenți ca parcelele repetiții ale aceleiași variante să nu se atingă la capete sau la colțuri, ci să fie cît mai depărtate una de alta.

Scanned with OKEN Scanner

La metodele de așezare cu blocuri complete se randomizează fiecare bloc în parte. Pentru a ușura prezentarea experiențelor cu ocazia vizitelor, unii experimentatori renunță la randomizarea primei repetiții. Totuși, ținînd seama că distribuția sistematică ar putea apare potrivit legilor probabilității numai o singură dată la un număr foarte mare de cazuri, este recomandabil să se randomizeze și primul bloc.

La așezările cu blocuri incomplete se pleacă de la un plan de bază în care variantele sînt distribuite sistematic, apoi se randomizează separat coloanele între ele, apoi blocurile între ele.

Randomizarea trebuie să se facă pentru fiecare experiență în parte. La una și aceeași experiență se menține aceeași randomizare atît la repetarea experienței în mai multe localități cît și la repetarea ei în mai mulți ani.

Randomizarea este în prezent acceptată de toți experimentatorii. Totuși în ceea ce privește felul randomizării părerile sînt împărțite. Astfel, W. U. B e h r e n s (1956) susține că distribuția variantelor nu trebuie să fie absolut întîmplătoare. El arată că rezultatele experimentale sînt cu atît mai precise cu cît variantele sînt mai bine repartizate pe suprafața experienței. Pentru estimarea repartiției B e h r e n s folosește trei criterii; coeficientul de răspîndire (lungimea liniilor care leagă parcelele repetiții ale variantelor din experiență), numărul atingerilor la colțuri ale parcelelor repetiții și depărtarea medie dintre variante. Pornind de la aceste trei criterii autorul a experimentat mai multe feluri de distribuții la metoda blocurilor și la pătratul latin ajungînd la concluzia că cea mai bună repartizare a variantelor pe suprafața experimentală nu se realizează nici prin distribuția sistematică și nici prin cea accidentală ci prin distribuția accidentală „dirijată" cum o numește el însuși. Bazat pe aceste rezultate B e h r e n s a întocmit o serie de planuri cu distribuția accidentală „dirijată" care respectă principiul ca parcelele repetiții să nu se atingă la colțuri, ci să fie cît mai depărtate una de alta.

Distribuția întîmplătoare „dirijată" prezintă avantaje numai dacă se lucrează cu parcele de formă pătrată sau aproape pătrată. În cazul parcelelor dreptunghiulare, care sînt cele mai utilizate în experiențe, precizia este aceeași, indiferent dacă se folosește distribuția accidentală sau distribuția accidentală „dirijată".

9.7. Forma experienței

Ținînd seama că uniformitatea unui teren este cu atît mai mare cu cît forma acestuia se apropie de cea a unui cerc, reiese că forma cea mai indicată a experienței este cea pătrată.

Prin folosirea formei pătrate se micșorează eroarea experimentală, mai ales pe terenurile a căror neuniformitate este mai pronunțată.

La pătratul latin și la dreptunghiul latin experiența are de regulă forma pătrată. La metoda blocurilor și la grilaje printr-o aranjare corespunzătoare a repetițiilor se poate realiza o formă apropiată de cea pătrată.

Scanned with OKEN Scanner

9.8. Mărimea experienței

Sporirea numărului de variante dintr-o experiență în care menținem constante forma parcelei, mărimea parcelei și numărul de repetiții, are o influență însemnată asupra exactității rezultatelor experimentale. Cu cît numărul de variante crește cu atît parcelele repetiții se îndepărtează unele de altele, ceea ce are drept urmare o oscilație mai mare a producției acestora și o creștere a erorii standard (s).

Modul cum crește coeficientul de variație ($s\%$) în funcție de înmulțirea numărului de variante din experiență este arătat în tabelul 9.5 (după Naidin, 1959).

TABELUL 9.5: Creșterea coeficientului de variație ($s\%$) în funcție de numărul variantelor (v)

La cartofi		La sfecla de zahăr	
v	$s\%$	v	$s\%$
2	3,91	2	2,67
3	4,03	3	3,23
4	4,51	4	3,70
5	4,39	6	3,73
8	6,02	9	4,02
12	6,79	12	4,15
16	6,27	18	4,31
24	6,66	27	4,57
32	7,86	36	4,36
48	11,73	54	4,88
96	14,14	108	6,08

În afară de aceasta, înmulțirea numărului de variante îngreunează foarte mult separarea erorilor sistematice datorite variabilității solului, de cele accidentale. Din această cauză crește atît varianța erorii (s_E^2) cît și eroarea standard a diferenței (s_d), ceea ce face ca diferențele dintre variante să fie mai puțin semnificative.

Din considerentele de mai sus nu putem introduce într-o experiență decît un anumit număr de variante. La metoda blocurilor randomizate, unde erorile datorite neuniformității solului din interiorul blocurilor nu pot fi eliminate prin calcul, numărul variantelor nu trebuie să treacă de 10. La dreptunghiul latin, unde avem posibilitatea să îndepărtăm influențele solului din interiorul blocurilor cît și dintre blocuri, numărul poate fi sporit pînă la 25.

În procesul ameliorării plantelor sîntem adesea nevoiți să experimentăm un număr mare de variante într-o singură experiență. În acest caz pentru a nu micșora precizia experienței recurgem la anumite metode de așezare, numite metode cu blocuri incomplete, care permit eliminarea erorilor sistematice aproape cu aceeași exactitate ca și metodele cu blocuri complete. Cu ajutorul acestor metode se pot examina pînă la 169 variante într-o experiență.

Scanned with OKEN Scanner

9.9. Problema martorului.

Există mai multe modalități de comparație a variantelor dintr-o experiență.

1) *Comparația cu varianta raionată.* Această variantă trebuie să fie cît mai productivă și cît mai puțin influențată de condițiile nefavorabile ale mediului. Astfel, la experiențele cu soiuri sau hibrizi, se folosește ca martor soiul sau hibridul raionat. La experiențele cu metode fitotehnice, martorul este planta premergătoare, epoca de semănat spațiul de nutriție etc. dovedite cele mai bune prin experiențele anterioare și introduse în practica agricolă din regiune. La experiențele privind lucrările solului se ia ca variantă martor epoca de arat, adîncimea arăturii etc. raionate în regiune. La experiențele cu îngrășăminte este indicat să se folosească doi martori : combinația de îngrășăminte raionată, și varianta fără îngrășămînt. Cînd se studiază forme noi de îngrășăminte, se ia ca martor forma veche cea răspîndită în practică și mai productivă.

2) *Comparația cu media variantelor din experiență* (media experienței). Se stabilește care variante depășesc semnificativ, care sînt egale și care sînt semnificativ inferioare mediei experienței. Avantajul acestui procedeu constă în aceea că media experienței este mai puțin influențată de condițiile ecologice mai ales în cazul executării experienței în mai multe localități și în mai mulți ani. Un dezavantaj al acestei metode — care iese în evidență mai ales atunci cînd se încearcă un număr mic de variante — este acela că media experienței este influențată de variante care prezintă abateri pozitive sau negative marcante față de medie.

3) *Comparația cu varianta cea mai bună din experiență.* Variantele se compară cu varianta cea mai valoroasă stabilindu-se care variante dau minusuri de producție semnificative. În cazul seriilor de experiențe procedeul acesta poate să nu dea rezultate pozitive deoarece varianta fruntașă se poate schimba de la o experiență la alta.

4) *Comparația variantelor între ele.* Fiecare variantă se compară cu fiecare din celelalte variante. La un număr v de variante sînt posibile $\frac{1}{2}v(v-1)$ comparații.

Dintre procedeele de comparație menționate mai sus cel mai corect este procedeul comparației cu varianta raionată, care este larg răspîndită în practica agricolă a regiunii, deoarece sarcina cercetării științifice este de a înlocui vechile metode cu metode mai perfecționate. Această modalitate de comparație este de fapt cea mai utilizată în tehnica experimentală.

În ultimul timp a căpătat o răspîndire destul de largă și metoda comparației cu media experienței. Dacă încercăm un număr mare de variante și luăm măsuri de a nu introduce în experiență variante fără perspectivă, procedeul acesta dă bune rezultate.

Metoda comparației cu cea mai valoroasă variantă din experiență dă rezultate bune numai dacă varianta respectivă este constantă în producție și are perspective evidente de a fi promovată în producție.

Metoda comparației variantelor între ele are o utilizare limitată.

Scanned with OKEN Scanner

9.10. Influența marginii.

Influența pe care o exercită cărările separatoare și drumurile, prin spațiul lor, asupra plantelor de la marginile parcelei experimentale se numește influența marginii. Plantele din vecinătatea cărărilor separatoare și a drumurilor, dispunînd de mai multă lumină, mai multă umiditate în sol și mai multă hrană cresc și se dezvoltă mai puternic dînd producții mai ridicate de cît cele din interiorul parcelei.

Astfel din cercetările efectuate de Gh. A n g h e l (1940) la grîul de toamnă rezultă că rîndurile marginale dau un spor de producție de 2,9%—100% față de media rîndurilor interioare. La orzoaică sporul de producție este de 16,2%—46,2%. Aceleași cercetări arată că influența spațiului liber se exercită și asupra rîndurilor al 2-lea și al 3-lea, dar această influență este incomparabil mai mică decît cea asupra primului rînd.

Diferitele specii de plante agricole reacționează diferit la spațiul liber dintre parcele. Speciile care reacționează puternic la acțiunea factorilor ecologici și agrotehnici, reacționează pronunțat și la influența marginii. Astfel cînepa, care este înzestrată cu o mare plasticitate ecologică, exploatează intens spațiul liber dintre parcele, în timp ce inul, ca urmare a plasticității sale reduse, îl exploatează într-o măsură mult mai mică.

Diferențe vizibile există în această privință și între soiuri. Astfel la grîul de toamnă surplusul de producție al rîndurilor marginale este la unele soiuri de 3—15% iar la altele de 80—100%. (Gh. A n g h e l, 1940). Rezultă de aci că clasificarea soiurilor după producție diferă după cum recoltarea s-a făcut cu sau fără rîndurile marginale. Dacă recoltăm parcelele experimentale fără să înlăturăm rîndurile marginale, obținem producții mai mari decît în realitate. De aceea pentru a obține „producții reale" este necesar să îndepărtăm plantele de la marginile laterale și frontale ale parcelei.

Influența marginii este cu atît mai pronunțată cu cît cărările separatoare sînt mai largi și cu cît soiul exploatează mai intens spațiul liber.

Influența marginii cuprinde o suprafață cu atît mai mare cu cît parcela este mai lungă și mai îngustă. Astfel la parcelele de 100 m² și la distanța de 20 cm între rînduri, influența spațiului liber la diferite forme de parcele cuprinde (Th. R o e m e r, 1930):

Forma parcelei	10 × 10 m	5 × 20 m	4 × 25 m	5 × 20 m
Periferia parcelei, m	40	50	58	104
Suprafața ocupată de rîndul marginal, m²	8	10	11,6	20,8
Influența marginii față de parcela patrată, %	100	125	145	260

Raportată la mărimea parcelei, suprafața afectată de influența marginii scade pe măsură ce parcela se mărește:

Dimensiunile parcelei, m		1 × 1	2 × 2	5 × 5	10 × 10
Suprafața parcelei, m².		1	4	25	100
Suprafața afectată de influența marginii, în cazul distanței dintre rînduri de 20 cm	m²	0,36	0,76	1,96	3,96
	%	36	19	7,85	3,96

La parcelele mai mari de 100 m² influența marginii poate fi neglijată.

Pentru îndepărtarea influenței marginii se fac următoarele eliminări:

1) *De la marginile laterale.* La experiențele cu soiuri de cereale păioase, mazăre, linte, in, cînepă, trifoi, lucernă, măzăriche și alte plante care se seamănă în rînduri apropiate, se elimină cîte 1 rînd de la fiecare margine.

La experiențele cu îngrășăminte, metode de lucrare a solului, irigații etc., la plantele de mai sus, se elimină cîte 4—8 rînduri de la fiecare margine.

La experiențele cu soiuri de fasole, soia, năut, bob, rapiță, mac, muștar, alune de pămînt, plante aromatice și alte plante care se seamănă în rînduri distanțate, precum și la toate experiențele cu soiuri de plante prășitoare, neexistînd cărări separatoare, nu există nici influența marginii. Aici intervine influența vecinilor, despre care vom vorbi mai jos.

La experiențele cu îngrășăminte și metode culturale la plantele care se seamănă în rînduri distanțate și la prășitoare se vor respecta normele privitoare la îndepărtarea influenței vecinilor.

2) *De la marginile frontale.* Se elimină la toate categoriile de experiențe exceptînd cele cu plante prășitoare, o fișie lată de 1 m de la fiecare capăt al parcelei. La experiențele cu plante prășitoare vom ține seama de intervalul dintre plante pe rînd. La prășitoarele la care intervalul dintre plante este mare (porumbul, floarea-soarelui, cartofii etc.) se elimină cîte 2 plante (cuiburi) de la capătul fiecărui rînd. La prășitoarele la care intervalul dintre plante pe rînd este mic (sfecla de zahăr, etc.), se elimină cîte 5 plante de la capătul fiecărui rînd.

Îndepărtarea rîndurilor exterioare ale parcelelor și a fîșiilor de la capetele parcelelor se face cu 1—2 zile înainte de recoltă. Fîșiile de la capete se delimitează primăvara cînd plantele sînt încă mici, cu ajutorul unei sîrme care se întinde de la un capăt la altul al experienței și care rămîne pe cîmp pînă la recoltare. În lipsă de sîrmă fîșiile se delimitează printr-un șănțuleț îngust.

9.11. Influența vecinilor

La experiențele la care nu există cărări între parcelele experimentale, variantele vecine se pot influența reciproc. Astfel dacă într-o experiență cu soiuri încercăm soiuri care se deosebesc mult în ceea ce privește capacitatea de a extrage substanțele fertilizante din sol, perioada de vegetație, înălțimea etc. se constată că rîndurile lor marginale dau producții deosebite față de cele interioare. Uneori influența se resimte și asupra rîndului al 2-lea și chiar al 3-lea ca și în cazul influenței marginei.

Influența vecinilor este mai pronunțată la experiențele cu îngrășăminte, la experiențele cu norme și regim diferit de irigație, deoarece bogăția mai mare în soluții nutritive a unei parcele poate fi ușor exploatată de către parcelele vecine, fie prin aceea că sistemul radicular se întinde pînă la parcelele vecine, fie prin aceea că soluțiile nutritive circulă de la o parcelă la alta.

Influența vecinilor este puternică și la experiențele cu metode de lucrare a solului, epoci de semănat, cantități de sămînță etc.

Scanned with OKEN Scanner

Cu cît deosebirile dintre variante sînt mai mari și cu cît distanța dintre rînduri este mai mică cu atît se resimte mai puternic influența vecinilor.

Ca și în cazul influenței marginii, influența vecinilor afectează o suprafață cu atît mai mare cu cît parcela este mai lungă și mai îngustă.

Influența vecinilor s-a observat la grîu, orz, ovăz, secară, porumb, fasole, mazăre, floarea-soarelui, in, cînepă, cartofi etc. La sfeclă influența vecinilor apare atunci cînd rîndurile sînt prea apropiate și deosebirile dintre soiuri în ceea ce privește tipul de creștere sînt prea mari.

Pentru îndepărtarea influenței vecinilor se vor face următoarele eliminări:

La experiențele cu soiuri și metode fitotehnice (epoci de semănat, cantități de sămînță etc.) la fasole, soia, năut, alune de pămînt, mac, rapiță, plante aromatice, floarea-soarelui, cartofi se elimină cîte un rînd de la fiecare margine laterală; la porumb, distanța dintre rînduri fiind mare, nu se fac eliminări. La experiențele cu îngrășăminte, metode de lucrare a solului, irigații etc., la fasole, soia, năut, rapiță, mac, muștar plante aromatice, floarea-soarelui și cartofi se elimină cîte 2 rînduri de la fiecare margine laterală; la porumb distanța dintre rînduri fiind mare, se elimină 1 rînd.

La experiențele cu soiuri și metode fitotehnice la plantele care se seamănă în rînduri apropiate (cereale păioase, mazăre etc.) se elimină 1 rînd, iar la experiențele cu îngrășăminte, metode de lucrare a solului, irigații etc., la aceleași plante se elimină cîte 4—8 rînduri.

Eliminările se fac cu 1—2 zile înainte de recoltă.

La legume se vor respecta aceleași norme în ceea ce privește înlăturarea influenței marginii și vecinilor ca și la plantele de cîmp.

La pomi și arbuști fructiferi se va elimina cîte 1 rînd de la fiecare margine.

9.12. Influența golurilor

Adesea pe parcelele experimentale apar goluri. Golurile sînt frecvente la plantele care se cultivă la distanțe mari (prășitoare), dar se întîlnesc și la plantele care se seamănă în rînduri apropiate (cereale etc.).

La prășitoare, prin gol, se înțelege locul unde lipsește o plantă sau locul unde planta s-a dezvoltat foarte slab. În cazul variantelor cu mai multe plante în cuib se consideră goluri și cuiburile care au cu 1 plantă mai puțin.

La plantele care se seamănă în rînduri apropiate se poate vorbi de goluri atunci cînd lipsesc mai multe plante învecinate.

Golurile pot fi produse de cauze diferite dintre care citățm: folosirea mașinilor de semănat defectuoase, folosirea unei semințe cu o putere de străbatere sub standard, semănatul în teren bulgăros, atacul de ciori, rozătoare, insecte, boli criptogamice, condițiile nefavorabile de iernare, seceta, excesul de umiditate, insuficienta atenție la semănat și la executarea lucrărilor de întreținere etc.

Frecvența golurilor variază de la o specie de plante la alta: la grîul de toamnă se întîlnesc mai multe goluri decît la grîul de primăvară, la sfecla

de zahăr mai multe goluri decît la cartofi, la porumb mai multe decît la floarea-soarelui.

Se întîlnesc două categorii de goluri pe parcelele experimentale: goluri sistematice și goluri accidentale. Primele apar la anumite variante în toate repetițiile și se datoresc sensibilității variantelor respective (de ex. a soiurilor) la acțiunea gerului sau a atacului de boli. Influența golurilor sistematice nu trebuie eliminată, deoarece apariția acestor goluri reflectă o însușire negativă a variantei respective de care va trebui să ținem seama la recomandarea ei în producție. Golurile accidentale apar neregulat în diferite repetiții ale aceleiași variante și se datoresc unor cauze întîmplătoare de exemplu atacului inegal de ciori, greșelilor de semănat etc. Influența golurilor accidentale trebuie îndepărtată. În cazul cînd această influență nu se înlătură se obțin producții nereale și anume:

— la prășitoare se obțin producții mai mari la parcelă deoarece producția fiecărei parcele se determină plecînd de la producția medie a unei plante, ori plantele vecine golurilor dispunînd de mai multă lumină, mai multă umiditate și mai multă hrană cresc și se dezvoltă mai puternic;

— la plantele care se seamănă în rînduri apropiate, din contra, se obțin producții mai mici la parcelă, deoarece calculul producției se face la unitatea de suprafață, ori cu cît parcela are mai multe goluri cu atît producția scade.

Plantele se dezvoltă cu atît mai puternic cu cît se învecinează cu mai multe goluri după cum indică datele din tabelul 9.6 obținute la sfecla de zahăr Th. Roemer, 1930).

TABELUL 9.6: **Influența golurilor la sfecla de zahăr**

Distanța (cm)	Greutatea unei rădăcini (g)		
	Plantă normală	Plantă vecină cu 1 gol	Plantă vecină cu 2 goluri
36,5 × 25	367	416	458
36,5 × 30	442	511	551
36,5 × 40	513	552	616
36,5 × 50	561	629	688

Diferitele specii de plante agricole reacționează diferit la goluri. Astfel cînepa reacționează foarte puternic în timp ce porumbul reacționează mai slab. Soiurile exploatează de asemenea în mod diferit golurile. Deosebiri mari există în această privință între soiurile de cartofi.

Pentru a evita influența negativă a golurilor asupra rezultatelor experimentale trebuie să folosim o sămînță cu o ridicată valoare culturală, tratată cu fungicide și insecticide și să luăm toate măsurile pentru executarea în bune condiții a semănatului și lucrărilor de întreținere.

Dacă totuși prin luarea acestor măsuri nu am reușit să obținem parcele fără goluri vom proceda în felul următor:

1) *La plantele prășitoare.* Parcelele care au pînă la 4% goluri inclusiv, se vor recolta fără a lua în considerare influența golurilor.

Scanned with OKEN Scanner

Parcelele care au peste 10% goluri se elimină.

La parcelele care au 5—10% goluri inclusiv, influența golurilor se îndepărtează, fie prin aplicarea metodei Roemer, fie prin folosirea metodei „corecției". În primul caz se elimină plantele vecine golurilor, lăsîndu-se numai „plantele normale", adică acelea care în întreaga perioadă de vegetație au fost înconjurate de alte plante. Prin plante vecine golurilor se înțeleg plantele de pe același rînd cu golul cît și plantele de pe rîndurile vecine. În cazul cînd distanța dintre rînduri e mare nu se fac eliminări de pe rîndurile vecine (de exemplu la porumb). Din numărul și greutatea plantelor normale se calculează producția medie a unei plante, care se înmulțește cu numărul total de plante al unei parcele — considerînd că parcela nu are nici un gol și că nu am eliminat rîndurile marginale — aflîndu-se „producția reală" a parcelei. În cazul metodei „corecției" se folosesc diferite formule pentru corectarea producției. O astfel de formulă este cea a lui Henrichs.

$$Pc = Pe \cdot \frac{Np + \frac{Ng}{2}}{Np}$$

în care:

Pc = producția corectată
Pe = producția efectiv cîntărită
Np = numărul de plante cîntărite
Ng = numărul golurilor

De exemplu, de pe parcela 15 *b* dintr-o experiență cu hibrizi dubli de porumb așezată după metoda grilajului patrat, s-a obținut 20 kg boabe (Pe); numărul plantelor recoltate (Np) a fost 92 iar numărul golurilor (Ng) 8.

$$Pc = 20 \cdot \frac{92 + \frac{8}{2}}{92} = 20{,}87 \text{ kg}$$

Dintre cele două metode cea mai corectă este metoda Roemer. Această metodă prezintă însă dezavantajul că cere mai multă muncă în cîmp. Metoda „corecției" este mai expeditivă, dar mai puțin precisă. Alegerea unei sau altei metode depinde de numărul experiențelor și posibilităților de lucru ale laboratoarelor.

2) *La plantele care se seamănă în rînduri apropiate* (cereale păioase etc.). Parcelele care au pînă la 10% goluri inclusiv, se recoltează fără a se lua în considerare influența golurilor, deoarece se consideră că printr-o înfrățire mai puternică, respectiv printr-o dezvoltare mai mare a tulpinii, prin sporirea numărului și greutății boabelor se compensează pierderile de recoltă provocate de plantele lipsă.

Parcelele care au peste 10% goluri se elimină.

Scanned with OKEN Scanner

Dintre metodele moderne de eliminare a influenței golurilor la prășitoare menționăm analiza covarianței care față de metodele arătate mai sus prezintă următoarele avantaje: a) permite și valorificarea experiențelor care au un procent de goluri mai mare de 10; b) este mai precisă; c) este mai rapidă (vezi secțiunea 7.3).

9.13. Durata experiențelor

Pentru a putea recomanda un tratament într-o localitate oarecare este necesar ca experiența cu tratamentul respectiv să fi fost executată cel puțin 3 ani normali în această localitate. Dacă condițiile climaterice din cei 3 ani nu prezintă variații semnificative de la un an la altul, este util ca experiența să dureze încă 1—2 ani normali. Experiențele din anii anormali, de exemplu, anii excesiv de umezi sau excesiv de secetoși, nu pot fi luate în considerare, deoarece probabilitatea apariției acestor ani este foarte redusă.

În cazul cînd se încearcă unele tratamente care sînt mai puțin influențate de factorii ecologici, de exemplu preparate insectofungicide, ne putem mulțumi cu 1—2 ani de experimentare cu condiția ca experiențele să se execute în mai multe localități cu condiții ecologice diferite.

Obligativitatea executării experiențelor minimum 3 ani normali este valabilă și pentru grupele (seriile) de experiențe, adică pentru acele experiențe care se fac într-o rețea largă de centre experimentale, rețea care îmbracă variații în spațiu și în timp a condițiilor ecologice.

CAPITOLUL 10

Metode de așezare a experiențelor

10.1. Metode de așezare cu distribuție sistematică a variantelor

Dintre metodele de așezare cu distribuție sistematică a variantelor menționăm: metoda liniară pe un rînd (metoda Mitscherlich, metoda Lindhard), metoda liniară pe mai multe rînduri, metoda standard, așezarea patratică (metoda Kristensen, metoda Knut Vik), așezarea în fîșii (metoda Zade),

Scanned with OKEN Scanner

metoda perechilor (Konstantinov) etc. Dintre acestea se mai practică sporadic metoda Lindhard, așezarea în fîșii și metoda perechilor. Metoda Lindhard este singura metodă care permite aplicarea analizei variației la calculul rezultatelor experimentale. Unii cercetători folosesc *AV* și la metoda Mitscherlich, la așezarea liniară pe mai multe rînduri și la așezarea patratică. Utilizarea *AV* fără randomizarea variantelor este contraindicată. Metoda standard, așezarea în fîșii și metoda perechilor nu permit aplicarea *AV*. Experiențele executate după aceste din urmă metode se calculează prin metode speciale.

Obiecția principală ce se aduce tuturor metodelor menționate mai sus e că nu permit eliminarea erorilor sistematice decît parțial. În cercetarea științifică modernă metodele respective nu se mai folosesc, fiind înlocuite cu metodele de distribuție randomizată a variantelor, care utilizează ca instrument de calcul analiza variației.

10.2. Metode de așezare cu distribuție accidentală a variantelor

10.2.1. Metode de așezare a experiențelor monofactoriale

10.2.1.1. *Metode de așezare cu blocuri complete*

10.2.1.1.1. Metoda blocurilor

Metoda blocurilor a fost preconizată de R. A. Fisher. Este metoda cea mai simplă de așezare care permite eliminarea erorilor sistematice datorite neuniformității solului sau altor cauze. Variantele se grupează în blocuri în așa fel încît fiecare bloc să includă toate variantele. Blocul este deci identic cu repetiția. Mărimea blocurilor variază în funcție de gradul de omogenitate a solului. Blocurile mari includ mai multe neomogenități ale solului decît cele mici; în consecință și eroarea este mai mare pe blocurile mari decît pe cele mici. Experiențele cu parcele oarbe arată că eliminarea erorilor prin aplicarea calculului de compensare este cu atît mai completă cu cît suprafața blocului este mai mică. Ținînd seama de gradul de uniformitate a terenului din cîmpurile experimentale din țara noastră opinăm ca numărul de variante dintr-un bloc să nu depășească 10. În cazul cînd terenul este foarte uniform se pot introduce într-un bloc pînă la 15 variante.

Forma blocului trebuie să fie pe cît posibil patratică. În cazul parcelelor lungi și înguste forma patratică a blocului se obține respectînd regula ca lungimea parcelelor să fie egală cu lățimea parcelei înmulțită cu numărul lor (fig. 10.1 *a*). În cazul parcelelor patrate blocul va avea forma patrată dacă parcelele vor fi așezate ca în fig. 10.1 *b*.

Numărul blocurilor variază de la 3 la 7, fiind mai mic pe terenurile uniforme și mai mare pe cele mai puțin uniforme.

Blocurile pot fi așezate cap în cap (fig. 10.2 *A*), liniar pe un rînd (fig. 10.2 *B*), linia pe 2—3 rînduri (fig. 10.2 *C*) sau dispersat (fig. 10.2 *D*). Alegerea unei

Scanned with OKEN Scanner

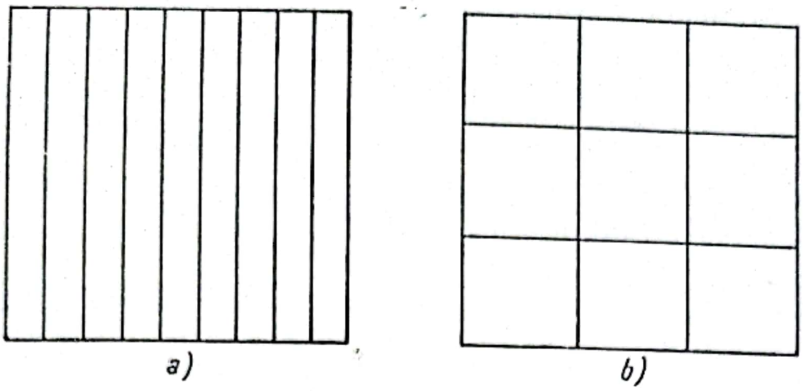


Fig. 10.1 — Aranjarea a 9 parcele de aceiași mărime într-un bloc.

a = parcele lungi și înguste, *b* = parcele patrate

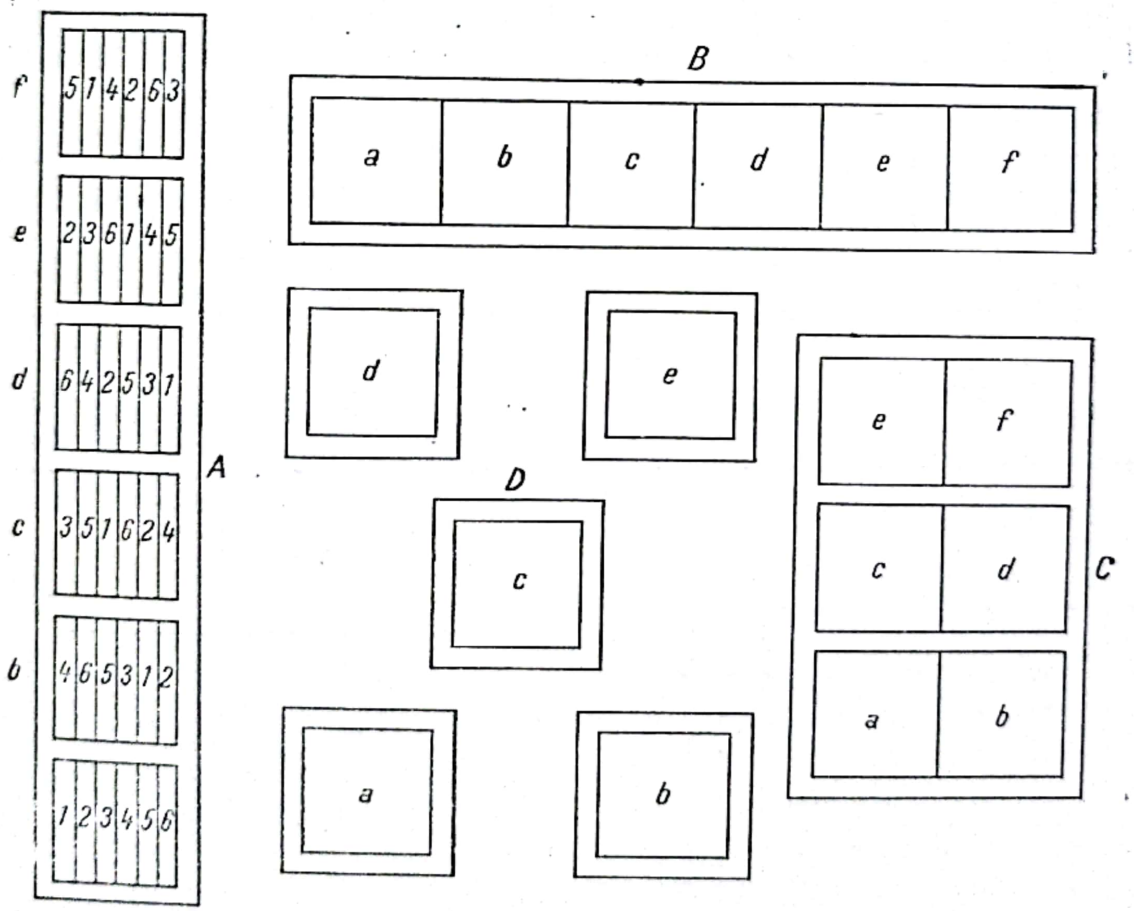


Fig. 10.2 — Metoda blocurilor. Posibilități de așezare a blocurilor în cazul unei experiențe cu 6 variante în 6 repetiții.

A = blocuri așezate cap în cap; *B* = blocuri așezate liniar pe un rînd; *C* = blocuri așezate liniar pe 3 rînduri; *D* = blocuri așezate dispersat (după A. Mudra, 1958, modificat)

Scanned with OKEN Scanner

posibilități de așezare sau a alteia este dictată de omogenitatea solului sau de forma terenului disponibil. Metoda cu blocurile dispersate se folosește numai pe terenurile care prezintă neuniformități evidente, intercalate cu porțiuni mai omogene ; în acest caz blocurile se plasează pe porțiunile de teren mai uniforme.

Repartiția variantelor în interiorul blocurilor este accidentală. Ea se poate face cu ajutorul tabelei XIII din anexă. Modul de folosire a tabelei a fost arătat în secțiunea 9.6.

În privința distribuției randomizate, metoda blocurilor prezintă 3 variante și anume :

— Varianta 1 : toate blocurile sînt randomizate

— Varianta a 2-a : toate blocurile sînt randomizate exceptînd primul bloc în care distribuția variantelor este sistematică.

— Varianta a 3-a : toate blocurile sînt dirijate randomizate în afară de primul în care distribuția variantelor este sistematică. După cum am arătat în secțiunea 9.6, randomizarea dirijată, preconizată de W. U. Behrens (1956) respectă principiul ca parcelele repetiții să nu se atingă la colțuri ci să fie cît mai depărtate una de alta.

În schemele 10.1—10.6 dăm după Behrens cîteva modele de astfel de așezări :

2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2
1	2	3	4	5

SCHEMA 10.1:
$v = 5,\ n = 4$

4	1	2	3	6	5
6	3	5	1	4	2
5	4	6	2	3	1
1	2	3	4	5	6

SCHEMA 10.2:
$v = 5,\ n = 4$

2	6	4	5	1	3
4	1	2	3	6	5
5	3	6	1	4	2
6	4	5	2	3	1
1	2	3	4	5	6

SCHEMA 10.3
$v = 6,\ n = 5$

7	6	5	2	4	3	1
5	4	7	3	1	2	6
2	3	1	6	7	4	5
6	7	4	1	3	5	2
3	5	6	7	2	1	4
1	2	3	4	5	6	7

SCHEMA 10.4
$v = 7,\ n = 6$

8 3	5 6	2 7	1 4
5 6	7 1	4 8	3 2
7 4	8 2	3 1	5 6
1 2	3 4	5 6	7 8

SCHEMA 10.5
$v = 8,\ n = 4$

10	3	9	1	8	2	6	4	5	7
6	4	7	5	10	9	1	3	2	8
7	5	8	2	4	3	10	9	1	6
8	9	10	6	7	1	5	2	4	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

SCHEMA 10.6
$v = 10,\ n = 5$

Experimentatorii preferă metoda blocurilor randomizate și metoda blocurilor dirijat randomizate, deoarece distribuția sistematică a variantelor din primul bloc ușurează identificarea acestora cu ocazia luării observațiilor și a vizitelor. Mulți statisticieni susțin că această repartiție are în cazul alegerii la întîmplare aceeași probabilitate de realizare ca oricare alta. Totuși este greu de luat în considerare această aserțiune, deoarece este foarte puțin probabil să obținem o astfel de înșirurire a numerelor.

Metoda blocurilor permite eliminarea deosebirilor de sol dintre blocuri, dar nu și a celor din interiorul blocurilor. Pentru micșorarea erorilor din cadrul blocurilor este neapărat necesar să se plaseze blocurile pe terenuri cît mai uniforme. În cazul terenurilor neuniforme putem recurge la așezarea dispersată a blocurilor.

Cacularea rezultatelor experimentale se face prin metoda analizei duble a varianței.

10.2.1.1.2. Patratul latin

Metoda patratului latin a fost elaborată de R. A. Fisher. În fig. 10.3 se vede o experiență cu 6 variante în 6 blocuri așezată după metoda patratului latin. Experiența cuprinde 36 parcele egale, dispuse în 6 blocuri și 6 coloane.

Blocuri \ Coloane	I	II	III	IV	V	VI
f	5	3	4	2	6	1
e	2	1	6	3	4	5
d	6	4	5	1	3	2
c	3	5	2	6	1	4
b	4	6	1	5	2	3
a	1	2	3	4	5	6

Fig. 10.3 — Patrat latin de tipul 6 × 6
1,2,3,4,5,6, = variante; *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* = blocuri : I, II III, IV, V, VI = coloane.

Scanned with OKEN Scanner

În timp ce metoda blocurilor permite eliminarea numai a deosebirilor de sol dintre blocuri, patratul latin permite eliminarea deosebirilor de sol atît dintre blocuri cît și din interiorul blocurilor. Aceasta se realizează printr-o dublă grupare a variantelor: în blocuri și în coloane. Fiecare variantă trebuie să figureze o singură dată în fiecare bloc și în fiecare coloană. Acest lucru este posibil atunci cînd numărul variantelor este egal cu cel al blocurilor și cu cel al coloanelor. Numărul total al parcelelor trebuie să reprezinte patratul unui număr.

Orice experiență așezată după metoda patratului latin trebuie să aibă forma patrată. Pentru aceasta se cere ca numărul variantelor să fie egal cu cel al repetițiilor iar parcelele să aibă forma patrată. În anumite situații putem renunța la forma patrată a parcelelor înlocuind-o cu forma dreptunghiulară de ex. în cazul experiențelor privind lucrarea solului.

Numărul variantelor variază de la 3 la 8; în mod excepțional numărul variantelor poate fi sporit pînă la 10. Încercarea unui număr de variante mai mare de 10 îngreunează execuția experienței, deoarece simultan trebuie să mărim și numărul de blocuri.

Distribuția variantelor este accidentală. Pentru obținerea distribuției accidentale se pleacă de la distribuția sistematică (Schema 10.7) schimbîndu-se mai întîi blocurile (Schema 10.8) apoi coloanele între ele (Schema 10.9).

Blocul	Coloana					
	I	II	III	IV	V	VI
a	1	2	3	4	5	6
b	6	1	2	3	4	5
c	5	6	1	2	3	4
d	4	5	6	1	2	3
e	3	4	5	6	1	2
f	2	3	4	5	6	1

SCHEMA 10.7 — Patratul latin: distribuție sistematică

Blocul	Coloana					
	I	II	III	IV	V	VI
c	5	6	1	2	3	4
e	3	4	5	6	1	2
b	6	1	2	3	4	5
f	2	3	4	5	6	1
a	1	2	3	4	5	6
d	4	5	6	1	2	3

SCHEMA 10.8 — Patratul latin: distribuție accidentată a blocurilor

Blocul	Coloana					
	II	IV	V	I	VI	III
c	6	2	3	5	4	1
e	4	6	1	3	2	5
b	1	3	4	6	5	2
f	3	5	6	2	1	4
a	2	4	5	1	6	3
d	5	1	2	4	3	6

SCHEMA 10.9 — Patratul latin: distribuție accidentală a coloanelor.

La un patrat latin de tipul 6 × 6 există 720 posibilități de aranjare a blocurilor, 720 posibilități de aranjare a coloanelor și tot atîtea posibilități de aranjare a variantelor.

Ca și la metoda blocurilor există 3 variante de distribuție randomizată a tratamentelor în interiorul blocurilor.

— Varianta 1: toate blocurile sînt randomizate

— Varianta a 2-a: toate blocurile sînt randomizate exceptînd primul bloc în care distribuția variantelor este sistematică.

— Varianta a 3-a: toate blocurile sînt dirijat randomizate în afară de primul bloc în care distribuția variantelor este sistematică.

Dăm după W. G. Cochran — G. M. Cox (1957) și A. Mudra (1958) cîteva scheme de așezare pentru patratul latin

3	1	2
2	3	1
1	2	3

SCHEMA 10.10 Patrat latin de tipul 3 × 3

$v = 3,\ n = 3$

4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3
1	2	3	4

4	1	2	3
3	4	1	2
2	3	4	1
1	2	3	4

4	3	2	1
3	1	4	2
2	4	1	3
1	2	3	4

4	3	2	1
3	4	1	2
2	1	4	3
1	2	3	4

SCHEMELE 10.11 — 10.14 — Patrate latine de tipul 4 × 4

$v = 4,\ n = 4$

3	4	2	5	1
5	3	1	2	4
2	5	4	1	3
4	1	5	3	2
1	2	3	4	5

5	1	4	2	3
4	3	1	5	2
2	4	5	3	1
3	5	2	1	4
1	2	3	4	5

SCHEMELE 10.15 — 10.16 — Patrate latine de tipul 5 × 5

$v = 5,\ n = 5$

6	3	5	1	4	2
4	6	2	5	3	1
2	5	4	6	1	3
5	1	6	3	2	4
3	4	1	2	6	5
1	2	3	4	5	6

4	3	5	1	6	2
2	5	6	3	4	1
6	1	4	2	3	5
5	4	2	6	1	3
3	6	1	5	2	4
1	2	3	4	5	6

Scanned with OKEN Scanner

6	5	2	1	4	3
5	3	1	2	6	4
4	1	6	5	3	2
3	4	5	6	2	1
2	6	4	3	1	5
1	2	3	4	5	6

SCHEMELE 10.17–10.19 – Patrate latine de tipul 6×6
$v = 6,\ n = 6$

2	3	5	7	4	1	6
6	7	4	1	3	5	2
4	1	6	3	7	2	5
5	4	7	2	6	3	1
3	6	1	5	2	7	4
7	5	2	6	1	4	3
1	2	3	4	5	6	7

5	4	6	2	7	1	3
4	6	2	7	3	5	1
7	5	4	1	2	3	6
6	1	7	3	4	2	5
3	7	5	6	1	4	2
2	3	1	5	6	7	4
1	2	3	4	5	6	7

7	1	2	3	4	5	6
6	7	1	2	3	4	5
5	6	7	1	2	3	4
4	5	6	7	1	2	3
3	4	5	6	7	1	2
2	3	4	5	6	7	1
1	2	3	4	5	6	7

SCHEMELE 10.20–10.22 – Patrate latine de tipul 7×7
$v = 7,\ n = 7$

5	6	1	8	3	7	2	4
6	7	2	5	1	8	4	3
7	4	8	2	6	3	5	1
8	1	4	6	2	5	3	7
3	5	6	7	4	1	8	2
2	8	5	3	7	4	1	6
4	3	7	1	8	2	6	5
1	2	3	4	5	6	7	8

6	5	1	3	4	7	8	2
3	8	4	7	6	5	2	1
2	6	8	5	3	1	4	7
5	4	7	1	8	2	6	3
7	3	5	8	2	4	1	6
8	1	6	2	7	3	5	4
4	7	2	6	1	8	3	5
1	2	3	4	5	6	7	8

SCHEMELE 10.23–10.24 – Patrate latine de tipul 8×8
$v = 8,\ 8 = n$

Schemele 10.10 — 10.14, 10.19 și 10.22 sînt după W. G. Cochran — G. M. Cox iar schemele 10.15 — 10.18, 10.20 — 10.21, 10.23 — 10.24 după A. Mudra.

Scanned with OKEN Scanner

În continuare prezentăm cîteva scheme cu distribuție dirijat randomizată după W. U. Behrens (1956).

3	1	5	2	4
2	5	4	1	3
4	3	2	5	1
5	4	1	3	2
1	2	3	4	5

3	1	5	2	4
2	5	4	3	1
4	3	1	5	2
5	4	2	1	3
1	2	3	4	5

SCHEMELE 10.25—10.26 — Patrate latine de tipul 5 × 5

$v = 5,\ n = 5$

3	5	1	6	2	4
2	6	4	5	1	3
4	1	2	3	6	5
6	3	5	1	4	2
5	4	6	2	3	1
1	2	3	4	5	6

SCHEMA 10.27 — Patrat latin de tipul 6 × 6

$v = 6,\ n = 6$

2	3	1	6	7	4	5
7	4	5	2	1	3	6
5	6	7	3	4	2	1
4	1	2	5	6	7	3
6	7	4	1	3	5	2
3	5	6	7	2	1	4
1	2	3	4	5	6	7

SCHEMA 10.28 — Patrat latin de tipul 7 × 7

$v = 7,\ n = 7$

3	5	7	2	4	8	1	6
8	6	4	1	7	2	3	5
2	3	8	5	6	1	4	7
4	1	6	7	3	5	8	2
5	7	2	8	1	4	6	3
6	8	1	3	2	7	5	4
6	8	1	3	2	7	5	4
7	4	5	6	8	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8

SCHEMA 10.29 — Patrat latin de tipul 8 × 8

$v = 8,\ n = 8$

Distribuția dirijat randomizată prezintă avantaje în cazul parcelelor de formă patrată. Cu cît raportul dintre lățimea și lungimea parcelei este mai mic cu atît diferența dintre distribuția randomizată și distribuția dirijat randomizată se atenuează. Deja la un raport de 1 : 3 diferența dintre cele două feluri de distribuții dispare fiind indiferent ce fel de distribuție folosim (W. U. Behrens, 1956).

Scanned with OKEN Scanner

În schemele 10.10—10.29 am prezentat numai cîteva modele de așezare. Folosind tabela XIII din anexă se pot construi nenumărate noi modele de așezare.

Patratul latin este cea mai precisă metodă de așezare. Este indicat să se folosească mai ales la experiențele în care sînt de așteptat diferențe mici între variante.

Patratul latin are și unele neajunsuri.

a) Nu permite introducerea într-o experiență a unui număr de variante mai mare de 10, deoarece dacă am introduce peste 10 variante, ar trebui să înmulțim simultan și numărul repetițiilor, ceea ce duce la îngreunarea execuției experienței.

b) Se pierde mai mult timp la semănat decît în cazul parcelelor dreptunghiulare, deoarece mașina trebuie să se întoarcă de mai multe ori la semănatul fiecărei parcele.

Rezultatele experiențelor așezate după metoda patratului latin se calculează prin metoda analizei triple a variației.

10.2.1.1.3. Patratul greco-latin

În timp ce la metoda blocurilor avem de a face cu o grupare simplă a variantelor (în blocuri) iar la patratul latin, cu o grupare dublă (în blocuri și coloane) la patratul latin avem de a face cu o triplă grupare a variantelor, gruparea a 3-a fiind reprezentată prin literele grecești α, β .....ν sau prin numerele 1, 2 ..... n. În consecință în cazul patratului greco-latin fiecare variantă (A, B, C, D, E) apare odată în fiecare bloc (I, II, III, IV, V) odată în fiecare coloană (a, b, c, d, e) și odată cu fiecare literă (α, β, γ, δ, ε) (Schema 10.30).

Un exemplu de aranjare a tratamentelor este cel propus de Dunlop (citat după W. G. Cochran — G. M. Cox, 1957) privind influența a 5 rații nutritive (A, B, C, D, E) asupra porcilor. Pentru încercare s-au luat cîte 5 porci din fiecare 5 fătări (I, II, III, IV, V). Pentru compensarea diferențelor dintre fătări s-a făcut ca fătările să corespundă cu blocurile (rîndurile). Porcii au fost adăpostiți în 5 boxe (a, b, c, d, e) corespunzînd celor 5 coloane. Coloanele s-au folosit pentru eliminarea diferențelor dintre boxe și pentru îndepărtarea variațiilor individuale în greutate a porcilor din cadrul fiecărei fătări. Literele grecești reprezintă hrănitoarele în care s-a pus hrana porcilor. Această ultimă grupare s-a făcut cu scopul de a elimina diferențele cauzate de construcția diferită a troacelor precum și de modul de comportare a porcilor în timpul alimentării în cadrul fiecărei troace.

Fătări	Cotețe (greutatea grupelor)				
	a	*b*	*c*	*d*	*e*
I	$A\alpha$	$B\gamma$	$C\varepsilon$	$D\beta$	$E\delta$
II	$B\beta$	$C\delta$	$D\alpha$	$E\gamma$	$A\varepsilon$
III	$C\gamma$	$D\varepsilon$	$E\beta$	$A\delta$	$B\alpha$
IV	$D\delta$	$E\alpha$	$A\gamma$	$B\varepsilon$	$C\beta$
V	$E\varepsilon$	$A\beta$	$B\delta$	$C\alpha$	$D\gamma$

SCHEMA 10.30-Patrat greco-latin de tipul 5 × 5

Scanned with OKEN Scanner

Patratul greco-latin este o metodă de așezare foarte precisă. Totuși ea se folosește mai rar datorită faptului că variantele nu pot fi atît de ușor aranjate în cele 3 grupe.

Pentru construirea unai patrat greco-latin se randomizează independent blocurile, coloanele, literele latine și literele grecești. Spre exemplificare prezentăm după D. R. Cox, 1958, un patrat greco-latin de tipul 5×5. Fiind necesare 4 randomizări avem nevoie de 4 permutări randomizate ale numerelor 1, 2, 3, 4, 5. Să admitem că cele 4 permutări sînt 1, 4, 3, 5, 2; 3, 1, 2, 4, 5; 4, 3, 1, 5, 2; 1, 5, 4, 3, 2. Plecăm de la un patrat greco-latin cu distribuție sistematică (Schema 10.31).

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$	$E\varepsilon$
$B\delta$	$C\varepsilon$	$D\alpha$	$E\beta$	$A\gamma$
$C\beta$	$D\gamma$	$E\delta$	$A\varepsilon$	$B\alpha$
$D\varepsilon$	$E\alpha$	$A\beta$	$B\gamma$	$C\delta$
$E\gamma$	$A\delta$	$B\varepsilon$	$C\alpha$	$D\beta$

SCHEMA 10.31 — Patrat greco-latin de tipul 5×5. Distribuție sistematică

Folosind prima permutație randomizăm mai întîi blocurile (Schema 10.32).

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$	$E\varepsilon$
$D\varepsilon$	$E\alpha$	$A\beta$	$B\gamma$	$C\delta$
$C\beta$	$D\gamma$	$E\delta$	$A\varepsilon$	$B\alpha$
$E\gamma$	$A\delta$	$B\varepsilon$	$C\alpha$	$D\beta$
$B\delta$	$C\varepsilon$	$D\alpha$	$E\beta$	$A\gamma$

SCHEMA 10.32 — Patrat greco-latin de tipul 5×5. Distribuție randomizată a blocurilor

Folosind permutația a 2-a randomizăm coloanele (Schema 10.33).

$C\gamma$	$A\alpha$	$B\beta$	$D\delta$	$E\varepsilon$
$A\beta$	$D\varepsilon$	$E\alpha$	$B\gamma$	$C\delta$
$E\delta$	$C\beta$	$D\gamma$	$A\varepsilon$	$B\alpha$
$B\varepsilon$	$E\gamma$	$A\delta$	$C\alpha$	$D\beta$
$D\alpha$	$B\delta$	$C\varepsilon$	$E\beta$	$A\gamma$

SCHEMA 10.33 — Patrat greco-latin de tipul 5×5. Distribuție randomizată a coloanelor

Notăm tratamentele reprezentate prin litere latine cu T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 iar cele reprezentate prin litere grecești cu V_1, V_2, V_3, V_4, V_5. Utilizînd ultimele două permutări repartizăm tratamentele pe litere conform următoarei scheme:

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
D	C	A	E	B

V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
α	ε	δ	γ	β

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă următorul patrat cu distribuție randomizată a celor două categorii de tratamente (Schema 10.34).

T_2V_4	T_3V_1	T_5V_5	T_1V_3	T_4V_2
T_3V_5	T_1V_2	T_4V_1	T_5V_4	T_2V_3
T_4V_3	T_2V_5	T_1V_4	T_3V_2	T_5V_1
T_5V_2	T_4V_4	T_3V_3	T_2V_1	T_1V_5
T_1V_1	T_5V_3	T_2V_2	T_4V_5	T_3V_5

SCHEMA 10.34 — Patrat greco-latin de tipul 5 × 5. Distribuția randomizată a celor două categorii de tratamente

Există patrate greco-latine de tipul 3 × 3, 4 × 4, 5 × 5, 7 × 7, 8 × 8, 9 × 9, 11 × 11 și 12 × 12. Nu există patrate greco-latine de tipul 6 × 6 și 10 × 10.

10.2.1.1.4. Dreptunghiul latin

Deoarece la patratul latin numărul variantelor trebuie să fie egal cu cel al blocurilor și al coloanelor, nu putem introduce într-o experiență mai mult de 10 variante fapt care limitează posibilitatea de aplicare a acestei metode. O metodă care permite introducerea într-o experiență a unui număr de variante mai mare de 10 este dreptunghiul latin la care nu mai există obligativitatea ca numărul variantelor să fie egal cu cel al blocurilor și al coloanelor.

Dreptunghiul latin se deosebește de patratul latin prin aceea că coloanele sînt formate din mai multe subcoloane. Într-o coloană intră 2 — 5 subcoloane. Fig. 10.4 reprezintă un dreptunghi latin de tipul 6 × 6 × 2. Primul factor (6) reprezintă numărul blocurilor, al doilea factor (6) reprezintă numărul coloanelor iar factorul 2 reprezintă numărul subcoloanelor dintr-o coloană.

	Coloane											
Blocuri	I		II		III		IV		V		VI	
f	3	6	7	11	9	12	10	4	8	1	5	2
e	12	11	1	9	10	7	6	2	5	3	4	8
d	9	4	8	6	3	11	5	12	2	7	1	10
c	8	10	5	12	2	4	1	9	11	6	3	7
b	5	7	2	10	8	1	11	3	12	4	9	6
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Fig. 10.4 — Dreptunghi latin de tipul 6 × 6 × 2 cu 12 variante. 1, 2, 3. ...12 = variante; *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* = blocuri; I, II, III, IV, V, V, VI = coloane

Scanned with OKEN Scanner

Numărul variantelor este dat de produsul ultimilor doi factori (6×2) iar numărul total al parcelelor de produsul celor 3 factori ($6 \times 6 \times 2$).

Numărul variantelor poate fi divizibil prin numărul blocurilor sau al coloanelor sau prin numărul subcoloanelor dintr-o coloană.

Și la această metodă se cere ca fiecare variantă să figureze o singură dată în fiecare bloc și în fiecare coloană.

Forma experienței trebuie să fie patrată. Forma parcelei nu trebuie însă să fie patrată ca la patratul latin, ci dreptunghiulară. Pentru menținerea formei patrate a experienței se cere ca lungimea parcelei să fie egală cu lățimea coloanei. În fig. 10.4 parcelele 1, 2 formează împreună un patrat, la fel 3, 4, etc.; parcelele au o formă dreptunghiulară.

Numărul maxim al variantelor dintr-o experiență este 25.

Distribuția variantelor este accidentală. Pentru realizarea unei distribuții randomizate a variantelor se pleacă de la distribuția sistematică (schema 10.35), randomizîndu-se întîi blocurile (schema 10.36) apoi subcoloanele (schema 10.37).

	Coloane și subcoloane							
Bolcul	I		II		III		IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	7	8	1	2	3	4	5	6
c	5	6	7	8	1	2	3	4
d	3	4	5	6	7	8	1	2

SCHEMA 10.35 — Dreptunghi latin: distribuție sistematică

	Coloane și subcoloane							
Blocul	I		II		III		IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8
c	5	6	7	8	1	2	3	4
b	7	8	1	2	3	4	5	6
a	1	2	3	4	5	6	7	8
d	3	4	5	6	7	8	1	2

SCHEMA 10.36 — Dreptunghi latin: distribuție accidentală a blocurilor

	Coloane și subcoloane							
Blocul	I		II		III		IV	
	5	8	1	4	7	2	6	3
c	1	4	5	8	3	6	2	7
b	3	6	7	2	5	8	4	1
a	5	8	1	4	7	2	6	3
d	7	2	3	6	1	4	8	5

SCHEMA 10.37 — Dreptunghi latin: distribuție accidentală a subcoloanelor

Scanned with OKEN Scanner

Prezentăm după A. M u d r a (1958) cîteva tipuri de dreptunghi latin (schemele 10.38—10.42).

5 8	6 7	2 4	1 3
6 3	8 2	1 7	5 4
4 7	5 1	3 8	2 6
1 2	3 4	5 6	7 8

SCHEMA 10.38 — Dreptunghi latin de tipul 4 × 4 × 2
$v = 8, \quad n = 4$

8 5	9 7	2 4	10 3	1 6
9 7	8 1	3 10	4 6	5 2
6 3	5 10	1 7	9 2	8 4
4 10	6 2	8 9	1 5	7 3
1 2	3 4	5 6	7 8	9 10

SCHEMA 10.39 — Dreptunghi latin de tipul 5 × 5 × 2
$v = 10, \quad n = 5$

4 13 11	9 15 7	1 6 12	8 2 14	5 10 3
9 14 7	10 8 12	15 2 5	13 1 3	4 11 6
8 5 12	11 2 13	3 14 10	6 15 4	9 1 7
10 6 15	14 1 3	11 13 4	9 5 7	2 12 8
1 2 3	4 5 6	7 8 9	10 11 12	13 14 15

SCHEMA 10.40 — Dreptunghi latin de tipul 5 × 5 × 3
$v = 15, \quad n = 5$

17 13 7 4 8 10	8 16 3 14 1 18	14 1 12 15 2 5	6 15 2 9 17 7	18 11 5 12 3 16	10 4 9 6 11 13
6 18 16	10 15 7	11 4 13	1 8 5	9 17 2	12 3 14
14 5 11	17 9 12	10 18 3	13 4 16	1 8 6	2 7 15
9 12 15	2 11 13	16 6 17	14 3 18	10 4 7	8 1 5
1 2 3	4 5 6	7 8 9	10 11 12	13 14 15	16 17 18

SCHEMA 10.41 — Dreptunghi latin de tipul 6 × 6 × 3
$v = 18, \quad n = 6$

13 5 16 11	17 2 9 15	19 3 6 14	18 1 20 10	7 4 12 8
14 18 8 6	10 16 1 12	13 20 2 15	7 19 4 17	9 11 3 5
15 7 17 19	4 20 11 14	18 1 16 5	8 12 3 9	6 13 2 10
20 10 12 9	13 19 3 18	7 17 4 8	6 11 2 5	14 16 1 15
1 2 3 4	5 6 7 8	9 10 11 12	13 14 15 16	17 18 19 20

SCHEMA 10.42 — Dreptunghi latin de tipul 5 × 5 × 4
$v = 20, \quad n = 5$

Scanned with OKEN Scanner

Prezentăm în contiunare un dreptunghi latin de tipul $5 \times 5 \times 5$ (schema 10.43)

18	21	5	7	14	17	25	4	6	13	19	23	2	10	11	20	24	1	8	12	16	22	3	9	15
3	6	15	17	24	2	10	14	16	23	4	8	12	20	21	5	9	11	18	22	1	7	13	19	25
13	16	25	2	9	12	20	24	1	8	14	18	22	5	6	15	19	21	3	7	11	17	23	4	10
23	1	10	12	19	22	5	9	11	18	24	3	7	15	16	25	4	6	13	17	21	2	8	14	20
8	11	20	22	4	7	15	19	21	3	9	13	17	25	1	10	14	16	23	2	6	12	18	24	5

SCHEMA 10.43 — Dreptunghi latin de tipul $5 \times 5 \times 5$
$v = 25,\ n = 5$

Calculul rezultatelor experimentale se efectuează prin metoda analizei triple a variației.

10.2.1.1.5. Metoda parcelelor subdivizate

Această metodă constă în împărțirea parcelei experimentale în două sau mai multe subparcele de mărime egală. Divizarea parcelei experimentale în subparcele poate fi dictată de împrejurări diferite.

Astfel, atunci cînd se constată neuniformități evidente în cadrul parcelelor, divizarea se face cu scopul îndepărtării variațiilor datorite neomogenității solului. În acest caz parcela se împarte în 2—3—4 subparcele egale, recoltîndu-se fiecare subparcelă separat.

În cazul cînd parcelele experimentale sînt prea mari și volumul forțelor de muncă este mai mic putem renunța la recoltarea întregii parcele, recoltînd suprafețe mici din diferite părți ale parcelei. De exemplu de pe o parcelă de 30 m² putem recolta plantele de pe 4—5 subparcele a 2 m² fiecare. Distribuția subparcelelor în cadrul parcelei trebuie să fie pe cît posibil simetrică.

În anumite cazuri, de exemplu, în cazul stabilirii producției biologice, ne putem mulțumi cu probe de plante luate din mai multe părți ale parcelei.

În experiențele zootehnice lotul de animale care constituie o repetiție poate fi împărțit în mai multe subloturi a cîte 1—2 animale (de exemplu, în experiențele cu bovine, ovine, porcine etc.).

În toate cazurile menționate mai sus este vorba de experiențe monofactoriale. În consecință nu trebuie să confundăm metoda parcelelor subdivizate, aplicabilă la experiențele cu un factor, cu metoda parcelelor subdivizate folosită la experiențele cu doi factori.

Valorificarea experiențelor monofactoriale așezate după metoda parcelelor subdivizate se face cu ajutorul aceleiași metode ca și la experiențele bifactoriale așezate după metoda parcelelor subdivizate.

10.2.1.2. *Metode de așezare cu blocuri incomplete*

Metodele de așezare cu blocuri complete prezentate în secțiunea 10.2.1.1. permit eliminarea diferențelor de sol dintre blocuri (metoda blocurilor) sau dintre blocuri și din interiorul blocurilor (patratul latin, dreptunghiul latin). Cu cît blocurile și coloanele sînt mai mici, cu atît erorile datorite neomogeni-

tăţii solului pot fi mai uşor separate de cele accidentale. Cu cît blocurile şi coloanele sînt mai mari, cu atît diferenţele de sol dintre blocuri şi dintre coloane se nivelează iar erorile solului devin aparent mai mici, deoarece o parte din ele se cuplează cu cele accidentale. Deci pe măsură ce blocurile şi coloanele se măresc în aceeaşi măsură este mai greu să separăm erorile sistematice datorite neuniformităţii solului de erorile accidentale.

Metodele menţionate în secţiunea 10.2.1.1. se pretează pentru experienţe cu un număr relativ mic de variante (maximum 25). În cazul cînd trebuie să încercăm un număr mare de variante (50, 100, 150 sau chiar mai multe) cum este cazul în ameliorarea plantelor, nu mai putem folosi metodele amintite mai sus, deoarece din cauza cuplării erorilor sistematice cu cele accidentale, varianţa erorii creşte, ceea ce duce la micşorarea semnificaţiei diferenţelor.

Pentru executarea experienţelor cu un număr mare de variante se recomandă metodele cu blocuri şi coloane incomplete, care se caracterizează prin aceea că blocurile şi coloanele nu cuprind toate variantele din experienţă ci numai o parte din ele. În felul acesta ele sînt mici, ceea ce permite eliminarea erorilor solului aproape cu aceeaşi exactitate ca şi metodele cu blocuri şi coloane complete cu un număr mic de variante (metoda patratului latin, metoda dreptunghiului latin). Variantele sînt astfel repartizate pe blocuri încît fiecare variantă se învecinează în fiecare bloc tot cu alte variante, fapt care permite o bună comparabilitate a variantelor între ele.

Metodele de aşezare cu blocuri incomplete prezintă avantajul că mărimea blocului poate fi mult redusă sporindu-se concomitent exactitatea experienţelor.

Un dezavantaj al acestor metode este acela că numărul variantelor este condiţionat de felul aşezării şi deci nu poate fi ales după voie.

10.2.1.2.1. **Grilajul parţial balansat**

10.2.1.2.1.1. *Grilajul simplu*

Cea mai simplă metodă de aşezare cu blocuri incomplete este grilajul simplu.

Numărul total de variante dintr-o experienţă este un patrat: 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 etc. Fiecare bloc cuprinde un număr de variante egal cu rădăcina patrată din numărul total de variante adică 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 etc. Dacă notăm cu v numătul total de variante şi cu k numărul de variante dintr-un bloc atunci $v = k^2$ iar $k = \sqrt{v}$. În cazul cînd numărul de variante pe care le încercăm nu corespunde cu un patrat se adaugă variante de umplutură.

Pentru întocmirea schemei de structură (de bază) a unui grilaj simplu se procedează astfel: variantele care alcătuiesc fiecare bloc se aşază mai întîi orizontal unele lîngă altele apoi vertical unele sub altele. Variantele dispuse orizontal constituie prima grupă sau grupa X, variantele dispuse vertical alcătuiesc grupa a doua sau grupa Y.

Grupa X formează prima repetiţie iar grupa y repetiţia a doua. O caracteristică a grilajului simplu o constituie faptul că variantele care în grupa X se găsesc împreună în acelaşi bloc, trebuie să fie repartizate în grupa Y în blocuri diferite.

În schema nr. 10.44 prezentăm schema de structură a unui grilaj simplu de tipul 4×4 ($v = 16$, $k = 4$)

Repetiția I: Blocul	Grupa X				Repetiția a II-a: Blocul	Grupa Y			
(1)	1	2	3	4	(5)	1	5	9	13
(2)	5	6	7	8	(6)	2	6	10	14
(3)	9	10	11	12	(7)	3	7	11	15
(4)	13	14	15	16	(8)	4	8	12	16

SCHEMA 10.44 — Schema de structură a unui grilaj simplu de tipul 4×4 ($v = 16$, $k = 4$)

Această schemă de structură poate fi repetată.

Dacă repetăm de două ori schema de bază (schema 10.44) și randomizăm variantele din repetițiile III, IV obținem următorul plan care reprezintă un grilaj simplu de tipul 4×4 cu 16 variante în 4 repetiții (schema 10.45).

Repetiția a III-a: Blocul	Grupa X				Repetiția a IV-a: Blocul	Grupa Y			
(12)	1	3	4	2	(16)	4	12	16	8
(11)	14	15	16	13	(15)	7	3	15	11
(10)	5	8	7	6	(14)	14	10	6	2
(9)	10	9	11	12	(13)	1	5	13	9

Repetiția I: Blocul	Grupa X				Repetiția a II-a: Blocul	Grupa Y			
(4)	13	14	15	16	(8)	4	8	12	16
(3)	9	10	11	12	(7)	3	7	11	15
(2)	5	6	7	8	(6)	2	6	10	14
(1)	1	2	3	4	(5)	1	5	9	13

SCHEMA 10.45 — Grilaj simplu de tipul 4×4
$v = 16$, $k = 4$, $n = 4$, $b = 16$

Putem construi un grilaj simplu de tipul 4×4 păstrînd numai prima repetiție din schema de structură spre a ușura luarea observațiilor și randomizînd variantele celorlalte trei repetiții (schema 10.46).

Blocul	III_X				Blocul	IV_Y			
(12)	1	3	4	2	(16)	4	12	16	8
(11)	14	15	16	13	(15)	7	3	15	11
(10)	5	8	7	6	(14)	14	10	6	2
(9)	10	9	11	12	(13)	1	5	13	9

	I_X					II_Y			
(4)	13	14	15	16	(8)	2	14	10	6
(3)	9	10	11	12	(7)	5	9	1	13
(2)	5	6	7	8	(6)	8	12	4	16
(1)	1	2	3	4	(5)	11	3	15	7

SCHEMA 10.46 — Grilaj simplu de tipul 4×4

$v = 16,\ k = 4,\ n = 4,\ b = 16$ (după A. Mudra, 1958)

Prezentăm în schema 10.47 un grilaj simplu de tipul 5×5 cu 25 variante în 4 repetiții.

	Repetiția a III-a					Repetiția a IV-a				
Blocul	Grupa X					Blocul	Grupa Y			
(15)	24	23	22	25	21	(20)	23	3	18	8	13
(14)	2	4	3	5	1	(19)	25	15	10	5	20
(13)	13	14	12	15	11	(18)	19	9	24	4	14
(12)	10	7	6	9	8	(17)	11	6	1	21	16
(11)	17	20	18	16	19	(16)	17	22	12	7	2

	Repetiția I					Repetiția a II-a				
Blocul	Grupa X					Blocul	Grupa Y			
(5)	21	22	23	24	25	(10)	5	10	15	20	25
(4)	16	17	18	19	20	(9)	4	9	14	19	24
(3)	11	12	13	14	15	(8)	3	8	13	18	23
(2)	6	7	8	9	10	(7)	2	7	12	17	22
(1)	1	2	3	4	5	(6)	1	6	11	16	21

SCHEMA 10.47 — Grilaj simplu de tipul 5×5

$v = 25,\ k = 5,\ n = 4,\ b = 20$

În schema 10.48 prezentăm un grilaj simplu de tipul 5×5 cu 25 variante în 4 repetiții păstrînd numai prima repetiție din planul de structură.

Blocul	III_X					Blocul	IV_Y				
(15)	24	23	22	25	21	(20)	23	3	18	8	13
(14)	2	4	3	5	1	(19)	25	15	10	5	20
(13)	13	14	12	15	11	(18)	19	9	24	4	14
(12)	10	7	6	9	8	(17)	11	6	1	21	16
(11)	17	20	18	16	19	(16)	17	22	12	7	2

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	I_X				
(5)	21	22	23	24	25
(4)	16	17	18	19	20
(3)	11	12	13	14	15
(2)	6	7	8	9	10
(1)	1	2	3	4	5

Blocul	II_Y				
(10)	15	5	10	20	25
(9)	23	13	8	18	3
(8)	19	24	14	4	9
(7)	22	12	7	17	2
(6)	6	21	11	1	16

SCHEMA 10.48 — Grilaj simplu de tipul 5×5
$v = 25$, $k = 5$, $n = 4$, $b = 20$ (după A. M u d r a, 1958)

Din schemele 10.45—10.48 se poate vedea că variantele care în grupele X se găsesc împreună în bloc, sînt repartizate în grupele Y în blocuri diferite.

Forma parcelelor la grilajul simplu este de regulă dreptunghiulară.

Numărul de repetiții este întotdeauna 2 în cazul schemei de structură și $2p$ în cazul repetării schemei de structură în care p ne arată de cîte ori se repetă schema de bază. În consecință numărul de repetiții poate fi 2, 4, 6. Grilajele simple cu 8 și 10 repetiții sînt rare. Nu există grilaje simple cu 3, 5, 7, 9 repetiții.

Repetițiile se așază pe teren liniar pe un singur rînd cu blocurile cap în cap sau liniar pe două rînduri cu blocurile dispersate.

Tipurile de grilaje simple sînt arătate în tabelul 10.1.

TABELUL 10.1: **Tipuri de grilaje simple**

Tipul de grilaj	Numărul total de variante v	Numărul de variante dintr-un bloc k	Numărul repetițiilor n	Numărul blocurilor b
3×3	9	3	2, 4, 6	6, 12, 18
4×4	16	4	2, 4, 6	8, 16, 24
5×5	25	5	2, 4, 6	10, 20, 30
6×6	36	6	2, 4, 6	12, 24, 36
7×7	49	7	2, 4, 6	14, 28, 42
8×8	64	8	2, 4, 6	16, 32, 48
9×9	81	9	2, 4, 6	18, 36, 54
10×10	100	10	2, 4, 6	20, 40, 60
11×11	121	11	2, 4, 6	22, 44, 66
12×12	144	12	2, 4, 6	24, 48, 72
13×13	169	13	2, 4, 6	26, 52, 78

Folosind tabela XIII de permutări randomizate pot fi construite numeroase modele de grilaje simple pentru fiecare tip de grilaj menționat în tabelul 10.1.

Pentru construirea de grilaje simple cu două repetiții de tipul 3×3, 4×4, 5×5, 7×7, 8×8 și 9×9 putem utiliza primele două repetiții de la grilajele balansate de tipul 3×3, 4×4, 5×5, 7×7, 8×8 și 9×9. Schemele de grilaje simple cu două repetiții de tipul 6×6, 10×10 se pot

construi utilizînd primele două repetiții de la grilajele triple de tipul 6 × 6, și 10 × 10 (schema 10.50 și 10.51).

Rezultatele experimentale se calculează cu ajutorul metodei analizei multiple a variației.

10.2.1.2.1.2. *Grilajul triplu*

Grilajul triplu se deosebește de cel simplu prin aceea că schema sa de structură are trei grupe și anume X, Y și Z în loc de două cîte are grilajul simplu. Grupele X și Y se construiesc la fel ca la grilajul simplu. Grupa Z se construiește așezînd astfel variantele încît numerele care se găsesc în grupa Y în diagonală trebuie să se găsească în grupa Z în același bloc.

În schema 10.49 prezentăm schema de structură a unui grilaj triplu de tipul 4 × 4 alcătuit din 16 variante în 3 repetiții.

Repetiția I Grupa X				Repetiția a II-a Grupa Y				Repetiția a III-a Grupa Z			
1	2	3	4	1	5	9	13	1	6	11	16
5	6	7	8	2	6	10	14	2	7	12	13
9	10	11	12	3	7	11	15	3	8	9	14
13	14	15	16	4	8	12	16	4	5	10	15

SCHEMA 10.49 — Schema de structură a unui grilaj triplu de tipul 4 × 4 ($v = 16$, $k = 4$)

Se vede că blocul 1 din grupa Z este format din numerele din diagonala grupei Y, adică din 1, 6, 11, 16. Blocurile următoare sînt alcătuite din numerele celorlalte diagonale după cum se poate vedea în schemă. Și la grilajul triplu variantele care se găsesc în grupa X împreună în bloc, trebuie repartizate în grupele Y și Z în blocuri diferite.

Schema susmenționată (10.49) poate fi folosită ca atare sau poate fi repetată de două ori obținîndu-se un grilaj triplu cu 6 repetiții sau poate fi repetată de trei ori obținîndu-se un grilaj triplu cu 9 repetiții. Prin urmare avem grilaje triple cu 3, 6 și 9 repetiții ; tipul cu 9 repetiții se folosește rar. Nu există grilaje triple cu 4, 5, 7, 8 repetiții. În grilajele cu 3 repetiții schema de structură poate fi folosită fără modificări sau păstrăm prima repetiție neschimbată și randomizăm pe celelalte două. În grilajele cu 6 și 9 repetiții putem de asemenea păstra schema de structură nemodificată, randomizînd repetițiile celelalte sau păstrăm numai prima repetiție nemodificată randomizînd pe toate celelalte.

Distribuția întîmplătoare se realizează randomizînd mai întîi blocurile separat și independent înăuntrul fiecărei repetiții, apoi randomizînd tratamentele separat și independent în interiorul fiecărui bloc.

Forma parcelelor este de regulă dreptunghiulară.

Repetițiile se așază pe teren liniar pe un singur rînd cu blocurile cap în cap sau liniar pe două rînduri cu blocurile dispersate.

Scanned with OKEN Scanner

Tipurile de grilaje triple sînt arătate în tabelul 10.2.

TABELUL 10.2. Tipuri de grilaje triple

Tipul de grilaj	Numărul total de variante v	Numărul de variante dintr-un bloc k	Numărul repetițiilor n	Numărul blocurilor b
3 × 3	9	3	3,6	9,18
4 × 4	16	4	3,6	12,24
5 × 5	25	5	3,6	15,30
6 × 6	36	6	3,6	18,36
7 × 7	49	7	3,6	21,42
8 × 8	64	8	3,6	24,48
9 × 9	81	9	3,6	27,54
10 × 10	100	10	3,6	30,60
11 × 11	121	11	3,6	33,66
12 × 12	144	12	3,6	36,72
13 × 13	169	13	3,6	39,78

Pentru construirea de grilaje triple cu 3 repetiții de tipul 3 × 3, 4 × 4, 5 × 5, 7 × 7, 8 × 8 și 9 × 9 se pot folosi primele 3 repetiții de la grilajele balansate de tipul 3 × 3, 4 × 4, 5 × 5, 7 × 7, 8 × 8 și 9 × 9 iar pentru construirea de grilaje triple cu 3 repetiții de tipul 11 × 11 și 13 × 13 se pot utiliza primele 3 repetiții de la grilajele pătrate balansate de tipul 11 × 11 și 13 × 13.

În schemele 10.50 și 10.51 prezentăm grilajele triple de tipul 6 × 6 și 10 × 10.

Blocul	Repetiția I						Repetiția a II-a					
(1)	1	2	3	4	5	6	(7)	1	7	13	19	25	31
(2)	7	8	9	10	11	12	(8)	2	8	14	20	26	32
(3)	13	14	15	16	17	18	(9)	3	9	15	21	27	33
(4)	19	20	21	22	23	24	(10)	4	10	16	22	28	34
(5)	25	26	27	28	29	30	(11)	5	11	17	23	29	35
(6)	31	32	33	34	35	36	(12)	6	12	18	24	30	36

Repetiția a III-a

(13)	1	8	15	22	29	36
(14)	31	2	9	16	23	30
(15)	25	32	3	10	17	24
(16)	19	26	33	4	11	18
(17)	13	20	27	34	5	12
(18)	7	14	21	28	35	6

SCHEMA 10.50 — Grilaj triplu de tipul 6 × 6;
$v = 36$, $k = 6$, $n = 3$, $b = 18$ (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I										Repetiția a II-a									
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(11)	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
(2)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	(12)	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
(3)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	(13)	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
(4)	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	(14)	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
(5)	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	(15)	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
(6)	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	(16)	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
(7)	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	(17)	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
(8)	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	(18)	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
(9)	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	(19)	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
(10)	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	(20)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Repetiția a III-a

(21)	1	12	23	34	45	56	67	78	89	100
(22)	91	2	13	24	35	46	57	68	78	90
(23)	81	92	3	14	25	36	47	58	69	80
(24)	71	82	93	4	15	26	37	48	59	70
(25)	61	72	83	94	5	16	27	38	49	60
(26)	51	62	73	84	95	6	7	28	39	50
(27)	41	52	63	74	85	96	17	18	29	40
(28)	31	42	53	64	75	86	97	8	19	30
(29)	21	32	43	54	65	76	87	98	9	20
(30)	11	22	33	44	55	66	77	88	99	10

SCHEMA 10.51. — Grilaj triplu de tipul 10 × 10;
$v = 100$, $k = 10$, $n = 3$, $b = 30$ (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957)

Valorificarea rezultatelor se face prin metoda analizei multiple a variației.

10.2.1.2.2. Grilajul balansat

Caracteristica esențială a grilajului balansat, care îl deosebește de celelalte grilaje, este aceea că fiecare pereche de tratamente se găsește o singură dată în același bloc, sau exprimat în alte cuvinte, fiecare tratament apare în fiecare bloc împreună tot cu alte tratamente. În consecință toate perechile de variante se compară cu același grad de precizie.

Să luăm în considerare o experiență cu 9 variante repartizate în 4 grupe a 3 blocuri fiecare.

Grupa I				Grupa II				Grupa III				Grupa IV			
(1)	1	2	3	(4)	1	4	7	(7)	1	5	9	(10)	1	8	6
(2)	4	5	6	(5)	2	5	8	(8)	7	2	6	(11)	4	2	9
(3)	7	8	9	(6)	3	6	9	(9)	4	8	3	(12)	7	5	3

Scanned with OKEN Scanner

Vedem că grupa I și II reprezintă un grilaj simplu iar grupele I, II și III un grilaj triplu. În cazul grilajului simplu varianta 1 se găsește într-un bloc împreună cu variantele 2 și 3 în grupa I și cu 4 și 7 în grupa II, în cazul grilajului triplu varianta 1 se găsește într-un bloc împreună cu variantele 2 și 3 în grupa I, cu 4 și 7 în grupa II și cu 5 și 9 în grupa III, dar nu se găsește împreună cu variantele 8 și 6. Grilajul simplu și triplu sînt prin urmare incomplet balansate. Prin adăugarea unei grupe noi la cele trei grupe ale grilajului triplu s-a format un grilaj complet balansat.

În cazul de față balansarea s-a făcut prin adăugarea unei singure grupe. În cazul altor grilaje balansarea se face prin adăugarea unui număr mai mare de grupe. Numărul de grupe necesar pentru balansarea completă și care reprezintă în același timp și numărul de repetiții este $k + 1$.

Numărul total de variante trebuie să fie un patrat.

Mărimea unui bloc este egală cu rădăcina patrată din numărul total de variante. Deci $v = k^2$ iar $k = \sqrt{v}$.

Forma parcelelor este dreptunghiulară.

Repetițiile se așază pe teren liniar pe un singur rînd cu blocurile cap în cap sau liniar pe două rînduri cu blocurile dispersate.

Tipurile de grilaje balansate sînt arătate în tabelul 10.3.

TABELUL 10.3: Tipuri de grilaje balansate

Tipul de grilaj	Numărul total de variante v	Numărul de variante dintr-un bloc k	Numărul repetițiilor n	Numărul blocurilor b
1	2	3	4	5
3×3	9	3	4	12
4×4	16	4	5	20
5×5	25	5	6	30
7×7	49	7	8	56
8×8	64	8	9	72
9×9	81	9	10	90

Nu se pot construi grilaje balansate de tipul 6×6, 10×10 și 12×12 deoarece acestea nu pot fi balansate.

Dăm după W. G. Cochran și G. M. Cox (1957) cîteva tipuri de grilaje.

Blocul	Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV		
(1)	1	2	3	(4)	1	4	7	(7)	1	5	9	(10)	1	8	6
(2)	4	5	6	(5)	2	5	8	(8)	7	2	6	(11)	4	2	9
(3)	7	8	9	(6)	3	6	9	(9)	4	8	3	(12)	7	5	3

SCHEMA 10.52 — Grilaj balansat de tipul 3×3; $v = 9$, $k = 3$, $n = 4$, $b = 12$, $\lambda = 1$

Blocul	Repetiția I				Repetiția II				Repetiția III			
(1)	1	2	3	4	(5)	1	5	9	13	(9)	1	6	11	16
(2)	5	6	7	8	(6)	2	6	10	14	(10)	5	2	15	12
(3)	9	10	11	12	(7)	3	7	11	15	(11)	9	14	3	8
(4)	13	14	15	16	(8)	4	8	12	16	(12)	13	10	7	4

	Repetiția IV					Repetiția V			
(13)	1	14	7	12	(17)	1	10	15	8
(14)	13	2	11	8	(18)	9	2	7	16
(15)	5	10	3	16	(19)	13	6	3	12
(16)	9	6	15	4	(20)	5	14	11	4

SCHEMA 10.53 — Grilaj balansat de tipul 4 × 4
$v = 16,\ k = 4,\ n = 5,\ b = 20,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I					Repetiția II					Repetiția III				
(1)	1	2	3	4	5	(6)	1	6	11	16	21	(11)	1	7	13	19	25
(2)	6	7	8	9	10	(7)	2	7	12	17	22	(12)	21	2	8	14	20
(3)	11	12	13	14	15	(8)	3	8	13	18	23	(13)	16	22	3	9	15
(4)	16	17	18	19	20	(9)	4	9	14	19	24	(14)	11	17	23	4	10
(5)	21	22	23	24	25	(10)	5	10	15	20	25	(15)	6	12	18	24	5

	Repetiția IV					Repetiția V					Repetiția VI				
(16)	1	12	23	9	20	(21)	1	17	8	24	15	(26)	1	22	18	14	10
(17)	16	2	13	24	10	(22)	11	2	18	9	25	(27)	6	2	23	19	15
(18)	6	17	3	14	25	(23)	21	12	3	19	10	(28)	11	7	3	24	20
(19)	21	7	18	4	15	(24)	6	22	13	4	20	(29)	16	12	8	4	25
(20)	11	22	8	19	5	(25)	15	7	23	14	5	(30)	21	17	13	9	5

SCHEMA 10.54 — Grilaj balansat de tipul 5 × 5
$v = 25,\ k = 5,\ n = 6,\ b = 30,\ \lambda = 1.$

Blocul	Repetiția I							Repetiția II							
(1)	1	2	3	4	5	6	7	(8)	1	8	15	22	29	36	43
(2)	8	9	10	11	12	13	14	(9)	2	9	16	23	30	37	44
(3)	15	16	17	18	19	20	21	(10)	3	10	17	24	31	38	45
(4)	22	23	24	25	26	27	28	(11)	4	11	18	25	32	39	46
(5)	29	30	31	32	33	34	35	(12)	5	12	19	26	33	40	47
(6)	36	37	38	39	40	41	42	(13)	6	13	20	27	34	41	48
(7)	43	44	45	46	47	48	49	(14)	7	14	21	28	35	42	49

Scanned with OKEN Scanner

Repetiţia III

(15)	1	9	17	25	33	41	49
(16)	43	2	10	18	26	34	42
(17)	36	44	3	11	19	27	35
(18)	29	37	45	4	12	20	28
(19)	22	30	38	46	5	13	21
(20)	15	23	31	39	47	6	14
(21)	8	16	24	32	40	48	7

Repetiţia IV

(22)	1	37	24	11	47	34	21
(23)	15	2	38	25	12	48	35
(24)	29	16	3	39	26	13	49
(25)	43	30	17	4	40	27	14
(26)	8	44	31	18	5	41	28
(27)	22	9	45	32	19	6	42
(28)	36	23	10	46	33	20	7

Repetiţia V

(29)	1	30	10	39	19	48	28
(30)	22	2	31	11	40	20	49
(31)	43	23	3	32	12	41	21
(32)	15	44	24	4	33	13	42
(33)	36	16	45	25	5	34	14
(34)	8	37	17	46	26	6	35
(35)	29	9	38	18	47	27	7

Repetiţia VI

(36)	1	23	45	18	40	13	35
(37)	29	2	24	46	19	41	14
(38)	8	30	3	25	47	20	42
(39)	36	9	31	4	26	48	21
(40)	15	37	10	32	5	27	49
(41)	43	16	38	11	33	6	28
(42)	22	44	17	39	12	34	7

Repetiţia VII

(43)	1	16	31	46	12	27	42
(44)	36	2	17	32	47	13	28
(45)	22	37	3	18	33	48	14
(46)	8	23	38	4	19	34	49
(47)	43	9	24	39	5	20	35
(48)	29	44	10	25	40	6	21
(49)	15	30	45	11	26	41	7

Repetiţia VIII

(50)	1	44	38	32	26	20	14
(51)	8	2	45	39	33	27	21
(52)	15	9	3	46	40	34	28
(53)	22	16	10	4	47	41	35
(54)	29	23	17	11	5	48	42
(55)	36	30	24	18	12	6	49
(56)	43	37	31	25	19	13	7

SCHEMA 10.55 — Grilaj balansat de tipul 7×7
$v = 49$, $k = 7$, $n = 8$, $b = 56$, $\lambda = 1$.

Blocul	Repetiţia I							
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8
(2)	9	10	11	12	13	14	15	16
(3)	17	18	19	20	21	22	23	24
(4)	25	26	27	28	29	30	31	32
(5)	33	34	35	36	37	38	39	40
(6)	41	42	43	44	45	46	47	48
(7)	49	50	51	52	53	54	55	56
(8)	57	58	59	60	61	62	63	64

Repetiţia II

(9)	1	9	17	25	33	41	49	57
(10)	2	10	18	26	34	42	50	58
(11)	3	11	19	27	35	43	51	59
(12)	4	12	20	28	36	44	52	60
(13)	5	13	21	29	37	45	53	61
(14)	6	14	22	30	38	46	54	62
(15)	7	15	23	31	39	47	55	63
(16)	8	16	24	32	40	48	56	64

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția III

(17)	1	10	19	28	37	46	55	64
(18)	9	2	51	44	61	30	23	40
(19)	17	50	3	36	29	62	15	48
(20)	25	42	35	4	21	14	63	56
(21)	33	58	27	20	5	54	47	16
(22)	41	26	59	12	53	5	39	24
(23)	49	18	11	60	45	38	7	32
(24)	57	34	43	52	13	22	31	8

Repetiția IV

(25)	1	18	27	44	13	62	39	56
(26)	17	2	35	60	53	46	31	16
(27)	25	34	3	12	45	54	23	64
(28)	41	58	11	4	29	22	55	40
(29)	9	50	43	28	5	38	63	24
(30)	57	42	51	20	37	6	15	32
(31)	33	26	10	52	61	14	7	48
(32)	49	10	59	36	21	30	47	8

Repetiția V

(33)	1	26	43	60	21	54	15	40
(34)	25	2	11	52	37	62	47	24
(35)	41	10	3	20	61	38	31	56
(36)	57	50	19	4	45	30	39	16
(37)	17	34	59	44	5	14	55	32
(38)	49	58	35	28	13	6	23	48
(39)	9	42	27	36	53	22	7	64
(40)	33	18	51	12	29	46	63	8

Repetiția VI

(41)	1	34	11	20	53	30	63	48
(42)	33	2	59	28	45	22	15	56
(43)	9	58	3	52	21	46	39	32
(44)	17	26	51	4	13	38	47	64
(45)	49	42	19	12	5	62	31	40
(46)	25	18	43	36	61	6	55	16
(47)	57	10	35	44	29	54	7	24
(48)	41	50	27	60	37	14	23	8

Repetiția VII

(49)	1	42	59	52	29	38	23	16
(50)	41	2	19	36	13	54	63	32
(51)	57	18	3	28	53	14	47	40
(52)	49	34	27	4	61	46	15	24
(53)	25	10	51	60	5	22	39	48
(54)	33	50	11	44	21	6	31	64
(55)	17	58	43	12	37	30	7	56
(56)	9	26	35	20	45	62	55	8

Repetiția VIII

(57)	1	50	35	12	61	22	47	32
(58)	49	2	43	20	29	14	39	64
(59)	33	42	3	60	13	30	55	24
(60)	9	18	59	4	37	54	31	48
(61)	57	26	11	36	5	46	23	56
(62)	17	10	27	52	45	6	63	40
(63)	41	34	51	28	21	62	7	16
(64)	25	58	19	44	53	38	15	8

Repetiția IX

(65)	1	58	51	36	45	14	31	24
(66)	57	2	27	12	21	38	58	48
(67)	49	26	3	44	37	22	63	16
(68)	33	10	43	4	53	62	23	32
(69)	41	18	35	52	5	30	15	64
(70)	9	34	19	60	29	6	47	56
(71)	25	50	59	20	13	46	7	40
(72)	17	42	11	28	61	54	39	8

SCHEMA 10.56 — Grilaj balansat de tipul 8 × 8
$v = 64,\ k = 8,\ n = 9,\ b = 72,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I								
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(2)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
(3)	19	20	21	22	23	24	25	26	27
(4)	28	29	30	31	32	33	34	35	36
(5)	37	38	39	40	41	42	43	44	45
(6)	46	47	48	49	50	51	52	53	54
(7)	55	56	57	58	59	60	61	62	63
(8)	64	65	66	67	68	69	70	71	72
(9)	73	74	75	76	77	78	79	80	81

	Repetiția II								
(10)	1	10	19	28	37	46	55	64	73
(11)	2	11	20	29	38	47	56	65	74
(12)	3	12	21	30	39	48	57	66	75
(13)	4	13	22	31	40	49	58	67	76
(14)	5	14	23	32	41	50	59	68	77
(15)	6	15	24	33	42	51	60	69	78
(16)	7	16	25	34	43	52	61	70	79
(17)	8	17	26	35	44	53	62	71	80
(18)	9	18	27	36	45	54	63	72	81

	Repetiția III								
(19)	1	20	12	58	77	69	34	53	45
(20)	10	2	21	67	59	78	43	35	54
(21)	19	11	3	76	68	60	52	44	36
(22)	28	47	39	4	23	15	61	80	72
(23)	37	29	48	13	5	24	70	62	81
(24)	46	38	30	22	14	6	79	71	63
(25)	55	74	66	31	50	42	7	26	18
(26)	64	56	75	40	32	51	16	8	27
(27)	73	65	57	49	41	33	25	17	9

	Repetiția IV								
(28)	1	11	21	31	41	51	61	71	81
(29)	19	2	12	49	32	42	79	62	72
(30)	10	20	3	40	50	33	70	80	63
(31)	55	65	75	4	14	24	34	44	54
(32)	73	56	66	22	5	15	52	35	45
(33)	64	74	57	13	23	6	43	53	36
(34)	28	38	48	58	68	78	7	17	27
(35)	46	29	39	76	59	69	25	8	18
(36)	37	47	30	67	77	60	16	26	9

	Repetiția V								
(37)	1	29	57	22	50	78	16	44	72
(38)	55	2	30	76	23	51	70	17	45
(39)	28	56	3	49	77	24	43	71	18
(40)	10	38	66	4	32	60	25	53	81
(41)	64	11	39	58	5	33	79	26	54
(42)	37	65	12	31	59	6	52	80	27
(43)	19	47	75	13	41	69	7	35	63
(44)	73	20	48	67	14	42	61	8	36
(45)	46	74	21	40	68	15	34	62	9

	Repetiția VI								
(46)	1	56	30	13	68	42	25	80	54
(47)	28	2	57	40	14	69	52	26	81
(48)	55	29	3	67	41	15	79	53	27
(49)	19	74	48	4	59	33	16	71	45
(50)	46	20	75	31	5	60	43	17	72
(51)	73	47	21	58	32	6	70	44	18
(52)	10	65	39	22	77	51	7	62	36
(53)	37	11	66	49	23	78	34	8	63
(54)	64	38	12	76	50	24	61	35	9

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția VII

55)	1	47	66	76	14	33	43	62	27
(56)	64	2	48	31	77	15	25	44	63
(57)	46	65	3	13	32	78	61	26	45
(58)	37	56	21	4	50	69	79	17	36
(59)	19	38	57	67	5	51	34	80	18
((60)	55	20	39	49	68	6	16	35	81
(61)	73	11	30	40	59	24	7	53	72
(62)	28	74	12	22	41	60	70	8	54
9) 3)	10	29	75	58	23	42	52	71	9

Repetiția VIII

(64)	1	74	39	67	32	24	52	17	63
(65)	37	2	75	22	68	33	61	53	18
(66)	73	38	3	31	23	69	16	62	54
(67)	46	11	57	4	77	42	70	35	27
(68)	55	47	12	40	5	78	25	71	36
(69)	10	56	48	76	41	6	34	26	72
(70)	64	29	21	49	14	60	7	80	45
(71)	19	65	30	58	50	15	43	8	81
(72)	28	20	66	13	59	51	79	44	9

Repetiția IX

(73)	1	65	48	40	23	60	79	35	18
(74)	46	2	66	58	41	24	16	80	36
(75)	64	47	3	22	59	42	34	17	81
(76)	73	29	12	4	68	51	43	26	63
(77)	10	74	30	49	5	69	61	44	27
(78)	28	11	75	67	50	6	25	62	45
(79)	37	20	57	76	32	15	7	71	54
(80)	55	38	21	13	77	33	52	8	72
81)	19	56	39	31	14	78	70	53	9

Repetiția X

(82)	1	38	75	49	59	15	70	26	36
(83)	73	2	39	13	50	60	34	71	27
(84)	37	74	3	58	14	51	25	35	72
(85)	64	20	30	4	41	78	52	62	18
(86)	28	65	21	76	5	42	16	53	63
(87)	19	29	66	40	77	6	61	17	54
(88)	46	56	12	67	23	33	7	44	81
(89)	10	47	57	31	68	24	79	8	45
(90)	55	11	48	22	32	69	43	80	9

SCHEMA 10.57 — Grilaj balansat de tipul 9 × 9

$v = 81,\ k = 9,\ n = 10,\ b = 90,\ \lambda = 1.$

10.2.1.2.3. Grilajul dreptunghiular

Grilajele dreptunghiulare au fost concepute de B. Harschbarger (1947). Ele se referă la un număr de $k(k+1)$ variante, așezate în blocuri de cîte k variante și cuprind 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110 etc. tratamente, deci un număr intermediar între patratele latine de tipul 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, 7×7, 8×8, 9×9, 10×10, 11×11 etc.

Grilajele dreptunghiulare se construiesc cu ajutorul patratelor latine cu $k+1$ rînduri și coloane în care fiecare literă din diagonala principală este diferită. Construim mai întîi un patrat latin apoi adăugăm la fiecare literă cîte un număr exceptînd literele din diagonala principală după cum se poate vedea mai jos

A	B_1	C_2	D_3
D_4	C	B_5	A_6
B_7	A_8	D	C_9
C_{10}	D_{11}	A_{12}	B

În prima repetiție așezăm într-un bloc toate numerele care se găsesc în același rînd al patratului latin, în repetiția a doua toate numerele care se află în aceeași coloană iar în repetiția a treia toate numerele atașate aceleași litere latine.

Blocul	Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III		
(1)	1	2	3	(1)	1	8	11	(1)	1	5	7
(2)	4	5	6	(2)	2	5	12	(2)	2	9	10
(3)	7	8	9	(3)	3	6	9	(3)	3	4	11
(4)	10	11	12	(4)	4	7	10	(4)	6	8	12

Trăsătura esențială a acestei așezări este aceea că nici o pereche de tratamente nu se găsește mai mult de o singură dată în același bloc.

Folosindu-se metoda de mai sus au fost construite schemele 10.58—10.64 (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957). Folosind numai primele două repetiții din fiecare schemă, obținem grilaje dreptunghiulare cu două repetiții. Repetînd de 2, 3 și 4 ori primele două repetiții din fiecare schemă obținem grilaje dreptunghiulare cu 4, 6 și 8 repetiții. Folosind toate trei repetițiile din fiecare schemă avem grilaje dreptunghiulare cu 3 repetiții. Repetînd de 2 și 3 ori cele 3 repetiții din fiecare schemă obținem grilaje cu 6 și 9 repetiții.

În cazul cînd la alcătuirea grilajelor pornim de la o schemă de bază cu două repetiții avem de a face cu grilaje dreptunghiulare simple, iar dacă pornim de la o schemă de structură cu trei repetiții — care reprezintă cazul cel mai frecvent — avem de a face cu grilaje dreptunghiulare triple.

Distribuția întîmplătoare pentru celelalte repetiții se obține randomizînd mai întîi blocurile separat și independent înăuntrul fiecărei repetiții apoi randomizînd tratamentele separat și independent în interiorul fiecărui bloc.

Blocul	Repetiția X			Repetiția Y				Repetiția Z			
X_1	1	2	3	Y_1	4	7	10	Z_1	6	8	12
X_2	4	5	6	Y_2	1	8	11	Z_2	2	9	10
X_3	7	8	9	Y_3	2	5	12	Z_3	3	4	11
X_4	10	11	12	Y_4	3	6	9	Z_4	1	5	7

SCHEMA 10.58 — Grilaj dreptunghiular de tipul 3 × 4
$v = 12,\ k = 3,\ n = 3,\ b = 12$

Blocul	Repetiția X				Repetiția Y				Repetiția Z			
X_1	1	2	3	4	Y_1	5	9	13	17	Z_1	8	11	15	18
X_2	5	6	7	8	Y_2	1	10	14	18	Z_2	2	9	16	20
X_3	9	10	11	12	Y_3	2	6	15	19	Z_3	4	7	14	17
X_4	13	14	15	16	Y_4	3	7	11	20	Z_4	1	5	12	19
X_5	17	18	19	20	Y_5	4	8	12	16	Z_5	3	6	10	13

SCHEMA 10.59 — Grilaj dreptunghiular de tipul 4 × 5
$v = 20,\ k = 4,\ n = 3,\ b = 15$

Blocul	Repetiția X					Repetiția Y						Repetiția Z					
X_1	1	2	3	4	5	Y_1	6	11	16	21	26	Z_1	7	13	19	25	27
X_2	6	7	8	9	10	Y_2	1	12	17	22	27	Z_2	5	14	16	23	29
X_3	11	12	13	14	15	Y_3	2	7	18	23	28	Z_3	1	8	20	21	30
X_4	16	17	18	19	20	Y_4	3	8	13	24	29	Z_4	2	9	15	22	26
X_5	21	22	23	24	25	Y_5	4	9	14	19	30	Z_5	3	10	11	17	28
X_6	26	27	28	29	30	Y_6	5	10	15	20	25	Z_6	4	6	12	18	24

SCHEMA 10.60 — Grilaj dreptunghiular de tipul 5 × 6;
$v = 30,\ k = 5,\ n = 3,\ b = 18$

Blocul	Repetiția X						Repetiția Y						
X_1	1	2	3	4	5	6	Y_1	7	13	19	25	31	37
X_2	7	8	9	10	11	12	Y_2	1	14	20	26	32	38
X_3	13	14	15	16	17	18	Y_3	2	8	21	27	33	39
X_4	19	20	21	22	23	24	Y_4	3	9	15	28	34	40
X_5	25	26	27	28	29	30	Y_5	4	10	16	22	35	41
X_6	31	32	33	34	35	36	Y_6	5	11	17	23	29	42
X_7	37	38	39	40	41	42	Y_7	6	12	18	24	30	36

	Repetiția Z					
Z_1	12	17	22	28	33	38
Z_2	2	13	24	29	35	40
Z_3	4	9	20	25	36	42
Z_4	6	11	16	27	32	37
Z_5	1	7	18	23	34	39
Z_6	3	8	14	19	30	41
Z_7	5	10	15	21	26	31

SCHEMA 10.61 — Grilaj dreptunghiular de tipul 6 × 7;
$v = 42,\ k = 6,\ n = 3,\ b = 21$

Blocul	Repetiția X							Repetiția Y							
X_1	1	2	3	4	5	6	7	Y_1	8	15	22	29	36	43	50
X_2	8	9	10	11	12	13	14	Y_2	1	16	23	30	37	44	51
X_3	15	16	17	18	19	20	21	Y_3	2	9	24	31	38	45	52
X_4	22	23	24	25	26	27	28	Y_4	3	10	17	32	39	46	53
X_5	29	30	31	32	33	34	35	Y_5	4	11	18	25	40	47	54
X_6	36	37	38	39	40	41	42	Y_6	5	12	19	26	33	48	55
X_7	43	44	45	46	47	48	49	Y_7	6	13	20	27	34	41	56
X_8	50	51	52	53	54	55	56	Y_8	7	14	21	28	35	42	49

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția Z

Z_1	9	17	25	33	41	49	51
Z_2	7	18	26	34	38	43	53
Z_3	1	10	27	35	36	47	55
Z_4	2	11	19	29	42	44	56
Z_5	3	12	20	28	37	45	50
Z_6	4	13	21	22	30	46	52
Z_7	5	14	15	23	31	39	54
Z_8	6	8	16	24	32	40	48

SCHEMA 10.62 — Grilaj dreptunghiular de tipul 7×8

$v = 56,\ k = 7,\ n = 3,\ b = 24$

Blocul	Repetiția X								Repetiția Y							
X_1	1	2	3	4	5	6	7	8	Y_1	9	17	25	33	41	49	57	65
X_2	9	10	11	12	13	14	15	16	Y_2	1	18	26	34	42	50	58	66
X_3	17	18	19	20	21	22	23	24	Y_3	2	10	27	35	43	51	59	67
X_4	25	26	27	28	29	30	31	32	Y_4	3	11	19	36	44	52	60	68
X_5	33	34	35	36	37	38	39	40	Y_5	4	12	20	28	45	53	61	69
X_6	41	42	43	44	45	46	47	48	Y_6	5	13	21	29	37	54	62	70
X_7	49	50	51	52	53	54	55	56	Y_7	6	14	22	30	38	46	63	71
X_8	57	58	59	50	61	62	63	64	Y_8	7	15	23	31	39	47	55	72
X_9	65	66	67	68	69	70	71	72	Y_9	8	16	24	32	40	48	56	64

Repetiția Z

Z_1	16	23	30	37	45	52	59	66
Z_2	2	17	32	39	46	54	61	68
Z_3	4	11	26	33	48	55	63	70
Z_4	6	13	20	35	42	49	64	72
Z_5	8	15	22	29	44	51	58	65
Z_6	1	9	24	31	38	53	60	67
Z_7	3	10	18	25	40	47	62	69
Z_8	5	12	19	27	34	41	56	71
Z_9	7	14	21	28	36	43	50	57

SCHEMA 10.63 — Grilaj dreptunghiular de tipul 8×9;

$v = 72,\ k = 8,\ n = 3,\ b = 27$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția X									Repetiția Y									
X_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Y_1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
X_2	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Y_2	1	20	29	38	47	56	65	74	83
X_3	19	20	21	22	23	24	25	26	27	Y_3	2	11	30	39	48	57	66	75	84
X_4	28	29	30	31	32	33	34	35	36	Y_4	3	12	21	40	49	58	67	76	85
X_5	37	38	39	40	41	42	43	44	45	Y_5	4	13	22	31	50	59	68	77	86
X_6	46	47	48	49	50	51	52	53	54	Y_6	5	14	23	32	51	60	69	78	87
X_7	55	56	57	58	59	60	61	62	63	Y_7	6	15	24	33	42	51	70	79	88
X_8	64	65	66	67	68	69	70	71	72	Y_8	7	16	25	34	43	52	61	80	89
X_9	73	74	75	76	77	78	79	80	81	Y_9	8	17	26	35	44	53	62	71	90
X_{10}	82	83	84	85	86	87	88	89	90	Y_{10}	9	18	27	36	45	54	63	72	81

	Repetiția Z								
Z_1	11	21	31	41	51	61	71	81	83
Z_2	9	22	32	42	52	62	64	76	84
Z_3	1	12	33	43	53	63	68	73	87
Z_4	2	13	23	44	54	55	65	79	89
Z_5	3	14	24	34	46	56	72	75	90
Z_6	4	15	25	35	45	57	67	74	82
Z_7	5	16	26	36	37	47	66	77	85
Z_8	6	17	27	28	38	48	58	78	86
Z_9	7	18	19	29	39	49	59	69	88
Z_{10}	8	10	20	30	40	50	60	70	80

SCHEMA 10.64 — Grilaj dreptunghiular de tipul 9 × 10

$v = 90$, $k = 9$, $n = 3$, $b = 30$

10.2.1.2.4. Grilajul cubic

Grilajele cubice, concepute de F. Y a t e s, sînt indicate pentru experiențele cu un număr foarte mare de variante, cum este cazul în ameliorarea plantelor. Numărul total de variante trebuie să fie un cub. Experiențele cuprind 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 și 1000 variante. Numărul de variante dintr-un bloc este egal cu rădăcina cubică din numărul total de variante adică 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 etc. Deoarece blocurile au un număr redus de variante, grilajele cubice se pretează foarte bine pentru experiențele cu un număr foarte mare de variante: pînă la 1 000 și chiar 1 331 sau 1 428.

Pentru a construi schema unui grilaj cubic, numărul k^3 variante se numerotează cu ajutorul unui cod din 3 cifre în care fiecare cifră ia toate valorile

de la 1 la k. Pentru $k^3 = 27$ tratamente, codul este următorul (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957):

Repetiția I

V	Codul	V	Codul	V	Codul
1	111	4	121	7	131
2	211	5	221	8	231
3	311	6	321	9	331
10	112	13	122	16	132
11	212	14	222	17	232
12	312	15	322	18	332
19	113	22	123	25	133
20	213	23	223	26	233
21	313	24	323	27	333

V reprezintă numărul tratamentului. Pentru primele k tratamente prima serie de cifre variază de la 1 la k, în timp ce ultimele două rămîn neschimbate (de exemplu 11). Pentru următoarele k tratamente prima serie de cifre variază de asemenea de la 1 la k iar celelalte două rămîn invariabile (de exemplu 21) și așa mai departe pînă la epuizarea tuturor tratamentelor.

Numărul repetițiilor este de obicei 3. Se pot însă executa experiențe și cu 6 sau 9 repetiții. În cadrul fiecărei repetiții numărul de k^3 variante se grupează în k^2 blocuri a k variante fiecare. În prima repetiție gruparea se face lăsînd ca prima serie de cifre să aibă valori de la 1 la k în fiecare bloc iar ultimele două serii să rămînă constante în cadrul fiecărui bloc. Așa de exemplu în schema prezentată mai sus cele 27 variante formează 9 grupe adică 9 blocuri, fiecare bloc avînd 3 variante. Blocul 1 cuprinde variantele 111, 211, 311, blocul 2 variantele 121, 221, 321, blocul 3 variantele 131, 231, 331 etc.

Pentru construirea repetiției a doua, prima și ultima serie de cifre rămîn constante în cadrul fiecărui bloc, în timp ce seria a doua ia valori de la 1 la k. După cum se poate vedea în schema 10.65 primul bloc are variantele 111, 121, 131, blocul al doilea variantele 211, 221, 231, iar ultimul bloc variantele 313, 323 și 333.

Pentru construirea repetiției a treia, prima și a doua serie de cifre rămîn invariabile în cadrul fiecărui bloc iar ultima serie variază de la 1 la k. Blocul (1) are variantele 111, 112, 113, blocul (2) variantele 211, 212, 213 iar blocul (9) variantele 331, 332 și 333 (Schema 10.65).

Repetiția II

Blocul (1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul
1	111	2	211	3	311	10	112	11	212
4	121	5	221	6	321	13	122	14	222
7	131	8	231	9	331	16	132	17	232

Scanned with OKEN Scanner

(6)		(7)		(8)		(9)	
V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul
12	312	19	113	20	213	21	313
15	322	22	123	23	223	24	323
18	332	25	133	26	233	27	333

Repetiția III

Blocul (1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul
1	111	2	211	3	311	4	121	5	221
10	112	11	212	12	312	13	122	14	222
19	113	20	213	21	313	22	123	23	223

(6)		(7)		(8)		(9)	
V	Codul	V	Codul	V	Codul	V	Codul
6	321	7	131	8	231	9	331
15	322	16	132	17	232	18	332
24	323	25	133	26	233	27	333

SCHEMA 10.65 — Grilaj cubic: 27 variante în repetițiile 2 și 3 (după W. G. Cochran și G. M. Cox).

În cursul experimentării putem păstra atît numerele originale ale tratamentelor cît și codurile acestora. Este însă mai simplu de a lucra numai cu codurile.

Grilajele cubice sînt indicate mai ales pentru experiențele cu un număr de variante mai mare de 100.

O regulă foarte importantă de care trebuie să ținem seama în cazul grilajului cubic este ca variantele din cadrul fiecărui bloc incomplet să fie cît se poate de omogene. Pe cît e posibil se cere ca blocurile din cadrul aceleiași repetiții să nu difere mult de la unul la altul, pentru a spori precizia comparațiilor dintre blocuri.

Distribuția accidentală a variantelor se realizează:
— randomizînd blocurile independent în cadrul fiecărei repetiții;
— randomizînd pozițiile numerelor ce compun codul, independent în cadrul fiecărui bloc;
— repartizînd variantele la coduri, la întîmplare.

Calculul statistic al experiențelor așezate după metoda grilajului cubic este arătat în lucrarea: F. Yates: „The recovery of inter-block information in variety trials arranged in three-dimensional lattices". Ann. Eugen. 9, 136—156, 1939, în care este prelucrat un exemplu cu 64 variante în 3 repetiții. De asemenea, este indicată metoda de calcul pentru experiențele cu 6 și 9 repetiții.

În lucrarea: I. F. Phipps et al. „The analysis of cubic lattice designs in varietal trials" Australian Coun. Sci. Ind. Res. Bull. 176, 1944 este arătată analiza statistică a unei experiențe cu 125 variante.

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.5. Metoda blocurilor incomplete balansate

Pentru descrierea acestei metode ne vom referi la un grilaj balansat de tipul 3×3 (Schema 10.52). Cele 9 variante ale grilajului susmenționat mai pot fi grupate și astfel:

1	2	3	4	1	4	8	9	2	5	6	8
1	2	5	6	1	5	7	9	3	5	8	9
1	2	7	8	2	3	8	9	4	6	7	9
1	3	5	7	2	4	5	9	3	4	5	6
1	4	6	8	2	6	7	9	3	6	7	8
1	3	6	9	2	3	4	7	4	5	7	8

Și în această schemă fiecare tratament se întîlnește tot cu alt tratament într-un bloc, dar nu o singură dată ca la grilajul balansat ci de 2—6 ori. O proprietate de bază a acestor așezări este că fiecare pereche de variante apare într-un bloc odată, de două ori, de trei ori sau chiar de patru pînă la șase ori. Această proprietate face ca aceeași eroare standard să poată fi utilizată la compararea fiecărei perechi de tratamente. Frecvența apariției unei perechi de variante într-un bloc se notează cu λ. Se înțelege că la grilajul balansat $\lambda = 1$ iar la metoda blocurilor incomplete balansate $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ adică în cadrul întregii experiențe aceeași pereche de variante se poate întîlni de 1—6 ori. Continuînd comparația cu grilajul balansat se constată că numărul blocurilor s-a mărit de la 12 la 18, deoarece în fiecare bloc se găsesc 4 tratamente în loc de 3. Totalul numerelor a crescut de la 36 la 72 deci s-a dublat, de unde rezultă că avem 8 repetiții în loc de 4 cîte sînt la grilajul balansat. Se mai constată că așezarea menționată nu are o structură simetrică, nu formează un grilaj. O astfel de așezare este desemnată cu denumirea de *așezare cu blocuri incomplete balansate*.

În timp ce la grilajele balansate este satisfăcută relația $v = k^2$, majoritatea așezărilor cu blocuri incomplete balansate nu posedă această proprietate, care este posibilă numai atunci cînd v este un multiplu al lui k. Grilajele balansate mai au proprietatea că blocurile pot fi grupate în repetiții pe cînd la majoritatea așezărilor cu blocuri incomplete balansate, variantele nu pot fi grupate în repetiții; puține așezări se bucură de proprietatea ca blocurile să poată fi grupate în două sau mai multe repetiții.

La majoritatea așezărilor blocurile au 6 variante sau mai puțin.

În comparație cu grilajele balansate, metoda blocurilor incomplete balansate prezintă următoarele avantaje:

a) Numărul variantelor din experiență nu mai trebuie să fie neapărat un patrat

b) Mărimea blocului nu mai este fixă;

c) Numărul variantelor dintr-un bloc poate fi mai mic decît $\sqrt{v}$, de unde rezultă că blocurile pot avea chiar două variante.

Distribuția accidentală a variantelor se obține:

— randomizînd blocurile; în cazul cînd blocurile sînt așezate în repetiții, randomizarea lor se face separat pentru fiecare repetiție în parte;

— randomizînd variantele în cadrul fiecărui bloc;

— repartizînd tratamentele la întîmplare la numerele din schemă.

Scanned with OKEN Scanner

La așezarea variantelor trebuie să ținem seama de două reguli: a) variantele care alcătuiesc același bloc incomplet să fie pe cît posibil omogene, b) în experiențele cu repetiții, blocurile asemănătoare se vor plasa mai departe unele de altele în cadrul aceleiași repetiții.

Metoda blocurilor incomplete balansate se recomandă la experiențele în vase din casa de vegetație, în care mărimea blocurilor este adesea condiționată de lățimea postamentului pe care sînt așezate vasele, la experiențele cu infecții artificiale îndeosebi cu virusuri, în care blocurile constau dintr-un număr mic de frunze ale unei plante, în experiențele de nutriție animală unde blocul poate fi alcătuit numai din unul sau două animale, în experiențele din pomicultură în care numărul redus de pomi omogeni ne obligă a lucra cu blocuri mici.

10.2.1.2.5.1. *Blocuri aranjate în repetiții.*

Prezentăm, după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957 cîteva scheme cu repetiții privind metoda blocurilor incomplete balansate.

Blocul	Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III		Repetiția IV		Repetiția V	
(1)	1	2	(4) 1	3	(7) 1	4	(10) 1	5	(13) 1	6
(2)	3	4	(5) 2	5	(8) 2	6	(11) 2	4	(14) 2	3
(3)	5	6	(6) 4	6	(9) 3	5	(12) 3	6	(15) 4	5

SCHEMA 10.66 — Blocuri incomplete balansate

$v = 6,\ k = 2,\ n = 5,\ b = 15\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV		
(1)	1	2	3	(3) 1	2	4	(5) 1	2	5	(7) 1	2	6
(2)	4	5	6	(4) 3	5	6	(6) 3	4	6	(8) 3	4	5

Repetiția V			Repetiția VI			Repetiția VII			Repetiția VIII		
(9)	1	3	4	(11) 1	3	5	(13) 1	3	6	(15) 1	4	5
(10)	2	5	6	(12) 2	4	6	(14) 2	4	5	(16) 2	3	6

Repetiția IX			Repetiția X		
(17)	1	4	6	(19) 1	5	6
(18)	2	3	5	(20) 2	3	4

SCHEMA 10.67 — Blocuri incomplete balansate;

$v = 6,\ k = 3,\ n = 10,\ b = 20,\ \lambda = 4.$

Blocul	Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III		Repetiția IV	
(1)	1	2	(5) 1	3	(9) 1	4	(13) 1	5
(2)	3	4	(6) 2	8	(10) 2	7	(14) 2	3
(3)	5	6	(7) 4	5	(11) 3	6	(15) 4	7
(4)	7	8	(8) 6	7	(12) 5	8	(16) 6	8

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția V		Repetiția VI		Repetiția VII	
(17)	1 6	(21)	1 7	(25)	1 8
(18)	2 4	(22)	2 6	(26)	2 5
(19)	3 8	(23)	3 5	(27)	3 7
(20)	5 7	(24)	4 8	(28)	4 6

SCHEMA 10.68 — Blocuri incomplete balansate;

$v = 8,\ k = 2,\ n = 7,\ b = 28,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I				Repetiția II				Repetiția III				Repetiția IV			
(1)	1	2	3	4	(3)	1	2	7	8	(5)	1	3	6	8	(7)	1	4	6	7
(2)	5	6	7	8	(4)	3	4	5	6	(6)	2	4	5	7	(8)	2	3	5	8

Repetiția V					Repetiția VI					Repetiția VII				
(9)	1	2	5	6	(11)	1	3	5	7	(13)	1	4	5	8
(10)	3	4	7	8	(12)	2	4	6	8	(14)	2	3	6	7

SCHEMA 10.69 — Blocuri incomplete balansate

$v = 8,\ k = 4,\ n = 7,\ b = 14,\ \lambda = 3$

Blocul	Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III		Repetiția IV		Repetiția V	
(1)	1	2	(6)	1 3	(11)	1 4	(16)	1 5	(21)	1 6
(2)	3	4	(7)	2 7	(12)	2 10	(17)	2 8	(22)	2 9
(3)	5	6	(8)	4 8	(13)	3 7	(18)	3 10	(23)	3 3
(4)	7	8	(9)	5 9	(14)	5 8	(19)	4 9	(24)	4 10
(5)	9	10	(10)	6 10	(15)	6 9	(20)	6 7	(25)	5 7

Repetiția VI		Repetiția VII		Repetiția VIII		Repetiția IX	
(26)	1 7	(31)	1 8	(36)	1 9	(41)	1 10
(27)	2 6	(32)	2 3	(37)	2 4	(42)	2 5
(28)	3 9	(33)	4 6	(38)	3 5	(43)	3 6
(29)	4 5	(34)	5 10	(39)	6 8	(44)	4 7
(30)	8 10	(35)	7 9	(40)	7 10	(45)	8 9

SCHEMA 10.70 — Blocuri incomplete balansate

$v = 10,\ k = 2,\ n = 9,\ b = 45,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV			
(1)	1	2	3	(6)	1	4	5	(11)	1	6	7	(16)	1 8 9
(2)	4	8	12	(7)	2	8	10	(12)	2	9	11	(17)	2 13 15
(3)	5	10	15	(8)	3	13	14	(13)	3	12	15	(18)	3 4 7
(4)	6	11	13	(9)	6	9	15	(14)	4	10	14	(19)	5 11 14
(5)	7	9	14	(10)	7	11	12	(15)	5	8	13	(20)	6 10 12

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția V				Repetiția VI				Repetiția VII			
(21)	1	10	11	(26)	1	12	13	(31)	1	14	15
(22)	2	12	14	(27)	2	5	7	(32)	2	4	6
(23)	3	5	6	(28)	3	9	10	(33)	3	8	11
(24)	4	9	13	(29)	4	11	15	(34)	5	9	12
(25)	7	8	15	(30)	6	8	14	(35)	7	10	13

SCHEMA 10.71 — Blocuri incomplete balansate

$v = 15, k = 3, n = 7, b = 35, \lambda = 1.$

Blocul	Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV		
(1)	1	2	3	(8)	1	4	15	(15)	1	5	17	(22)	1	6	9
(2)	4	5	6	(9)	2	5	11	(16)	2	4	14	(23)	2	7	16
(3)	7	8	9	(10)	3	9	16	(17)	3	7	11	(24)	3	8	21
(4)	10	11	12	(11)	6	17	20	(18)	6	10	19	(25)	4	17	19
(5)	13	14	15	(12)	7	12	19	(19)	8	16	20	(26)	5	10	13
(6)	16	17	18	(13)	8	13	18	(20)	9	15	18	(27)	11	15	20
(7)	19	20	21	(14)	10	14	21	(21)	12	13	21	(28)	12	14	18

Repetiția V				Repetiția VI				Repetiția VII				Repetiția VIII			
(29)	1	7	21	(36)	1	8	10	(43)	1	11	18	(50)	1	12	20
(30)	2	13	17	(37)	2	18	19	(44)	2	10	20	(51)	2	6	8
(31)	3	10	18	(38)	3	15	17	(45)	3	5	12	(52)	3	14	19
(32)	4	8	11	(39)	4	12	16	(46)	4	9	13	(53)	4	18	21
(33)	5	16	19	(40)	5	9	21	(47)	6	16	21	(54)	5	7	15
(34)	6	12	15	(41)	6	11	14	(48)	7	14	17	(55)	9	10	17
(35)	9	14	20	(42)	7	13	20	(49)	8	15	19	(56)	11	13	16

Repetiția IX				Repetiția X			
(57)	1	13	19	(64)	1	14	16
(58)	2	9	12	(65)	2	15	21
(59)	3	4	20	(66)	3	6	13
(60)	5	8	14	(67)	4	7	10
(61)	6	7	18	(68)	5	18	20
(62)	10	15	16	(69)	8	12	17
(63)	11	17	21	(70)	9	11	19

SCHEMA 10.72 — Blocuri incomplete balansate;

$v = 21, k = 3, n = 10, b = 70, \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I				Repetiția II				Repetiția III			
(1)	28	1	10	19	(8)	28	2	11	20	(15)	28	3	12	21
(2)	2	9	13	16	(9)	3	1	14	17	(16)	4	2	15	18
(3)	3	8	11	18	(10)	4	9	12	10	(17)	5	1	13	11
(4)	4	7	23	24	(11)	5	8	24	25	(18)	6	9	25	26
(5)	5	6	20	27	(12)	6	7	21	19	(19)	7	8	22	20
(6)	12	17	22	25	(13)	13	18	23	26	(20)	14	10	24	27
(7)	14	15	21	26	(14)	15	16	22	27	(21)	16	17	23	19
	Repetiția IV				Repetiția V				Repetiția VI			
(22)	28	4	13	22	(29)	28	5	14	23	(36)	28	6	15	24
(23)	5	3	16	10	(30)	6	4	17	11	(37)	7	5	18	12
(24)	6	2	14	12	(31)	7	3	15	13	(38)	8	4	16	14
(25)	7	1	26	27	(32)	8	2	27	19	(39)	9	3	19	20
(26)	8	9	23	21	(33)	9	1	24	22	(40)	1	2	25	23
(27)	15	11	25	19	(34)	16	12	26	20	(41)	17	13	24	21
(28)	17	18	24	20	(35)	18	10	25	21	(42)	10	11	26	22
	Repetiția VII				Repetiția VIII				Repetiția IX			
(43)	28	7	16	25	(50)	28	8	17	26	(57)	28	9	18	27
(44)	8	6	10	13	(51)	9	7	11	14	(58)	1	8	12	15
(45)	9	5	17	15	(52)	1	6	18	16	(59)	2	7	10	17
(46)	1	4	20	21	(53)	2	5	21	22	(60)	3	6	22	23
(47)	2	3	26	24	(54)	3	4	27	25	(61)	4	5	19	26
(48)	18	14	19	22	(55)	10	15	20	23	(62)	11	16	21	24
(49)	11	12	27	23	(56)	12	13	19	24	(63)	13	14	20	25

SCHEMA 10.72 — Blocuri incomplete balansate;

$v = 28,\ k = 4,\ n = 9,\ b = 63,\ \lambda = 1$

10.2.1.2.5.2. *Blocuri aranjate în grupe de repetiții*

Dăm după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957 și după M. K. Rupp 1952 cîteva scheme de așezări cu blocuri aranjate în grupe de repetiții.

Blocul	Rep. I și II				Rep. III și IV				Rep. V și VI				
(1)	1	2	3	4	(4)	1	2	3	5	(7)	1	2	3	6
(2)	1	4	5	6	(5)	1	2	4	6	(8)	1	3	4	5
(3)	2	3	5	6	(6)	3	4	5	6	(9)	2	4	5	6

Rep. VII şi VIII					Rep. IX şi X				
(10)	1	2	4	5	(13)	1	2	5	6
(11)	1	3	5	6	(14)	1	3	4	6
(12)	2	3	4	6	(15)	2	3	4	5

SCHEMA 10.73 — Blocuri incomplete balansate

$v = 6,\ k = 4,\ n = 10,\ b = 15,\ \lambda = 6$

Blocul	Rep. I şi II		Rep. III şi IV		Rep. V şi VI	
(1)	1	2	(8)	1 3	(15)	1 4
(2)	2	6	(9)	2 4	(16)	2 3
(3)	3	4	(10)	3 5	(17)	3 6
(4)	4	7	(11)	4 6	(18)	4 5
(5)	1	5	(12)	5 7	(19)	2 5
(6)	5	6	(13)	1 6	(20)	6 7
(7)	3	7	(14)	2 7	(21)	1 7

SCHEMA 10.74 — Blocuri incomplete balansate

$v = 7,\ k = 2,\ n = 6,\ b = 21,\ \lambda = 1$

Blocul	Rep. I şi II		Rep. III şi IV		Rep. V şi VI	
(1)	1	2	(10)	1 3	(19)	1 4
(2)	2	8	(11)	2 5	(20)	2 6
(3)	3	4	(12)	3 6	(21)	2 3
(4)	4	7	(13)	4 9	(22)	4 5
(5)	5	6	(14)	5 8	(23)	5 7
(6)	1	6	(15)	6 7	(24)	6 8
(7)	3	7	(16)	1 7	(25)	7 9
(8)	8	9	(17)	4 8	(26)	1 8
(9)	5	9	(18)	2 9	(27)	3 9

Rep. VII şi VIII				
(28)	1	5	(33)	6 9
(29)	2	4	(34)	2 7
(30)	3	8	(35)	7 8
(31)	4	6	(36)	1 9
(32)	3	5		

SCHEMA 10.75 — Blocuri incomplete balansate

$v = 9,\ k = 2,\ n = 8,\ b = 36,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Rep. I, II, III și IV				Rep. V, VI, VII și VIII				
(1)	1	4	6	7	(10)	1	2	5	7
(2)	2	6	8	9	(11)	2	3	5	6
(3)	1	3	8	9	(12)	3	4	7	9
(4)	1	2	3	4	(13)	1	2	4	9
(5)	1	5	7	8	(14)	1	5	6	9
(6)	4	5	6	9	(15)	1	3	6	8
(7)	2	3	6	7	(16)	4	6	7	8
(8)	2	4	5	8	(17)	3	4	5	8
(9)	3	5	7	9	(18)	2	7	8	9

SCHEMA 10.76 — Blocuri incomplete balansate

$v = 9,\ k = 4,\ n = 8,\ b = 18,\ \lambda = 3$

Blocul	Rep. I, II, III, IV, V					Rep. VI, VII, VIII, IX, X					
(1)	1	2	3	7	8	(10)	1	2	3	5	9
(2)	1	2	4	6	8	(11)	1	2	5	6	8
(3)	2	3	5	8	9	(12)	1	3	4	5	6
(4)	2	3	4	6	9	(13)	2	3	4	7	8
(5)	1	3	4	5	7	(14)	2	4	5	7	9
(6)	2	4	5	6	7	(15)	3	5	6	7	8
(7)	1	3	6	7	9	(16)	1	4	7	8	9
(8)	1	4	5	8	9	(17)	3	4	6	8	9
(9)	5	6	7	8	9	(18)	1	2	6	7	9

SCHEMA 10.77 — Blocuri incomplete balansate

$v = 9,\ k = 5,\ n = 10,\ b = 18,\ \lambda = 5$

Blocul	Rep. I și II						Rep. III și IV					
(1)	1	2	4	5	7	8	(4)	1	2	5	6	7	9
(2)	2	3	5	6	8	9	(5)	1	3	4	5	8	9
(3)	1	3	4	6	7	9	(6)	2	3	4	6	7	8
	Rep. V și VI						Rep. VII și VIII					
(7)	1	3	5	6	7	8	(10)	4	5	6	7	8	9
(8)	1	2	4	6	8	9	(11)	1	2	3	4	5	6
(9)	2	3	4	5	7	9	(12)	1	2	3	7	8	9

SCHEMA 10. 78 — Blocuri incomplete balansate

$v = 9,\ k = 6,\ n = 8,\ b = 12,\ \lambda = 5.$

Scanned with OKEN Scanner

Bl. Rep. I, II şi III				Rep. IV, V şi VI				Rep. VII, VIII şi IX			
(1)	1	2	3	(11)	1	2	4	(21)	1	3	5
(2)	2	5	8	(12)	2	3	6	(22)	2	6	7
(3)	3	4	7	(13)	3	4	8	(23)	3	8	9
(4)	1	4	6	(14)	4	5	9	(24)	2	4	10
(5)	5	7	8	(15)	1	5	7	(25)	3	5	6
(6)	4	6	9	(16)	6	8	9	(26)	1	6	8
(7)	1	7	9	(17)	3	7	10	(27)	2	7	9
(8)	2	8	10	(18)	1	8	10	(28)	4	7	8
(9)	3	9	10	(19)	2	5	9	(29)	1	9	10
(10)	5	6	10	(20)	6	7	10	(30)	4	5	10

SCHEMA 10.79 — Blocuri incomplete balansate

$v = 10,\ k = 3,\ n = 9,\ b = 30,\ \lambda = 2$

Bl. Rep. I şi II			Rep. III şi IV			Rep. V şi VI			Rep. VII şi VIII		
(1)	1	2	(12)	1	3	(23)	1	4	(34)	1	5
(2)	2	11	(13)	2	6	(24)	2	3	(35)	2	9
(3)	3	10	(14)	3	5	(25)	3	7	(36)	3	6
(4)	4	5	(15)	4	10	(26)	4	6	(37)	2	4
(5)	5	6	(16)	5	9	(27)	5	10	(38)	5	7
(6)	6	7	(17)	6	8	(28)	6	9	(39)	6	10
(7)	1	7	(18)	2	7	(29)	7	11	(40)	7	8
(8)	3	8	(19)	1	8	(30)	2	8	(41)	4	8
(9)	4	9	(20)	7	9	(31)	1	9	(42)	9	11
(10)	9	10	(21)	10	11	(32)	8	10	(43)	1	10
(11)	8	11	(22)	4	11	(33)	5	11	(44)	3	11

Rep. IX şi X

(45)	1	6	(48)	4	7	(51)	7	10	(54)	2	10
(46)	2	5	(49)	5	8	(52)	8	9	(55)	1	11
(47)	3	4	(50)	6	11	(53)	3	9			

SCHEMA 10.80 — Blocuri incomplete balansate

$v = 11,\ k = 2,\ n = 10,\ b = 55,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Rep. I, II și II			Rep. IV, V și VI		
(1)	1	3	9	(14)	2	5	6
(2)	2	4	10	(15)	3	6	7
(3)	3	5	11	(16)	4	7	8
(4)	4	6	12	(17)	5	8	9
(5)	5	7	13	(18)	6	9	10
(6)	1	6	8	(19)	7	10	11
(7)	2	7	9	(20)	8	11	12
(8)	3	8	10	(21)	9	12	13
(9)	4	9	11	(22)	1	10	13
(10)	5	10	12	(23)	1	2	11
(11)	6	11	13	(24)	2	3	12
(12)	1	7	12	(25)	3	4	13
(13)	2	8	13	(26)	1	4	5

SCHEMA 10.81 — Blocuri incomplete balansate

$v = 13,\ k = 3,\ n = 6,\ b = 26,\ \lambda = 1.$

Blocul	Rep. I, II și III						Rep, IV, V și VI						Rep. VII, VIII, IX					
(1)	1	2	5	6	11	12	(9)	1	3	6	8	13	15	(17)	1	4	5	8	10	11
(2)	3	4	7	8	9	10	(10)	2	4	5	7	14	16	(18)	2	3	6	7	9	12
(3)	5	6	9	10	13	14	(11)	5	7	9	11	13	15	(19)	5	8	9	12	13	16
(4)	7	8	11	12	15	16	(12)	6	8	10	12	14	16	(20)	1	4	6	7	13	16
(5)	1	2	9	10	15	16	(13)	2	4	6	8	9	11	(21)	1	4	9	12	14	15
(6)	3	4	11	12	13	14	(14)	1	3	5	7	10	12	(22)	6	7	10	11	14	15
(7)	1	2	7	8	13	14	(15)	2	4	10	12	13	15	(23)	2	3	10	11	13	16
(8)	3	4	5	6	15	16	(16)	1	3	9	11	14	16	(24)	2	3	5	8	14	15

SCHEMA 10.82 — Blocuri incomplete balansate

$v = 16,\ k = 6,\ n = 9,\ b = 24.\ \lambda = 3$

10.2.1.2.5.3. *Blocuri nearanjate în repetiții sau grupe de repetiții*

Iată cîteva scheme de așezări cu blocurile nearanjate în repetiții sau grupe de repetiții (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957).

Blocul						
(1)	1	2	5	(6)	2	3	4
(2)	1	2	6	(7)	2	3	5
(3)	1	3	4	(8)	2	4	6
(4)	1	3	6	(9)	3	5	6
(5)	1	4	5	(10)	4	5	6

SCHEMA 10.83 — Blocuri incomplete balansate

$v = 6,\ k = 3,\ n = 5,\ b = 10,\ \lambda = 2$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul														
(1)	1	2	3	4	(6)	1	6	8	10	(11)	3	5	9	10
(2)	1	2	5	6	(7)	2	3	6	9	(12)	3	6	7	10
(3)	1	3	7	8	(8)	2	4	7	10	(13)	3	4	5	8
(4)	1	4	9	10	(9)	2	5	8	10	(14)	4	5	6	7
(5)	1	5	7	9	(10)	2	7	8	9	(15)	4	6	8	9

SCHEMA 10.84 — Blocuri incomplete balansate

$v = 10,\ k = 4,\ n = 6,\ b = 15,\ \lambda = 2$

Blocul																
(1)	1	2	3	4	5	(7)	1	4	5	6	10	(13)	2	5	6	8	10
(2)	1	2	3	6	7	(8)	1	4	8	9	10	(14)	2	6	7	9	10
(3)	1	2	4	6	9	(9)	1	5	7	9	10	(15)	3	4	6	7	10
(4)	1	2	5	7	8	(10)	2	3	4	8	10	(16)	3	4	5	7	9
(5)	1	3	6	8	9	(11)	2	3	5	9	10	(17)	3	5	6	8	9
(6)	1	3	7	8	10	(12)	2	4	7	8	9	(18)	4	5	6	7	8

SCHEMA 10.85 — Blocuri incomplete balansate

$v = 10,\ k = 5,\ n = 9,\ b = 18,\ \lambda = 4$

Blocul																		
(1)	1	2	4	5	8	9	(6)	2	3	4	6	8	10	(11)	1	4	5	7	8	10
(2)	5	6	7	8	9	10	(7)	1	2	6	7	9	10	(12)	1	2	3	5	7	10
(3)	2	4	5	6	9	10	(8)	1	3	5	6	8	9	(13)	2	3	5	6	7	8
(4)	1	2	4	6	7	8	(9)	1	2	3	8	9	10	(14)	1	3	4	5	6	10
(5)	3	4	7	8	9	10	(10)	2	3	4	5	7	9	(15)	1	3	4	6	7	8

SCHEMA 10.86 — Blocuri incomplete balansate

$v = 10,\ k = 6,\ n = 9,\ b = 15,\ \lambda = 5$

Blocul																		
(1)	2	5	10	11	17	19	20	(7)	1	4	9	10	16	18	19
(2)	3	6	11	12	18	20	21	(8)	3	4	8	13	17	19	20
(3)	4	7	12	13	19	21	15	(9)	4	5	9	14	18	20	21
(4)	5	1	13	14	20	15	16	(10)	5	6	10	8	19	21	15
(5)	6	2	14	8	21	16	17	(11)	6	7	11	9	20	15	16
(6)	7	3	8	9	15	17	18	(12)	7	1	12	10	21	16	17

Scanned with OKEN Scanner

(13)	1	2	13	11	15	17	18
(14)	2	3	14	12	16	18	19
(15)	1	6	9	12	17	19	20
(16)	2	7	10	13	18	20	21
(17)	3	1	11	14	19	21	15
(18)	4	2	12	8	20	15	16
(19)	5	3	13	9	21	16	17
(20)	6	4	14	10	15	17	18
(21)	7	5	8	11	16	18	19

(22)	1	2	4	8	9	11	21
(23)	2	3	5	9	10	12	15
(24)	3	4	6	10	11	13	16
(25)	4	5	7	11	12	14	17
(26)	5	6	1	12	13	8	18
(27)	6	7	2	13	14	9	19
(28)	7	1	3	14	8	10	20
(29)	1	2	3	4	5	6	7
(30)	8	9	10	11	12	13	14

SCHEMA 10.87 — Blocuri incomplete balansate

$v = 21,\ k = 7,\ n = 10,\ b = 30,\ \lambda = 3$

Blocul							
(1)	4	7	8	9	14	23	28
(2)	1	5	9	10	11	15	24
(3)	6	8	13	15	16	18	21
(4)	7	12	13	17	22	24	25
(5)	4	10	16	17	20	26	27
(6)	2	11	18	19	22	26	28
(7)	1	3	6	12	19	23	27
(8)	2	3	5	14	20	21	25
(9)	1	2	8	10	12	16	25
(10)	2	3	6	9	11	13	17
(11)	4	5	12	13	15	19	26
(12)	3	7	16	18	19	20	24
(13)	6	10	14	21	22	24	26
(14)	11	15	20	22	23	25	27
(15)	1	5	17	18	21	27	28
(16)	2	7	9	12	21	26	27
(17)	3	8	10	13	22	27	28
(18)	6	12	14	15	17	20	28

(19)	4	8	11	17	19	21	25
(20)	1	13	14	18	23	25	26
(21)	2	4	5	6	16	22	23
(22)	3	4	10	11	12	14	18
(23)	1	9	14	16	17	19	22
(24)	1	2	4	13	20	24	28
(25)	3	5	8	17	23	24	26
(26)	5	6	7	10	19	25	28
(27)	1	6	7	8	11	20	26
(28)	9	10	13	19	20	21	23
(29)	2	8	14	15	19	24	27
(30)	3	9	15	16	25	26	28
(31)	5	8	9	12	18	20	22
(32)	11	12	16	21	23	24	28
(33)	1	3	4	7	15	21	22
(34)	5	7	11	13	14	16	27
(35)	4	6	9	18	24	25	27
(36)	2	7	10	15	17	18	23

SCHEMA 10.88 — Blocuri incomplete balansate

$v = 28,\ k = 7,\ n = 9,\ b = 36,\ \lambda = 2$

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.5.4. *Experiențe de tipul $v = b$*

Blocul						Blocul					
(1)	1	2	3	5	8	(7)	7	8	9	11	3
(2)	2	3	4	6	9	(8)	8	9	10	1	4
(3)	3	4	5	7	10	(9)	9	10	11	2	5
(4)	4	5	6	8	11	(10)	10	11	1	3	6
(5)	5	6	7	9	1	(11)	11	1	2	4	7
(6)	6	7	8	10	2						

SCHEMA 10.89 — Blocuri incomplete balansate

$v = 11,\ k = 5,\ n = 5,\ b = 11,\ \lambda = 2$

Blocul							Blocul						
(1)	4	6	7	9	10	11	(7)	1	2	4	5	6	10
(2)	1	5	7	8	10	11	(8)	2	3	5	6	7	11
(3)	1	2	6	8	9	11	(9)	1	3	4	6	7	8
(4)	1	2	3	7	9	10	(10)	2	4	5	7	8	9
(5)	2	3	4	8	10	11	(11)	3	5	6	8	9	10
(6)	1	3	4	5	9	11							

SCHEMA 10.90 — Blocuri incomplete balansate

$v = 11,\ k = 6,\ n = 6,\ b = 11,\ \lambda = 3$

Blocul					Blocul				Blocul			
(1)	1	2	4	10	(6)	6	7	9	2	(11)	11	12	1	7
(2)	2	3	5	11	(7)	7	8	10	3	(12)	12	13	2	8
(3)	3	4	6	12	(8)	8	9	11	4	(13)	13	1	3	9
(4)	4	5	7	13	(9)	9	10	12	5					
(5)	5	6	8	1	(10)	10	11	13	6					

SCHEMA 10.91 — Blocuri incomplete balansate

$v = 13,\ k = 4,\ n = 4,\ b = 13,\ \lambda = 1$

Blocul										Blocul									
(1)	3	5	6	7	8	9	11	12	13	(8)	1	2	3	5	6	7	10	12	13
(2)	1	4	6	7	8	9	10	12	13	(9)	1	2	3	4	6	7	8	11	13
(3)	1	2	5	7	8	9	10	11	13	(10)	1	2	3	4	5	7	8	9	12
(4)	1	2	3	6	8	9	10	11	12	(11)	2	3	4	5	6	8	9	10	13
(5)	2	3	4	7	9	10	11	12	13	(12)	1	3	4	5	6	7	9	10	11
(6)	1	3	4	5	8	10	11	12	13	(13)	2	4	5	6	7	8	10	11	12
(7)	1	2	4	5	6	9	11	12	13										

SCHEMA 10.92 — Blocuri incomplete balansate

$v = 13,\ k = 9,\ n = 9,\ b = 13,\ \lambda = 6$

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.5.5. *Experiențe mici*

Prezentăm cîteva scheme după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957.

Blocul	Rep. I		Rep. II		Rep. III	
(1)	1	2	(3)	1 3	(5)	1 4
(2)	3	4	(4)	2 4	(6)	2 3

SCHEMA 10.93 — Blocuri incomplete balansate;

$v = 4,\ k = 2,\ n = 3,\ b = 6,\ \lambda = 1$

Bloc.	Rep. I și II		Rep. III și VI	
(1)	1	2	(6)	1 4
(2)	3	4	(7)	2 3
(3)	2	5	(8)	3 5
(4)	1	3	(9)	1 5
(5)	4	5	(10)	2 4

SCHEMA 10.94 — Blocuri incomplete balansate

$v = 5,\ k = 2,\ n = 4,\ b = 10,\ \lambda = 1$

Blocul	Rep. I, II, III			Rep. IV, V, VI		
(1)	1	2	3	(6)	1	2 4
(2)	1	2	5	(7)	1	3 4
(3)	1	4	5	(8)	1	3 5
(4)	2	3	4	(9)	2	3 5
(5)	3	4	5	(10)	2	4 5

SCHEMA 10.95 — Blocuri incomplete balansate

$v = 5,\ k = 3,\ n = 6,\ b = 10,\ \lambda = 3$

Blocul												
(1)	1	2	4	(3)	3	4	6	(5)	5	6	1	(7) 7 1 3
(2)	2	3	5	(4)	4	5	7	(6)	5	7	2	

SCHEMA 10.96 — Blocuri incomplete balansate

$v = 7,\ k = 3,\ n = 3,\ b = 7,\ \lambda = 1$

Blocul												
(1)	3	5	6	7	(4)	1	2	3	6	(7)	2	4 5 6
(2)	1	4	6	7	(5)	2	3	4	7			
(3)	1	2	5	7	(6)	1	3	4	5			

SCHEMA 10.96 — Blocuri incomplete balansate.

$n = 7,\ k = 4,\ n = 4,\ b = 7,\ \lambda = 2$

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.6. Patratul lui Youden

Majoritatea așezărilor de acest tip au fost preconizate de W. Youden (1937, 1940), de unde și denumirea de pătrate ale lui Youden. Ele permit o dublă eliminare a erorilor sistematice ca și patratele latine, cu singura deosebire că în cazul acestor patrate nu se respectă restricția ca numărul repetițiilor să fie egal cu cel al tratamentelor. Un pătrat latin cu 13 variante se folosește rar, deoarece necesită 13 repetiții, în timp ce un patrat al lui Youden cu 13 variante se poate folosi mult mai ușor, deoarece necesită fie 4, fie 9 repetiții.

Caracteristic pentru patratele lui Youden este faptul că fiecare variantă apare o singură dată într-o coloană (repetiție) iar fiecare pereche de tratamente are aceeași frecvență în cadrul unui bloc.

Diferențele dintre coloane se elimină prin compararea variantelor, iar diferențele dintre blocuri prin ajustarea mediilor variantelor în același mod ca la metoda blocurilor incomplete balansate.

Există 3 categorii de patrate ale lui Youden.

În prima categorie intră patratele lui Youden propriu-zise care se construiesc prin omiterea unor coloane dintr-un patrat latin obișnuit. La acestea, k este totdeauna egal cu n.

A doua categorie se formează prin adăugarea unui patrat latin incomplet la un patrat latin complet. Așezările de acest gen se folosesc atunci cînd încercăm un număr mic de variante.

A treia categorie cuprinde patratele lui Youden extinse, care se construiesc prin aranjarea a două sau mai multe părți ale unui patrat latin, în așa fel încît întreaga așezare capătă proprietățile așezărilor cu blocuri incomplete balansate, exceptînd părțile individuale.

10.2.1.2.6.1. *Patratul lui Youden propriu-zis*

Prezentăm o serie de scheme după W. G. Cochran și G. M. Cox (1957).

	Repetiția		
Blocul	I	II	III
(1)	7	1	3
(2)	1	2	4
(3)	2	3	5
(4)	3	4	6
(5)	4	5	7
(6)	5	6	1
(7)	6	7	2

SCHEMA 10.97 — Patratul lui Youden propriu zis;

$v = 7,\ k = 3,\ n = 3,\ b = 7,\ \lambda = 1$

	Repetiția			
Blocul	I	II	III	IV
(1)	3	5	6	7
(2)	4	6	7	1
(3)	5	7	1	2
(4)	6	1	2	3
(5)	7	2	3	4
(6)	1	3	4	5
(7)	2	4	5	6

SCHEMA 10.98 — Patratul lui Youden propriu-zis:

$v = 7,\ k = 4,\ n = 4,\ b = 7,\ \lambda = 2$

	Repetiția				
Blocul	I	II	III	IV	V
(1)	1	2	3	4	5
(2)	7	1	6	10	3
(3)	9	8	1	6	2
(4)	11	9	7	1	4
(5)	10	11	5	8	1
(6)	8	7	2	3	11
(7)	2	6	4	11	10
(8)	6	3	11	5	9
(9)	3	4	10	9	8
(10)	5	10	9	2	7
(11)	4	5	8	7	6

SCHEMA 10.99 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 11,\ k = 5,\ n = 5,\ b = 11,\ \lambda = 2$

	Repetiția					
Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(1)	6	7	8	9	10	11
(2)	5	8	4	11	2	9
(3)	4	5	7	3	11	10
(4)	3	10	2	6	5	8
(5)	2	3	9	7	4	6
(6)	1	6	10	4	9	5

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția					
Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(7)	9	1	3	5	8	7
(8)	8	2	1	10	7	4
(9)	7	11	5	1	6	2
(10)	11	4	6	8	1	3
(11)	10	9	11	2	3	1

SCHEMA 10.100 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 11,\ k = 6,\ n = 6,\ b = 11,\ \lambda = 3$

	Repetiția			
Blocul	I	II	III	IV
(1)	13	1	3	9
(2)	1	2	4	10
(3)	2	3	5	11
(4)	3	4	6	12
(5)	4	5	7	13
(6)	5	6	8	1
(7)	6	7	9	2
(8)	7	8	10	3
(9)	8	9	11	4
(10)	9	10	12	5
(11)	10	11	13	6
(12)	11	12	1	7
(13)	12	13	2	8

SCHEMA 10.101. — Patratul lui Youden propriu-zis;

$v = 13,\ k = 4,\ n = 4,\ b = 13,\ \lambda = 1$

	Repetiția								
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(1)	2	5	6	7	9	10	11	12	13
(2)	3	6	7	8	10	11	12	13	1
(3)	4	7	8	9	11	12	13	1	2
(4)	5	8	9	10	12	13	1	2	3
(5)	6	9	10	11	13	1	2	3	4
(6)	7	10	11	12	1	2	3	4	5

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția								
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(7)	8	11	12	13	2	3	4	5	6
(8)	9	12	13	1	3	4	5	6	7
(9)	10	13	1	2	4	5	6	7	8
(10)	11	1	2	3	5	6	7	8	9
(11)	12	2	3	4	6	7	8	9	10
(12)	13	3	4	5	7	8	9	10	11
(13)	1	4	5	6	8	9	10	11	12

SCHEMA 10.102 — Patratul lui Youden propriu-zis;
$v = 13,\ k = 9,\ n = 9,\ b = 13,\ \lambda = 6$

	Repetiția						
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	13	8	12	6	7	1	9
(2)	5	14	10	7	12	2	8
(3)	15	12	11	5	8	3	6
(4)	12	11	6	9	2	4	14
(5)	4	5	8	1	14	9	15
(6)	11	9	7	2	13	15	5
(7)	1	2	3	4	5	6	7
(8)	2	3	1	13	15	14	12
(9)	8	6	4	15	10	13	2
(10)	10	4	5	11	1	12	13
(11)	9	13	14	10	6	5	3
(12)	14	7	13	3	4	8	11
(13)	7	15	9	12	3	10	4
(14)	3	1	2	8	9	11	10
(15)	6	10	15	14	11	7	1

SCHEMA 10.103 — Patratul lui Youden propriu-zis
$v = 15,\ k = 7,\ n = 7,\ b = 15,\ \lambda = 3$

	Repetiția							
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
(1)	11	4	2	5	10	3	14	15
(2)	4	1	3	15	13	11	6	9
3)	9	2	14	4	7	1	10	13
(4)	15	3	1	10	8	13	7	5

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția							
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
(5)	7	13	10	12	11	2	3	6
(6)	6	10	12	1	4	14	8	3
(7)	12	9	13	14	15	10	11	8
(8)	10	11	9	7	6	8	5	4
(9)	5	14	7	3	1	9	12	11
(10)	8	15	6	2	3	7	9	14
(11)	1	7	11	8	2	4	15	12
(12)	2	6	15	9	5	12	1	10
(13)	13	8	5	11	14	6	2	1
(14)	14	5	4	6	12	15	13	7
(15)	3	12	8	13	9	5	4	2

SCHEMA 10.104 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 15,\ k = 8,\ n = 8,\ b = 15,\ \lambda = 4$

	Repetiția					
Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(1)	1	2	3	4	5	6
(2)	2	7	8	9	10	1
(3)	3	1	13	7	11	12
(4)	4	8	1	11	14	15
(5)	5	12	14	1	16	9
(6)	6	10	15	13	1	16
(7)	7	14	2	16	15	3
(8)	8	16	12	2	4	13
(9)	9	15	11	5	13	2
(10)	10	11	6	12	2	14
(11)	11	4	16	3	9	10
(12)	12	3	10	15	8	5
(13)	13	6	9	14	3	8
(14)	14	13	5	10	7	4
(15)	15	9	4	6	12	7
(16)	16	5	7	8	6	11

SCHEMA 10.105 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 16,\ k = 6,\ n = 6,\ b = 16,\ \lambda = 2$

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția									
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(1)	8	7	9	10	11	12	13	14	15	16
(2)	3	4	5	13	16	11	12	6	14	15
(3)	9	2	4	5	6	8	10	15	16	14
(4)	2	6	3	7	5	10	9	16	12	13
(5)	6	8	2	3	4	7	15	10	13	11
(6)	4	5	14	8	3	9	7	2	11	12
(7)	1	10	11	4	13	5	6	12	8	9
(8)	5	1	15	6	14	3	11	9	7	10
(9)	16	3	1	14	12	6	4	8	10	7
(10)	7	13	16	1	15	4	3	5	9	8
(11)	12	14	7	15	1	2	8	13	6	5
(12)	14	11	13	16	9	1	2	7	4	6
(13)	10	15	12	2	7	16	1	11	5	4
(14)	11	12	6	9	8	15	16	1	2	3
(15)	13	16	8	11	10	14	5	3	1	2
(16)	15	9	10	12	2	13	14	4	3	1

SCHEMA 10.106 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 16,\ k = 10,\ n = 10,\ b = 16,\ \lambda = 6$

	Repetiția								
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(2)	14	1	2	3	4	12	11	10	13
(3)	17	16	1	2	15	10	6	5	11
(4)	12	13	16	1	2	7	18	15	8
(5)	9	10	12	16	1	3	17	19	7
(6)	8	11	13	19	17	1	3	6	18
(7)	7	18	11	14	16	19	1	4	5
(8)	6	9	17	12	14	18	15	1	4
(9)	5	8	9	10	13	15	19	14	1
(10)	13	5	14	9	18	2	16	3	17
(11)	10	6	7	15	19	14	2	18	3
(12)	18	17	5	8	12	4	10	2	19

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția								
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(13)	19	4	15	7	9	17	13	11	2
(14)	2	19	6	11	8	9	14	16	12
(15)	3	15	10	18	11	8	4	9	16
(16)	4	3	19	5	6	16	12	13	15
(17)	15	7	8	17	3	11	5	12	14
(18)	16	14	4	6	7	13	8	17	10
(19)	11	12	18	13	10	5	9	7	6

SCHEMA 10.107 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 19,\ k = 9,\ n = 9,\ b = 19,\ \lambda = 4$

	Repetiția									
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(1)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
(2)	19	5	6	7	8	9	15	16	17	18
(3)	18	19	3	4	7	8	9	12	13	14
(4)	14	17	19	11	4	5	6	9	10	3
(5)	13	2	15	14	18	4	5	6	11	8
(6)	12	14	2	10	15	7	4	5	9	16
(7)	15	13	17	2	12	6	8	10	3	9
(8)	16	10	11	19	2	3	7	13	8	5
(9)	11	16	18	17	6	2	3	4	12	7
(10)	1	8	10	15	11	19	12	7	4	6
(11)	17	1	8	9	16	12	13	11	5	4
(12)	6	15	1	16	9	14	11	3	7	13
(13)	5	6	14	1	3	10	18	8	16	12
(14)	4	7	5	3	1	13	17	18	15	10
(15)	7	12	13	5	19	1	2	14	6	17
(16)	8	9	7	18	10	17	1	2	14	11
(17)	9	4	16	6	13	18	10	1	19	2
(18)	3	18	9	12	5	11	19	15	2	1
(19)	2	3	4	8	17	16	14	19	1	15

SCHEMA 10.108 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 19,\ k = 10,\ n = 10,\ b = 19,\ \lambda = 5$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I	II	III	IV	V
(1)	21	1	4	14	16
(2)	1	2	5	15	17
(3)	2	3	6	16	18
(4)	3	4	7	17	19
(5)	4	5	8	18	20
(6)	5	6	9	19	21
(7)	6	7	10	20	1
(8)	7	8	11	21	2
(9)	8	9	12	1	3
(10)	9	10	13	2	4
(11)	10	11	14	3	5
(12)	11	12	15	4	6
(13)	12	13	16	5	7
(14)	13	14	17	6	8
(15)	14	15	18	7	9
(16)	15	16	19	8	10
(17)	16	17	20	9	11
(18)	17	18	21	10	12
(19)	18	19	1	11	13
(20)	19	20	2	12	14
(21)	20	21	3	13	15

SCHEMA 10.109 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 21,\ k = 5,\ n = 5,\ b = 21,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(2)	2	4	9	10	24	17	15	22	12
(3)	3	24	8	23	18	21	13	4	10
(4)	4	22	25	8	20	12	11	3	19
(5)	5	15	17	18	8	11	2	13	20
(6)	6	8	12	13	1	14	24	25	15
(7)	7	16	5	22	3	10	25	15	13

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția								
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(8)	8	10	11	16	6	22	23	1	17
(9)	9	13	20	5	12	23	1	21	22
(10)	10	19	14	12	16	2	8	5	21
(11)	11	18	19	24	10	1	5	9	25
(12)	12	6	10	25	7	18	20	2	23
(13)	13	11	4	9	23	25	14	16	2
(14)	14	3	7	17	11	5	12	23	24
(15)	15	20	21	1	14	7	10	11	4
(16)	16	17	18	7	13	19	4	12	1
(17)	17	14	13	20	19	3	9	10	6
(18)	18	9	22	14	25	8	21	17	7
(19)	19	7	23	15	9	20	16	24	8
(20)	20	5	16	6	4	24	22	14	18
(21)	21	12	6	11	15	9	3	18	16
(22)	22	21	24	19	2	13	6	7	11
(23)	23	1	2	3	22	15	18	19	14
(24)	24	25	1	2	21	16	17	20	3
(25)	25	23	15	21	17	4	19	6	5

SCHEMA 10.110 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 25,\ k = 9,\ n = 9,\ b = 24,\ \lambda = 3$

	Repetiția					
Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(1)	31	1	3	8	12	18
(2)	1	2	4	9	13	19
(3)	2	3	5	10	14	20
(4)	3	4	6	11	15	21
(5)	4	5	7	12	16	22
(6)	5	6	8	13	17	23
(7)	6	7	9	14	18	24
(8)	7	8	10	15	19	25
(9)	8	9	11	16	20	26
(10)	9	10	12	17	21	27
(11)	10	11	13	18	22	28

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția					
Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(12)	11	12	14	19	23	29
(13)	12	13	15	20	24	30
(14)	13	14	16	21	25	31
(15)	14	15	17	22	26	1
(16)	15	16	18	23	27	2
(17)	16	17	19	24	28	3
(18)	17	18	20	25	29	4
(19)	18	19	21	26	30	5
(20)	19	20	22	27	31	6
(21)	20	21	23	28	1	7
(22)	21	22	24	29	2	8
(23)	22	23	25	30	3	9
(24)	23	24	26	31	4	10
(25)	24	25	27	1	5	11
(26)	25	26	28	2	6	12
(27)	26	27	29	3	7	13
(28)	27	28	30	4	8	14
(29)	28	29	31	5	9	15
(30)	29	30	1	6	10	16
(31)	30	31	2	7	11	17

SCHEMA 10.111 — Patratul lui Youden propriu-zis

$v = 31,\ k = 6,\ n = 6,\ b = 31,\ \lambda = 1$

	Repetiția									
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(1)	1	2	4	8	9	11	15	16	18	28
(2)	2	3	12	9	10	17	16	19	5	22
(3)	3	4	20	10	17	13	6	18	11	23
(4)	4	5	7	11	12	21	18	14	19	24
(5)	5	6	1	12	13	8	19	20	15	25
(6)	6	7	13	16	14	9	20	21	2	26
(7)	7	1	15	14	8	10	21	17	3	27
(8)	8	11	17	25	16	23	29	7	26	5

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția									
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(9)	9	12	24	29	27	18	1	26	17	6
(10)	10	13	18	19	29	25	2	17	28	7
(11)	11	14	22	26	19	20	3	28	29	1
(12)	12	8	27	23	20	29	4	22	21	2
(13)	13	9	29	28	21	15	5	23	24	3
(14)	14	10	25	22	15	16	24	29	6	4
(15)	15	24	26	5	2	27	11	10	30	20
(16)	16	25	6	30	3	28	12	11	27	21
(17)	17	26	28	7	30	22	13	12	4	15
(18)	18	27	23	1	5	30	14	13	22	16
(19)	19	28	30	2	6	14	8	24	23	17
(20)	20	22	8	3	7	24	9	30	25	18
(21)	21	23	10	4	1	26	30	25	9	19
(22)	22	21	11	17	24	1	25	2	31	13
(23)	23	15	3	18	25	2	26	31	12	14
(24)	24	16	19	31	26	3	27	4	13	8
(25)	25	17	14	27	31	4	28	5	20	9
(26)	26	18	5	21	28	31	22	6	8	10
(27)	27	19	31	15	22	6	23	9	7	11
(28)	28	20	16	24	23	7	31	1	10	12
(29)	29	30	2	6	4	5	7	3	1	31
(30)	30	31	9	13	11	12	10	8	14	29
(31)	31	29	21	20	18	19	17	15	16	30

SCHEMA 10.112 — Patratul lui Youden propriu-zis
$v = 31,\ k = 10,\ n = 10,\ b = 31,\ \lambda = 3$

10.2.1.2.6.2. *Patratul lui Youden format din adăugarea unui patrat latin incomplet, la un patrat latin complet*

Prezentăm 11 scheme după W. G. Cochran și G. M. Cox (1957)

	Repetiția				
Blocul	I	II	III	IV	V
(1)	1	2	3	2	3
(2)	2	3	1	1	2
(3)	3	1	2	3	1

Schema 10.113 — $v = 3,\ k = 5,\ n = 5,\ b = 3,\ \lambda = 5$

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția						
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	1	2	3	1	2	3	1
(2)	2	3	1	3	1	2	2
(3)	3	1	2	2	3	1	3

Schema 10.114 — $v = 3$, $k = 7$, $n = 7$, $b = 3$, $\lambda = 7$

	Repetiția							
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
(1)	1	2	3	1	2	3	1	2
(2)	2	3	1	3	1	2	2	3
(3)	3	1	2	2	3	1	3	1

Schema 10.115 — $v = 3$, $k = 8$, $n = 8$, $b = 3$, $\lambda = 8$

	Repetiția									
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(1)	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
(2)	2	3	1	3	1	2	2	3	1	3
(3)	3	1	2	2	3	1	3	1	2	2

SCHEMA 10.116 — $v = 3$, $k = 10$, $n = 10$, $b = 3$, $\lambda = 10$

	Repetiția				
Blocul	I	II	III	IV	V
(1)	1	2	3	4	1
(2)	2	3	4	1	4
(3)	3	4	1	2	3
(4)	4	1	2	3	2

SCHEMA 10.117 — $v = 4$, $k = 5$, $n = 5$, $b = 4$, $\lambda = 5$

	Repetiția						
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	1	2	3	4	1	2	3
(2)	2	1	4	3	3	4	1
(3)	3	4	1	2	4	3	2
(4)	4	3	2	1	2	1	4

SCHEMA 10.118 — $v = 4$, $k = 7$, $n = 7$, $b = 4$, $\lambda = 7$

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția

Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(1)	1	2	3	4	1	2	3	4	1
(2)	2	1	4	3	3	4	1	2	4
(3)	3	4	1	2	4	3	2	1	2
(4)	4	3	2	1	2	1	4	3	3

SCHEMA 10.119 — $v = 4$, $k = 9$, $n = 9$, $b = 4$, $\lambda = 9$

Repetiția

Blocul	I	II	III	IV	V	VI
(1)	1	2	3	4	5	1
(2)	2	4	5	3	1	3
(3)	3	1	2	5	4	4
(4)	4	5	1	2	3	2
(5)	5	3	4	1	2	5

SCHEMA 10.120 — $v = 5$, $k = 6$, $n = 6$, $b = 5$, $\lambda = 6$

Repetiția

Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
(1)	1	2	3	4	5	1	2	3	4
(2)	2	3	4	5	1	4	5	1	2
(3)	3	4	5	1	2	2	3	4	5
(4)	4	5	1	2	3	5	1	2	3
(5)	5	1	2	3	4	3	4	5	1

SCHEMA 10.121 — $v = 5$, $k = 9$, $n = 9$, $b = 5$, $\lambda = 9$

Repetiția

Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	1	2	3	4	5	6	1
(2)	2	3	6	1	4	5	3
(3)	3	6	2	5	1	4	5
(4)	4	5	1	2	6	3	4
(5)	5	1	4	6	3	2	6
(6)	6	4	5	3	2	1	2

SCHEMA 10.122 — $v = 6$, $k = 7$, $r = 7$, $b = 6$, $\lambda = 7$

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția							
Blocul	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
(1)	1	2	3	4	5	6	7	1
(2)	2	5	1	7	6	4	3	3
(3)	3	6	7	2	4	1	5	7
(4)	4	7	5	6	3	2	1	6
(5)	5	4	2	3	1	7	6	5
(6)	6	3	4	1	7	5	2	4
(7)	7	1	6	5	2	3	4	2

SCHEMA 10.123 — $v = 7$, $k = 8$, $n = 8$, $b = 7$, $\lambda = 8$

10.2.1.2.6.3. *Patratul lui Youden extins*

Dăm 12 scheme după W. G. Cochran — G. M. Cox (1957) și M. K. Rupp (1952).

	Repetiția			Repetiția	
Blocul	I	II		III	IV
(1)	1	2	(6)	1	3
(2)	2	5	(7)	2	4
(3)	3	4	(8)	3	2
(4)	4	1	(9)	4	5
(5)	5	3	(10)	5	1

SCHEMA 10.124 — Patratul lui Youden extins

$v = 5$, $k = 2$, $n = 4$, $b = 10$, $\lambda = 1$

	Repetiția			Repetiția		
Blocul	I	II	III		IV	V	VI
(1)	1	2	3	(6)	1	2	4
(2)	2	1	5	(7)	2	3	5
(3)	3	4	2	(8)	3	4	1
(4)	4	5	1	(9)	4	5	2
(5)	5	3	4	(10)	5	1	3

SCHEMA 10.125 — Patratul lui Youden extins

$v = 5$, $k = 3$, $n = 6$, $b = 10$, $\lambda = 3$

Blocul	Repetiția I	II		Repetiția III	IV		Repetiția V	VI
(1)	1	2	(8)	1	3	(15)	1	4
(2)	2	6	(9)	2	4	(16)	2	3
(3)	3	4	(10)	3	5	(17)	3	6
(4)	4	7	(11)	4	6	(18)	4	5
(5)	5	1	(12)	5	7	(19)	5	2
(6)	6	5	(13)	6	1	(20)	6	7
(7)	7	3	(14)	7	2	(21)	7	1

SCHEMA 10.126 — Patratul lui Youden extins

$v = 7,\ k = 2,\ n = 6,\ b = 21,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I	II		Repetiția III	IV		Repetiția V	VI		Repetiția VII	VIII
(1)	1	2	(10)	1	3	(19)	1	4	(28)	1	5
(2)	2	8	(11)	2	5	(20)	2	6	(29)	2	4
(3)	3	4	(12)	3	6	(21)	3	2	(30)	3	8
(4)	4	7	(13)	4	9	(22)	4	5	(31)	4	6
(5)	5	6	(14)	5	8	(23)	5	7	(32)	5	3
(6)	6	1	(15)	6	7	(24)	6	8	(33)	6	9
(7)	7	3	(16)	7	1	(25)	7	9	(34)	7	2
(8)	8	9	(17)	8	4	(26)	8	1	(35)	8	7
(9)	9	5	(18)	9	2	(27)	9	3	(36)	9	1

SCHEMA 10.127 — Patratul lui Youden extins

$v = 9,\ k = 2,\ n = 8,\ b = 36,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I	II	III	IV		Repetiția V	VI	VII	VIII
(1)	1	4	6	7	(10)	1	2	5	7
(2)	2	6	8	9	(11)	2	3	6	5
(3)	3	8	9	1	(12)	3	4	7	9
(4)	4	1	3	2	(13)	4	9	2	1
(5)	5	7	1	8	(14)	5	1	9	6
(6)	6	9	4	5	(15)	6	8	1	3
(7)	7	3	2	6	(16)	7	6	4	8
(8)	8	2	5	4	(17)	8	5	3	4
(9)	9	5	7	3	(18)	9	7	8	2

SCHEMA 10.128 — Patratul lui Youden extins

$v = 9,\ k = 4,\ n = 8,\ b = 18,\ \lambda = 3$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I	II	III	IV	V		VI	VII	Repetiția VII	IX	X
(1)	1	2	3	7	8	(10)	1	2	3	5	9
(2)	2	6	8	4	1	(11)	2	6	5	1	8
(3)	3	8	5	9	2	(12)	3	5	1	4	6
(4)	4	3	9	2	6	(13)	4	3	2	8	7
(5)	5	1	7	3	4	(14)	5	7	9	2	4
(6)	6	4	2	5	7	(15)	6	8	7	3	5
(7)	7	9	1	6	3	(16)	7	4	8	9	1
(8)	8	5	4	1	9	(17)	8	9	4	6	3
(9)	9	7	6	8	5	(18)	9	1	6	7	2

SCHEMA 10.129 — Patratul lui Youden extins

$v = 9,\ k = 5,\ n = 10,\ b = 18,\ \lambda = 5$

Blocul	Repetiția I	II	III		Repetiția IV	V	VI		Repetiția VII	VIII	IX
(1)	1	2	3	(11)	1	2	4	(21)	1	3	5
(2)	2	5	8	(12)	2	3	6	(22)	2	7	6
(3)	3	7	4	(13)	3	4	8	(23)	3	8	9
(4)	4	1	6	(14)	4	9	5	(24)	4	2	10
(5)	5	8	7	(15)	5	7	1	(25)	5	6	3
(6)	6	4	9	(16)	6	8	9	(26)	6	1	8
(7)	7	9	1	(17)	7	10	3	(27)	7	9	2
(8)	8	10	2	(18)	8	1	10	(28)	8	4	7
(9)	9	3	10	(19)	9	5	2	(29)	9	10	1
(10)	10	6	5	(20)	10	6	7	(30)	10	5	4

SCHEMA 10.130 — Patratul lui Youden extins

$v = 10,\ k = 3,\ n = 9,\ b = 30,\ \lambda = 2$

Blocul	Repetiția I	II		Repetiția III	IV		Repetiția V	VI
(1)	1	2	(12)	1	3	(23)	1	4
(2)	2	11	(13)	2	6	(24)	2	3
(3)	3	10	(14)	3	5	(25)	3	7
(4)	4	5	(15)	4	10	(26)	4	6
(5)	5	6	(16)	5	9	(27)	5	10
(6)	6	7	(17)	6	8	(28)	6	9
(7)	7	1	(18)	7	2	(29)	7	11
(8)	8	3	(19)	8	1	(30)	8	2
(9)	9	4	(20)	9	7	(31)	9	1
(10)	10	9	(21)	10	11	(32)	10	8
(11)	11	8	(22)	11	4	(33)	11	5

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția			Repetiția	
Blocul	VII	VIII		IX	X
(34)	1	5	(45)	1	6
(35)	2	9	(46)	2	5
(36)	3	6	(47)	3	4
(37)	4	2	(48)	4	7
(38)	5	7	(49)	5	8
(39)	6	10	(50)	6	11
(40)	7	8	(51)	7	10
(41)	8	4	(52)	8	9
(42)	9	11	(53)	9	3
(43)	10	1	(54)	10	2
(44)	11	3	(55)	11	1

SCHEMA 10.131. — Patratul lui Youden extins

$v = 11,\ k = 2,\ n = 10,\ b = 55,\ \lambda = 1$

	Repetiția				Repetiția	
Blocul	I	II	III		IV	V	VI
(1)	1	3	9	(14)	2	6	5
(2)	2	4	10	(15)	3	7	6
(3)	3	5	11	(16)	4	8	7
(4)	4	6	12	(17)	5	9	8
(5)	5	7	13	(18)	6	10	9
(6)	6	8	1	(19)	7	11	10
(7)	7	9	2	(20)	8	12	11
(8)	8	10	3	(21)	9	13	12
(9)	9	11	4	(22)	10	1	13
(10)	10	12	5	(23)	11	2	1
(11)	11	13	6	(24)	12	3	2
(12)	12	1	7	(25)	13	4	3
(13)	13	2	8	(26)	1	5	4

SCHEMA 10.132. — Patratul lui Youden extins

$v = 13,\ k = 3,\ n = 6,\ b = 26,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Blocul	Repetiția I	II	III		Repetiția IV	V	VI		Repetiția VII	VIII	IX
(1)	1	7	11	(20)	2	3	14	(39)	4	6	9
(2)	2	8	12	(21)	3	4	15	(40)	5	7	10
(3)	3	9	13	(22)	4	5	16	(41)	6	8	11
(4)	4	10	14	(23)	5	6	17	(42)	7	9	12
(5)	5	11	15	(24)	6	7	18	(43)	8	10	13
(6)	6	12	16	(25)	7	8	19	(44)	9	11	14
(7)	7	13	17	(26)	8	9	1	(45)	10	12	15
(8)	8	14	18	(27)	9	10	2	(46)	11	13	16
(9)	9	15	19	(28)	10	11	3	(47)	12	14	17
(10)	10	16	1	(29)	11	12	4	(48)	13	15	18
(11)	11	17	2	(30)	12	13	5	(49)	14	16	19
(12)	12	18	3	(31)	13	14	6	(50)	15	17	1
(13)	13	19	4	(32)	14	15	7	(51)	16	18	2
(14)	14	1	5	(33)	15	16	8	(52)	17	19	3
(15)	15	2	6	(34)	16	17	9	(53)	18	1	4
(16)	16	3	7	(35)	17	18	10	(54)	19	2	5
(17)	17	4	8	(36)	18	19	11	(55)	1	3	6
(18)	18	5	9	(37)	19	1	12	(56)	2	4	7
(19)	19	6	10	(38)	1	2	13	(57)	3	5	8

SCHEMA 10.133 — Patratul lui Youden extins

$v = 19,\ k = 3,\ n = 9,\ b = 57,\ \lambda = 1$

Blocul	Repetiția I	II	III	IV		Repetiția V	VI	VII	VIII
(1)	1	2	6	25	(26)	1	3	11	19
(2)	2	3	7	21	(27)	2	4	12	20
(3)	3	4	8	22	(28)	3	5	13	16
(4)	4	5	9	23	(29)	4	1	14	17
(5)	5	1	10	24	(30)	5	2	15	18
(6)	6	7	11	5	(31)	6	8	16	24
(7)	7	8	12	1	(32)	7	9	17	25
(8)	8	9	13	2	(33)	8	10	18	21
(9)	9	10	14	3	(34)	9	6	19	22
(10)	10	6	15	4	(35)	10	7	20	23

	Repetiția					Repetiția			
Blocul	I	II	III	IV		V	VI	VII	VIII
(11)	11	12	16	10	(36)	11	13	21	4
(12)	12	13	17	6	(37)	12	14	22	5
(13)	13	14	18	7	(38)	13	15	23	1
(14)	14	15	19	8	(39)	14	11	24	2
(15)	15	11	20	9	(40)	15	12	25	3
(16)	16	17	21	15	(41)	16	18	1	9
(17)	17	18	22	11	(42)	17	19	2	10
(18)	18	19	23	12	(43)	18	20	3	6
(19)	19	20	24	13	(44)	19	16	4	7
(20)	20	16	25	14	(45)	20	17	5	8
(21)	21	22	1	20	(46)	21	23	6	14
(22)	22	23	2	16	(47)	22	24	7	15
(23)	23	24	3	17	(48)	23	25	8	11
(24)	24	25	4	18	(49)	24	21	9	12
(25)	25	21	5	19	(50)	25	22	10	13

SCHEMA 10.134 — Patratul lui Youden extins

$v = 25,\ k = 4,\ n = 8,\ b = 50,\ \lambda = 1$

	Repetiția					Repetiția				
Blocul	I	II	III	IV	V		VI	VII	VIII	IX	X
(1)	1	10	16	18	37	(42)	1	19	31	32	35
(2)	2	11	17	19	38	(43)	2	20	32	33	36
(3)	3	12	18	20	39	(44)	3	21	33	34	37
(4)	4	13	19	21	40	(45)	4	22	34	35	38
(5)	5	14	20	22	41	(46)	5	23	35	36	39
(6)	6	15	21	23	1	(47)	6	24	36	37	40
(7)	7	16	22	24	2	(48)	7	25	37	38	41
(8)	8	17	23	25	3	(49)	8	26	38	39	1
(9)	9	18	24	26	4	(50)	9	27	39	40	2
(10)	10	19	25	27	5	(51)	10	28	40	41	3
(11)	11	20	26	28	6	(52)	11	29	41	1	4
(12)	12	21	27	29	7	(53)	12	30	1	2	5
(13)	13	22	28	30	8	(54)	13	31	2	3	6

Scanned with OKEN Scanner

	Repetiția						Repetiția				
Blocul	I	II	III	IV	V		VI	VII	VIII	IX	X
(14)	14	23	29	31	9	(55)	14	32	3	4	7
(15)	15	24	30	32	10	(56)	15	33	4	5	8
(16)	16	25	31	33	11	(57)	16	34	5	6	9
(17)	17	26	32	34	12	(58)	17	35	6	7	10
(18)	18	27	33	35	13	(59)	18	36	7	8	11
(19)	19	28	34	36	14	(60)	19	37	8	9	12
(20)	20	29	35	37	15	(61)	20	38	9	10	13
(21)	21	30	36	38	16	(62)	21	39	10	11	14
(22)	22	31	37	39	17	(63)	22	40	11	12	15
(23)	23	32	38	40	18	(64)	23	41	12	13	16
(24)	24	33	39	41	19	(65)	24	1	13	14	17
(25)	25	34	40	1	20	(66)	25	2	14	15	18
(26)	26	35	41	2	21	(67)	26	3	15	16	19
(27)	27	36	1	3	22	(68)	27	4	16	17	20
(28)	28	37	2	4	23	(69)	28	5	17	18	21
(29)	29	38	3	5	24	(70)	29	6	18	19	22
(30)	30	39	4	6	25	(71)	30	7	19	20	23
(31)	31	40	5	7	26	(72)	31	8	20	21	24
(32)	32	41	6	8	27	(73)	32	9	21	22	25
(33)	33	1	7	9	28	(74)	33	10	22	23	26
(34)	34	2	8	10	29	(75)	34	11	23	24	27
(35)	35	3	9	11	30	(76)	35	12	24	25	28
(36)	36	4	10	12	31	(77)	36	13	25	26	29
(37)	37	5	11	13	32	(78)	37	14	26	27	30
(38)	38	6	12	14	33	(79)	38	15	27	28	31
(39)	39	7	13	15	34	(80)	39	16	28	29	32
(40)	40	8	14	15	35	(81)	40	17	29	30	33
(41)	41	9	15	16	36	(82)	41	18	30	31	34

SCHEMA 10.135 — Patratul lui Youden extins

$v = 41,\ k = 5,\ n = 10,\ b = 82,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.7. Grilajul patrat

10.2.1.2.7.1. *Grilajul patrat balansat*

Grilajele patrate balansate sînt de fapt patrate latine cu blocuri și coloane incomplete. Numărul total de variante este egal cu patratul numărului de variante dintr-un bloc incomplet, adică $v = k^2$. Deci numărul total de variante este un patrat. În cadrul fiecărei repetiții numărul k^2 de variante se aranjează într-un patrat, de tipul $k \times k$. Aranjarea variantelor în blocuri (rînduri) și coloane permite eliminarea diferențelor atît dintre blocuri cît și din interiorul blocurilor (dintre coloane). Ca și la grilajele balansate există posibilitatea eliminării diferențelor dintre repetiții iar prin dubla aranjare a variantelor în blocuri și coloane putem elimina și diferențele din cadrul fiecărei repetiții ca și la patratul latin.

Principiul aranjării variantelor în blocuri și coloane se poate vedea în schemele 10.138—10.145. Astfel dacă ne referim la un grilaj cu 9 variante (schema 10.138) vedem că varianta 1 se găsește în blocul 1 din repetiția I împreună cu variantele 2, 3, în blocul 1 din repetiția a II-a împreună cu variantele 6, 8, în coloana 1 din repetiția I împreună cu variantele 4, 7 iar în coloana 1 din repetiția a II-a împreună cu variantele 9, 5.

Proprietatea de bază a grilajelor patrate balansate este aceea că fiecare variantă se întîlnește în fiecare bloc sau în fiecare coloană tot împreună cu alte variante și anume o singură dată atunci cînd k este un număr fără soț și de două ori atunci cînd k este un număr cu soț, sau exprimat mai general, fiecare pereche de tratamente apare o singură dată în același bloc sau în aceeași coloană atunci cînd k este un număr fără soț și de două ori atunci cînd k este un număr cu soț. În primul caz un grilaj patrat este balansat cu $\frac{k+1}{2}$ repetiții iar în cazul al doilea cu $(k + 1)$ repetiții.

La toate tipurile de grilaje exceptînd cele cu 64 și 169 variante numărul de bază al repetițiilor poate fi dublat de exemplu grilajul cu 9 variante care are două repetiții poate avea 4 repetiții. Dublarea se face schimbînd blocurile cu coloanele după cum se poate vedea din schemele 10.136 și 10.137.

Repetiția I			Repetiția II		
1	2	3	1	6	8
4	5	6	9	2	4
7	8	9	5	7	3

SCHEMA 10.136 — Grilaj patrat balansat de tipul 3 × 3 cu două repetiții

Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV		
1	2	3	1	6	8	1	4	7	1	9	5
4	5	6	9	2	4	2	5	8	6	2	7
7	8	9	5	7	3	3	6	9	8	4	3

SCHEMA 10.137 — Grilaj patrat balansat de tipul 3 × 3 cu 4 repetiții

Scanned with OKEN Scanner

În grilajele menționate fiecare pereche de tratamente se întîlnește totdeauna o singură dată în același bloc sau în aceeași coloană. Repetarea schemei de bază se poate face și prin permutarea separată și accidentală a blocurilor și coloanelor din cadrul fiecărei repetiții a schemei de bază.

În tabelul 10.4 sînt arătate tipurile de grilaje patrate balansate.

TABELUL 10.4: Tipuri de grilaje patrate balansate

Tipul de grilaj	Numărul total de variante v	Numărul de variante dintr-un bloc k	Numărul repetițiilor n	Numărul blocurilor b	Numărul coloanelor c
3 × 3	9	3	2, 4, 8	6, 12, 18	6, 12, 18
4 × 4	16	4	5, 10	20, 40	20, 40
5 × 5	25	5	3, 6	15, 30	15, 30
7 × 7	49	7	4, 8	28, 56	28, 56
8 × 8	64	8	9	72	72
9 × 9	81	9	5, 10	45, 90	45, 90
11 × 11	121	11	6, 12	66, 132	66, 132
13 × 13	169	13	7	91	91

Nu există grilaje patrate de tipul 6×6, 10×10, 12×12 deoarece acestea nu pot fi balansate. Grilajul patrat de tipul 3×3 cu două repetiții se folosește mai rar, întrucît numărul de repetiții este prea mic. De obicei se utilizează grilajele patrate cu 4 și 8 repetiții. Grilajul cu 8 repetiții se obține prin repetarea grilajului patrat cu 4 repetiții (vezi schema 10.137). Grilajele patrate de tipul 4×4 cu 10 repetiții, 5×5 cu 6 repetiții, 7×7 cu 8 repetiții, 9×9 cu 10 repetiții și 11×11 cu 12 repetiții se obțin prin repetarea schemei de bază a grilajelor de tipul 4×4 cu 5 repetiții, 5×5 cu 3 repetiții, 7×7 cu 4 repetiții, 9×9 cu 5 repetiții și 11×11 cu 6 repetiții. Nu se recomandă utilizarea grilajelor patrate de tipul 8×8 cu 18 repetiții și 13×13 cu 14 repetiții, adică a grilajelor obținute prin repetarea schemei de bază, deoarece numărul repetițiilor este prea mare.

În timp ce un grilaj balansat de tipul 5×5 este balansat cu 6 repetiții, un grilaj patrat balansat de tipul 5×5 este balansat numai cu 3 repetiții; grilajele balansate de tipul 7×7 și 9×9 sînt balansate cu 8 respectiv 10 repetiții, pe cînd grilajele patrate balansate de tipul 7×7 și 9×9 sînt balansate cu 4 repetiții și respectiv 5 repetiții. Din contra un grilaj balansat de tipul 8×8 este balansat cu 9 repetiții iar un grilaj patrat balansat de tipul 8×8 este balansat tot cu 9 repetiții.

Scanned with OKEN Scanner

În cîmp repetițiile (patratele de tipul $k \times k$) se așază liniar pe un rînd cu blocurile cap în cap, sau liniar pe două rînduri cu blocurile dispersate. Blocurile și coloanele se orientează în așa fel încît să corespundă variațiilor fertilității solului în două direcții perpendiculare. În cazul altor experiențe variantele se așază de asemenea în patrate de tipul $k \times k$ în așa fel ca blocurile și coloanele fiecărui patrat să corespundă celor două feluri de variații ale căror efecte vrem să le eliminăm.

În continuare prezentăm 8 scheme de grilaje patrate balansate (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957).

Repetiția I			Repetiția II		
1	2	3	1	6	8
4	5	6	9	2	4
7	8	9	5	7	3

SCHEMA 10.138 — Grilaj patrat balansat de tipul 3×3

$v = 9,\ k = 3,\ n = 2,\ b = 6,\ c = 6,\ \lambda = 1.$

Repetiția I				Repetiția II				Repetiția III			
1	5	9	13	1	2	3	4	1	11	16	6
2	6	10	14	6	5	8	7	12	2	5	15
3	7	11	15	11	12	9	10	14	8	3	9
4	8	12	16	16	15	14	13	7	13	10	4

Repetiția IV				Repetiția V			
1	7	12	14	1	10	15	8
8	2	13	11	9	2	7	16
10	16	3	5	13	6	3	12
15	9	6	4	5	14	11	4

SCHEMA 10.139 — Grilaj patrat balansat de tipul 4×4

$v = 16,\ k = 4,\ n = 5,\ b = 20,\ c = 20,\ \lambda = 2$

Repetiția I					Repetiția II					Repetiția III				
1	2	3	4	5	1	10	14	18	20	1	8	15	17	24
6	7	8	9	10	23	2	6	15	19	25	2	9	11	18
11	12	13	14	15	20	24	3	7	11	19	21	3	10	12
16	17	18	19	20	12	16	25	4	8	13	20	22	4	6
21	22	23	24	25	9	13	17	21	5	7	14	16	23	5

SCHEMA 10.140 — Grilaj patrat balansat de tipul 5×5

$v = 25,\ k = 5,\ n = 3,\ b = 15,\ c = 15,\ \lambda = 1.$

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția I

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Repetiția II

1	38	26	14	44	32	20
21	2	39	27	8	45	33
34	15	3	40	28	9	46
47	35	16	4	41	22	10
11	48	29	17	5	42	23
24	12	49	30	18	6	36
37	25	13	43	31	19	7

Repetiția III

1	19	30	48	10	28	39
40	2	20	31	49	11	22
23	41	3	21	32	43	12
13	24	42	4	15	33	44
45	14	25	36	5	16	34
35	46	8	26	37	6	17
18	29	47	9	27	38	7

Repetiția IV

1	42	27	12	46	31	16
17	2	36	28	13	47	32
33	18	3	37	22	14	48
49	34	19	4	38	23	8
9	43	35	20	5	39	24
25	10	44	29	21	6	40
41	26	11	45	30	15	7

SCHEMA 10.141 — Grilaj patrat balansat de tipul 7 × 7

$v = 49$, $k = 7$, $n = 4$, $b = 28$, $c = 28$, $\lambda = 1$

Repetiția I

1	9	17	25	33	41	49	57
2	10	18	26	34	42	50	58
3	11	19	27	35	43	51	59
4	12	20	28	36	44	52	60
5	13	21	29	37	45	53	61
6	14	22	30	38	46	54	62
7	15	23	31	39	47	55	63
8	16	24	32	40	48	56	64

Repetiția II

1	10	19	28	37	46	55	64
9	2	51	44	61	30	23	40
17	50	3	36	29	62	15	48
25	42	35	4	21	14	63	56
33	58	27	20	5	54	47	16
41	26	59	12	53	6	39	24
49	18	11	60	45	38	7	32
57	34	43	52	13	22	31	8

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția III

1	44	62	56	27	39	18	13
46	2	17	35	16	53	60	31
64	23	3	25	54	12	45	34
55	40	29	4	58	41	11	22
28	9	50	63	5	24	38	43
37	51	15	42	20	6	32	57
19	61	48	14	33	26	7	52
10	30	36	21	47	59	49	8

Repetiția IV

1	60	54	40	43	15	26	21
62	2	25	11	24	37	52	47
55	31	3	41	38	20	61	10
39	16	45	4	50	57	19	30
44	17	34	55	5	32	14	59
13	35	23	58	28	6	48	49
27	53	64	22	9	42	7	36
18	46	12	29	63	51	33	8

Repetiția V

1	11	20	30	34	48	53	63
15	2	56	45	59	28	22	23
21	52	3	39	32	58	9	46
26	47	38	4	17	13	64	51
40	62	31	19	5	49	42	12
43	25	61	16	55	6	36	18
54	24	10	57	44	35	7	29
60	37	41	50	14	23	27	8

Repetiția VI

1	59	52	38	42	16	29	23
63	2	32	13	19	36	54	41
53	28	3	47	40	18	57	14
34	15	46	4	49	61	24	27
48	22	39	51	5	25	10	60
11	33	21	64	31	6	44	50
30	56	58	17	12	43	7	37
20	45	9	26	62	55	35	8

Repetiția VII

1	32	47	61	22	50	12	35
29	2	14	49	39	64	43	20
42	13	3	24	60	33	30	55
59	54	18	4	48	31	37	9
23	36	57	46	5	11	56	26
52	63	40	27	10	6	17	45
16	41	28	34	51	21	7	62
38	19	53	15	25	44	58	8

Repetiția VIII

1	14	24	31	36	45	51	58
12	2	55	48	57	27	21	38
22	49	3	37	26	63	16	44
32	43	33	4	23	10	62	53
35	64	30	18	5	52	41	15
47	29	60	9	56	6	34	19
50	20	13	59	46	40	7	25
61	39	42	54	11	17	28	8

Repetiția IX

1	2	3	4	5	6	7	8
14	12	16	10	15	9	13	11
24	21	22	23	18	19	20	17
31	27	26	32	30	29	25	28
36	38	37	33	35	34	40	39
45	48	44	43	41	47	46	42
51	55	49	53	52	56	50	54
58	57	63	62	64	60	59	61

SCHEMA 10.142 — Grilaj patrat balansat de tipul 8 × 8
$v = 64$, $k = 8$, $n = 9$, $b = 72$, $c = 72$, $\lambda = 2$

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81

Repetiția II

1	12	20	34	45	53	58	69	77
21	2	10	54	35	43	78	59	67
11	19	3	44	52	36	68	76	60
61	72	80	4	15	23	28	39	47
81	62	70	24	5	13	48	29	37
71	79	63	14	22	6	38	46	30
31	42	50	55	66	74	7	18	26
51	32	40	75	56	64	27	8	16
41	49	33	65	73	57	17	25	9

Repetiția III

1	57	29	16	72	44	22	78	50
30	2	55	45	17	70	51	23	76
56	28	3	71	43	18	77	49	24
25	81	53	4	60	32	10	66	38
54	26	79	33	5	58	39	11	64
80	52	27	59	31	6	65	37	12
13	69	41	19	75	47	7	63	35
42	14	67	48	20	73	36	8	61
68	40	15	74	46	21	62	34	9

Repetiția IV

1	33	62	27	47	76	14	43	66
63	2	31	77	25	48	64	15	44
32	61	3	46	78	26	45	65	13
17	37	69	4	36	56	21	50	79
67	18	38	57	5	34	80	19	51
39	68	16	35	55	6	49	81	20
21	53	73	11	40	72	7	30	59
74	22	54	70	12	41	60	8	28
52	75	23	42	71	10	29	58	9

Repetiția V

1	60	35	18	65	40	23	79	48
36	2	58	41	16	66	46	24	80
59	34	3	64	42	17	81	47	22
26	73	51	4	63	29	12	68	43
49	27	74	30	5	61	44	10	69
75	50	25	62	28	6	67	45	11
15	71	37	20	76	54	7	57	32
38	13	72	52	21	77	33	8	55
70	39	14	78	53	19	56	31	9

SCHEMA 10.143 — Grilaj patrat balansat de tipul 9 × 9

$v = 81,\ k = 9,\ n = 5,\ b = 45,\ c = 45,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Repetiția II

1	102	82	62	42	22	112	92	72	52	32
33	2	103	83	63	43	12	113	93	73	53
54	23	3	104	84	64	44	13	114	94	74
75	55	24	4	105	85	65	34	14	115	95
96	76	45	25	5	106	86	66	35	15	116
117	97	77	46	26	6	107	87	56	36	16
17	118	98	67	47	27	7	108	88	57	37
38	18	119	99	68	48	28	8	109	78	58
59	39	19	120	89	69	49	29	9	110	79
80	60	40	20	121	90	70	50	30	10	100
101	81	61	41	21	111	91	71	51	31	11

Repetiția III

1	115	108	90	83	76	58	51	44	26	19
20	2	116	109	91	84	77	59	52	34	27
28	21	3	117	110	92	85	67	60	53	35
36	29	22	4	118	100	93	86	68	61	54
55	37	30	12	5	119	101	94	87	69	62
63	45	48	31	13	6	120	102	95	88	70
71	64	46	39	32	14	7	121	103	96	78
79	72	65	47	40	33	15	8	111	104	97
98	80	73	66	48	41	23	16	9	112	105
106	99	81	74	56	49	42	24	17	10	113
114	107	89	82	75	57	50	43	25	18	11

Scanned with OKEN Scanner

Repetiţia IV

1	40	68	107	14	53	81	120	27	66	94
95	2	41	69	108	15	54	82	121	28	56
57	96	3	42	70	109	16	55	83	111	29
30	58	97	4	43	71	110	17	45	84	112
113	31	59	98	5	44	72	100	18	46	85
86	114	32	60	99	6	34	73	101	19	47
48	87	115	33	61	89	7	35	74	102	20
21	49	88	116	23	62	90	8	36	75	103
104	22	50	78	117	24	63	91	9	37	76
77	105	12	51	79	118	25	64	92	10	38
39	67	106	13	52	80	119	26	65	93	11

Repetiţia V

1	119	105	91	88	74	60	46	43	29	15
16	2	120	106	92	78	75	61	47	44	30
31	17	3	121	107	93	79	76	62	48	34
35	32	18	4	111	108	94	80	77	63	49
50	36	33	19	5	112	109	95	81	67	64
65	51	37	23	20	6	113	110	96	82	68
69	66	52	38	24	21	7	114	100	97	83
84	70	56	53	39	25	22	8	115	101	98
99	85	71	57	54	40	26	12	9	116	102
103	89	86	72	58	55	41	27	13	10	117
118	104	90	87	73	59	45	42	28	14	11

Repetiţia VI

1	110	87	64	41	18	116	93	70	47	24
25	2	100	88	65	42	19	117	94	71	48
49	26	3	101	78	66	43	20	118	95	72
73	50	27	4	102	79	56	44	21	119	96
97	74	51	28	5	103	80	57	34	22	120
121	98	75	52	29	6	104	81	58	35	12
13	111	99	76	53	30	7	105	82	59	36
37	14	112	89	77	54	31	8	106	83	60
61	38	15	113	90	67	55	32	9	107	84
85	62	39	16	114	91	68	45	33	10	108
109	86	63	40	17	115	92	69	46	23	11

SCHEMA 10.144 — Grilaj patrat balansat de tipul 11 × 11

$v = 121,\ k = 11,\ n = 6,\ b = 66,\ c = 66,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117
118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169

Repetiția II

1	26	38	50	62	74	86	98	110	122	134	146	158
159	2	14	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147
148	160	3	15	27	52	64	76	88	100	112	124	136
137	149	161	4	16	28	40	65	77	89	101	113	125
126	138	150	162	5	17	29	41	53	78	90	102	114
115	127	139	151	163	6	18	30	42	54	66	91	103
104	116	128	140	152	164	7	19	31	43	55	67	79
80	92	117	129	141	153	165	8	20	32	44	56	68
69	81	93	105	130	142	154	166	9	21	33	45	57
58	70	82	94	106	118	143	155	167	10	22	34	46
47	59	71	83	95	107	119	131	156	168	11	23	35
36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	169	12	24
25	37	49	61	73	85	97	109	121	133	145	157	13

Repetiția III

1	24	34	44	54	77	87	97	107	130	140	150	160
161	2	24	35	45	55	78	88	98	108	118	141	151
152	162	3	26	36	46	56	66	89	99	109	119	142
143	153	163	4	14	37	47	57	67	90	100	110	120

Scanned with OKEN Scanner

121	131	154	164	5	15	38	48	58	68	91	101	111
112	122	132	155	165	6	16	39	49	59	69	79	102
103	113	123	133	156	166	7	17	27	50	60	70	80
81	104	114	124	134	144	167	8	18	28	51	61	71
72	82	92	115	125	135	145	168	9	19	29	52	62
63	73	83	93	116	126	136	146	169	10	20	30	40
41	64	74	84	94	117	127	137	147	157	11	21	31
32	42	65	75	85	95	105	128	138	148	158	12	22
23	33	43	53	76	86	96	106	129	139	149	159	13

Repetiţia IV

1	22	30	51	59	67	88	96	117	125	133	154	162
163	2	23	31	52	60	68	89	97	105	126	134	155
156	164	3	24	32	40	61	69	90	98	106	127	135
136	144	164	4	25	33	41	62	70	91	99	107	128
129	137	145	166	5	26	34	42	63	71	79	100	108
109	130	138	146	167	6	14	35	43	64	72	80	101
102	110	118	139	147	168	7	15	36	44	65	73	81
82	103	111	119	140	148	169	8	16	37	45	53	74
75	83	104	112	120	141	149	157	9	17	38	46	54
55	76	84	92	113	121	142	150	158	10	18	39	47
48	56	77	85	93	114	122	143	151	159	11	19	27
28	49	57	78	86	94	115	123	131	152	160	12	20
21	29	50	58	66	87	95	116	124	132	153	161	13

Repetiţia V

1	20	39	45	64	70	89	95	114	120	139	145	164
165	2	21	27	46	65	71	90	96	115	121	140	146
147	166	3	22	28	47	53	72	91	97	116	122	141
142	148	167	4	23	29	48	54	73	79	98	117	123
124	143	149	168	5	24	30	49	55	74	80	99	105
106	125	131	150	169	6	25	31	50	56	75	81	100
101	107	126	132	151	157	7	26	32	51	57	76	82
83	102	108	127	133	152	158	8	14	33	52	58	77
78	84	103	109	128	134	153	159	9	15	34	40	59
60	66	85	104	110	129	135	154	160	10	16	35	41
42	61	67	86	92	111	130	136	155	161	11	17	36
37	43	62	68	87	93	112	118	137	156	162	12	18
19	38	44	63	69	88	94	113	119	138	144	163	13

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția VI

1	18	35	52	56	73	90	94	111	128	132	149	166
167	2	19	36	40	57	74	91	95	112	129	133	150
151	168	3	20	37	41	58	75	79	96	113	130	134
135	152	169	4	21	38	42	59	76	80	97	114	118
119	136	153	157	5	22	39	43	60	77	81	98	115
116	120	137	154	158	6	23	27	44	61	78	82	99
100	117	121	138	155	159	7	24	28	45	62	66	83
84	101	105	122	139	156	160	8	25	29	46	63	67
68	85	102	106	123	140	144	161	9	26	30	47	64
65	69	86	103	107	124	141	145	162	10	14	31	48
49	53	70	87	104	108	125	142	146	163	11	15	32
33	50	54	71	88	92	109	126	143	147	164	12	16
17	34	51	55	72	89	93	110	127	131	148	165	13

Repetiția VII

1	16	31	46	61	76	91	93	108	123	138	153	168
169	2	17	32	47	62	77	79	94	109	124	139	154
155	157	3	18	33	48	63	78	80	95	110	125	140
141	156	158	4	19	34	49	64	66	81	96	111	126
127	142	144	159	5	20	35	50	65	67	82	97	112
113	128	143	145	160	6	21	36	51	53	68	83	98
99	114	129	131	146	161	7	22	37	52	54	69	84
85	100	115	130	132	147	162	8	23	38	40	55	70
71	86	101	116	118	133	148	163	9	24	39	41	56
57	72	87	102	117	119	134	149	164	10	25	27	42
43	58	73	88	103	105	120	135	150	165	11	26	28
29	44	59	74	89	104	106	121	136	151	166	12	14
15	30	45	60	75	90	92	107	122	137	152	167	13

SCHEMA 10.145 — Grilaj patrat balansat de tipul 13 × 13

$v = 169,\ k = 13,\ n = 7,\ b = 91,\ c = 91,\ \lambda = 1$

Scanned with OKEN Scanner

10.2.1.2.7.2. *Grilajul patrat parțial balansat*

În timp ce la grilajele patrate balansate numărul de repetiții (patrate de tipul k × k) este fix, fiind condiționat de necesitatea balansării, fapt care limitează posibilitatea de folosire a acestor grilaje, la grilajele patrate parțial balansate numărul de repetiții poate fi ales după voie.

Tipurile de grilaje patrate parțial balansate sînt arătate în tabelul 10.5.

TABELUL 10.5: **Tipurile de grilaje patrate parțial balansate**

Tipul de grilaj	7 × 7	8 × 8	9 × 9	11 × 11	13 × 13
Nr. de variante	49	64	81	121	169
Nr. de repetiții	3	3, 4	3, 4	3, 4, 5	3, 4, 5, 6

Schemele pentru aceste grilaje se obțin alegînd după voie un număr de repetiții din grilajele patrate balansate. De exemplu, pentru un grilaj de tipul 7×7 cu 49 variante în 2 repetiții, putem folosi repetițiile I și III din schema 10.141; pentru un grilaj de tipul 8×8 cu 64 variante în 3 repetiții putem folosi repetițiile I, III și V din schema 10.142, iar pentru un grilaj de același tip în 4 repetiții, putem folosi repetițiile I, III, V și VII din aceeași schemă.

10.2.2. Metode de așezare a experiențelor polifactoriale

10.2.2.1. *Noțiuni fundamentale*

În secțiunea 10.2.1 am prezentat metodele de așezare a experiențelor privind variația unui singur factor, de exemplu, factorul soi sau hibrid, factorul doză de îngrășămînt azotat, factorul regim de irigație etc. În practica agricolă avem însă de a face cu acțiunea simultană a mai multor factori. De aceea experimentatorul trebuie să stabilească pentru fiecare plantă agricolă și pentru fiecare zonă ecologică în parte modul cum acționează mai mulți factori asupra producției agricole. De exemplu, el trebuie să precizeze care este cel mai bun soi de grîu și care este nevoia de îngrășămînt mineral azotat a acestuia pentru o anumită zonă. Potrivit concepției monofactoriale problema se poate rezolva stabilind mai întîi printr-o experiență simplă care este cel mai valoros soi de grîu apoi printr-o altă experiență simplă stabilind nevoia de azot a acestuia. Procedeul acesta ar fi valabil numai dacă cei doi factori ar varia independent. În realitate factorii respectivi nu variază independent ci între ei există o interdependență. Dacă în afară de soi și îngrășămînt azotat experimentatorul își propune să stabilească și regimul optim de irigație atunci, conform aceleiași concepții, ar trebui să execute succesiv 3 experiențe simple și să recomande variantele cele mai bune din

Scanned with OKEN Scanner

experiențele individuale. Desigur procedeul acesta ar fi valabil dacă între cei 3 factori nu ar exista nici o legătură. În realitate între factorii de vegetație există o interacțiune care poate fi semnificativă sau nesemnificativă. Această interacțiune nu poate fi stabilită prin experiențe simple. Pentru a stabili acțiunea și interacțiunea mai multor factori este necesar ca ei să fie studiați simultan în aceeași experiență. Experiențele în care se studiază concomitent acțiunea și interacțiunea mai multor factori se numesc *experiențe polifactoriale, plurifactoriale, multifactoriale* sau *factoriale* sau *complexe.*

Să luăm ca exemplu o experiență privind influența azotatului de amoniu în cantitatea de 100 și 200 kg/ha asupra a două soiuri de grîu de toamnă. Este vorba de o experiență cu doi *factori* a două *gradări* fiecare. Să notăm cu N factorul îngrășămînt azotat și cu n_0 și n_1 gradările respective (n_0 = 100 kg la ha azotat de amoniu, n_1 = 200 kg/ha azotat de amoniu), cu S factorul soi și cu s_0 și s_1 gradările respective (s_0 = soiul nr. 1 s_1 = soiul nr. 2). Sînt posibile 4 *combinații de tratamente* (combinații de variante, tratamente, variante) :

n_0s_0 = 100 kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 1
n_0s_1 = 100 kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 2
n_1s_0 = 200 kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 1
n_1s_1 = 200 kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 2

Fiecare combinație de tratamente ocupă o parcelă. Să admitem că experiența este fără repetiții. Producțiile obținute, în q/ha boabe, se văd în tabelul 10.6.

TABELUL 10.6: Producția de boabe, în q/ha, obținute la grîul de toamnă, prin aplicarea azotatului de amoniu

Factorul N	Factorul S		Diferența $s_1 - s_0$
	s_0	s_1	
n_0	30	40	+10
n_1	36	56	+20
Diferența $n_1 - n_0$	+ 6	+16	

Să luăm în considerare în primul rînd combinațiile de tratamente. Sporul de producție al lui n_1 față de n_0 în cadrul combinației s_0 este de 6 q/ha iar în cadrul combinației s_1 de 16 q/ha. Sporul de producție a lui s_1 față de s_0 este de 10 q/ha în cadrul combinației n_0 și de 20 q/ha în cadrul combinației n_1. Sporurile de 6, 16, 10 și 20 q/ha reprezintă *acțiunile combinațiilor* sau *acțiunile simple.*

Să ne referim acum la acțiunea factorului îngrășămînt azotat făcînd abstracție de soi și la acțiunea factorului soi, făcînd abstracție de îngrășămînt.

Scanned with OKEN Scanner

Aceste acțiuni se deduc însumînd acțiunile combinațiilor respective și calculînd mediile:

$$\text{Acțiunea factorului } N = \frac{6 + 16}{2} = 11 \text{ q/ha}$$

$$\text{Acțiunea factorului } S = \frac{10 + 20}{2} = 15 \text{ q/ha}$$

Sporurile de 11 și 15 q/ha reprezintă *acțiunile factorilor* sau *acțiunile principale*.

Observînd acțiunile combinațiilor constatăm că factorii studiați nu au acționat independent. Între ei a fost o anumită interacțiune. Această interacțiune se stabilește calculînd diferența medie dintre combinațiile situate pe cele două diagonale din tabelul 10.6.

$$\frac{(56 + 30) - (40 + 36)}{2} = 5 \text{ q/ha.}$$

Sporul de 5 q/ha reprezintă *interacțiunea* sau *acțiunea reciprocă a factorilor*.

Din datele prezentate mai sus rezultă că sporirea dozei de azot de la 100 la 200 kg/ha a adus un surplus de producție de 11 q/ha, că azotul a acționat mai ales asupra soiului al doilea aducînd un spor de 15 q/ha și că din acțiunea reciprocă dintre azot și soiul al doilea a rezultat o majorare a producției de 5 q/h. Dacă factorii studiați în aceeași experiență sînt independenți, atunci acțiunile simple sînt egale cu acțiunile principale. În acest caz fiecare acțiune principală este estimată cu aceeași precizie ca și în cazul cînd factorul respectiv ar fi studiat într-o experiență monofactorială.

În exemplul de mai sus factorii implicați au fost notați cu N și S după inițialele termenilor nitrogen și soi iar gradările respective cu n_0 și n_1 respectiv s_0 și s_1.

Se obișnuiește însă ca factorii să se noteze cu literele mari ale alfabetului A, B, C etc. iar gradările fiecărui factor cu literele mici corespunzătoare la care se adaugă un indice: a_0, a_1, a_2, a_3 .... a_n; b_0, b_1, b_2, b_3 ... b_n; c_0, c_1, c_2, c_3 ..... c_n etc. Indicii servesc la recunoașterea fiecărei gradări.

Desemnată cu noile simboluri experiența de mai sus se va prezenta astfel:

Factorul $A = NO_3NH_4$ — Factorul B = soiul de grîu

$a_0 = 100$ kg/ha NO_3NH_4 — b_0 = soiul nr. 1

$a_1 = 200$ kg/ha NO_3NH_4 — b_1 = soiul nr. 2

Combinațiile de factori (tratamentele, variantele):

$a_0b_0 = 100$ kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 1

$a_0b_1 = 100$ kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 2

$a_1b_0 = 200$ kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 1

$a_1b_1 = 200$ kg/ha NO_3NH_4 aplicat la soiul nr. 2

Scanned with OKEN Scanner

Orice experiență polifactorială se desemnează printr-un produs între numărul gradărilor factorilor implicați, produs care ne indică dintr-o dată numărul factorilor, numărul gradărilor fiecărui factor și numărul combinațiilor posibile. Așa de exemplu, experiența de mai sus poate fi reprezentată prin produsul 2×2 care ne arată că avem de a face cu doi factori a două gradări fiecare și cu 4 combinații de tratamente. O experiență de tipul $5\times8\times3$ are 3 factori dintre care factorul întîi are 5 gradări, factorul al doilea 8 gradări iar factorul al treilea 3 gradări; numărul total al combinațiilor este 120. Dacă numărul de gradări corespunzătoare fiecărui factor este același atunci experiența poate fi reprezentată printr-un număr n la puterea $m(n^m)$ în care n reprezintă numărul gradărilor iar m numărul factorilor. De exemplu, putem scrie 2^3 în loc de $2\times2\times2$ sau 3^3 în loc de $3\times3\times3$ sau 5^3 în loc de $5\times5\times5$ sau în general 2^m, 3^m, 5^m etc.

La așezarea experienței în cîmp putem renunța la literele mici ale alfabetului, folosind numai indicii lor. În acest caz prima cifră reprezintă gradările primului factor, cifra a doua gradările factorului al doilea etc. Combinațiile de factori din experiența privind influența azotatului de amoniu asupra grîului de toamnă vor fi reprezentate astfel:

$$a_0b_0 = 00 \qquad a_1b_0 = 10$$
$$a_0b_1 = 01 \qquad a_1b_1 = 11$$

O experiență cu 3 factori a două gradări fiecare, deci o experiență de tipul 2^3 se va prezenta astfel:

Factori:	A	B	C
Gradări:	a_0	b_0	c_0
	a_1	b_1	c_1

Combinațiile de tratamente vor fi următoarele:

$$a_0b_0c_0 = 000 \qquad a_1b_1c_0 = 110$$
$$a_0b_0c_1 = 001 \qquad a_1b_1c_1 = 111$$
$$a_0b_1c_0 = 010$$
$$a_0b_1c_1 = 011$$
$$a_1b_0c_0 = 100$$
$$a_1b_0c_1 = 101$$

Numărul factorilor ce se studiază într-o experiență polifactorială este de 2—4. Introducerea unui număr mai mare de factori îngreuiază interpretarea acțiunii reciproce a factorilor, deoarece variațele acțiunii reciproce se cuplează cu varianța erorii.

Experiența polifactorială reprezintă cel mai important instrument de cercetare a influenței factorilor de vegetație asupra producției plantelor agricole. Experiențele polifactoriale prezintă în comparație cu cele monofactoriale următoarele avantaje: a) studiază simultan acțiunea mai multor factori asupra plantelor (acțiunea factorilor sau acțiunea principală); b) stu-

Scanned with OKEN Scanner

diază modul cum se influențează factorii între ei (acțiunea reciprocă a factorilor); c) rezultatele ce se obțin sînt mai reale, deoarece experiența polifactorială reflectă situația din natură unde avem de a face cu o acțiune complexă a factorilor de vegetație asupra plantelor d) economisesc terenul și forța de muncă e) furnizează mai repede date pentru producție. Toate aceste avantaje au făcut ca în experimentarea agricolă și biologică modernă să domine *concepția polifactorială*.

10.2.2.2. *Metode de așezare cu blocuri complete*

10.2.2.2.1. **Metoda blocurilor**

Combinațiile de tratamente se așază în blocuri, blocul fiind identic cu repetiția. Blocurile pot fi așezate cap în cap (fig. 10.2 A), liniar pe un rînd (fig. 10.2 B), liniar pe 2—3 rînduri (fig. 10.2 C) sau dispersat (fig. 10.2 D). Alegerea unei posibilități sau a alteia depinde de omogenitatea solului sau de forma terenului disponibil.

Numărul blocurilor variază de la 3—7, fiind mai mic pe terenurile uniforme și mai mare pe cele mai puțin uniforme.

Repartiția combinațiilor de tratamente în interiorul blocurilor este accidentală. Randomizarea se face cu ajutorul tabelei XIII din anexă.

Ca și la metoda blocurilor pentru experiențele simple, există 3 variante de randomizare pentru experiențele complexe:

— Varianta 1: toate blocurile sînt randomizate

— Varianta 2: toate blocurile sînt randomizate exceptînd primul bloc în care distribuția combinațiilor este sistematică.

— Varianta 3: toate blocurile sînt dirijat randomizate în afară de primul în care distribuția tratamentelor este sistematică.

Fie o experiență polifactorială de tipul 2×3 în 4 repetiții. Factorul A are gradările a_0 și a_1, factorul B gradările b_0, b_1, b_2. Combinațiile de tratamente sînt:

$$a_0b_0 = 00 \qquad a_1b_0 = 10$$
$$a_0b_1 = 01 \qquad a_1b_1 = 11$$
$$a_0b_2 = 02 \qquad a_1b_2 = 12$$

Așezarea experienței în cîmp se vede în fig. 10.5.

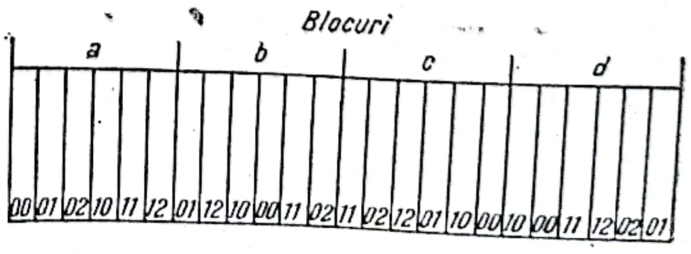


Fig. 10.5 — Metoda blocurilor
O experiență polifactorială de tipul 2 × 3 în 4 repetiții (blocuri)

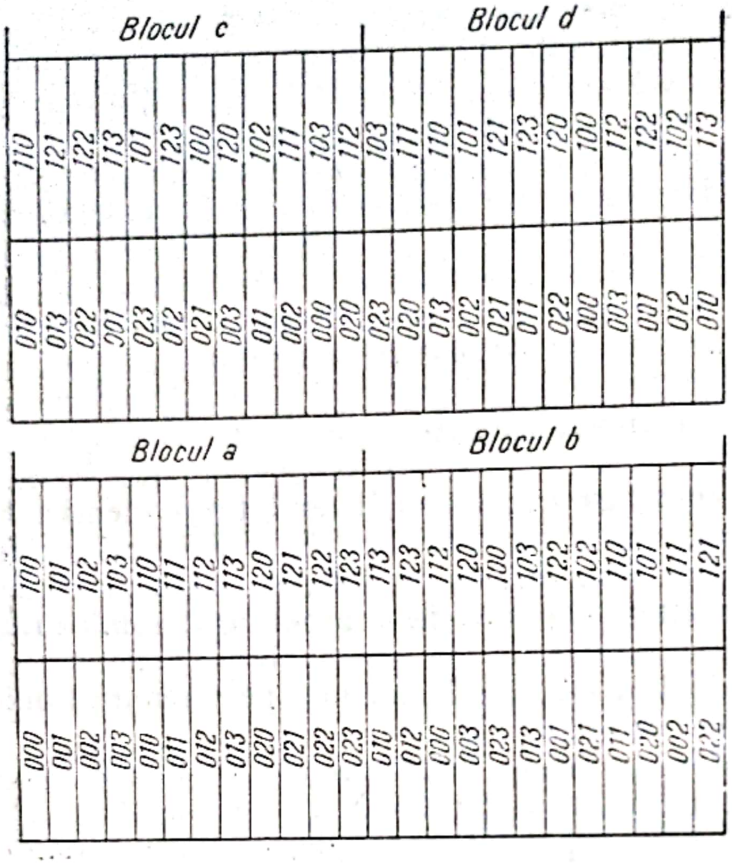


Fig. 10.6 — Metoda blocurilor
O experienţă polifactorială de tipul $2 \times 3 \times 4$ în 4 repetiţii

Prezentăm o experienţă polifactorială de tipul $2 \times 3 \times 4$ în 4 repetiţii (fig. 10.6).

Factori:	A	B	C
Gradări:	a_0	b_0	c_0
	a_1	b_1	c_1
		b_2	c_2
			c_3

Combinaţiile de tratamente în număr de 24 sînt:

$a_0b_0c_0 = 000$
$a_0b_0c_1 = 001$
$a_0b_0c_2 = 002$
$a_0b_0c_3 = 003$
$a_0b_1c_0 = 010$
$a_0b_1c_1 = 011$
$a_0b_1c_2 = 012$
$a_0b_1c_3 = 013$
$a_0b_2c_0 = 020$
$a_0b_2c_1 = 021$
$a_0b_2c_2 = 022$
$a_0b_2c_3 = 023$

$a_1b_0c_0 = 100$
$a_1b_0c_1 = 101$
$a_1b_0c_2 = 102$
$a_1b_0c_3 = 103$
$a_1b_1c_0 = 110$
$a_1b_1c_1 = 111$
$a_1b_1c_2 = 112$
$a_1b_1c_3 = 113$
$a_1b_2c_0 = 120$
$a_1b_2c_1 = 121$
$a_1b_2c_2 = 122$
$a_1b_2c_3 = 123$

Scanned with OKEN Scanner

Cele 24 combinații formează un bloc cu 24 parcele. Deoarece blocul se abate mult de la forma patrată din cauza numărului prea mare de combinații, se recomandă ca cele 24 combinații să fie așezate în bloc pe două rînduri așa cum se vede în fig. 10.6.

10.2.2.2.2. Patratul latin

La așezarea experiențelor polifactoriale se pot folosi patratele latine de tipul 3×3 — 8×8 și în mod excepțional patratele latine de tipul 9×9 și 10×10.

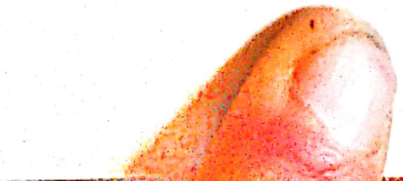
Distribuția combinațiilor este accidentală putîndu-se folosi aceleași variante de randomizare ca și în cazul experiențelor simple și anume: a) se randomizează toate blocurile, b) se randomizează toate blocurile exceptînd primul bloc în care distribuția este sistematică, c) se randomizează dirijat toate blocurile în afară de primul bloc în care distribuția variantelor este sistematică.

Să luăm ca exemplu o experiență polifactorială de tipul 2×3 pe care am prezentat-o la metoda blocurilor. Această experiență poate fi așezată și după metoda patratului latin și anume într-un patrat latin de tipul 6×6 (fig. 10.7). Experiența avînd 2 factori a două, respectiv trei gradări, deci un număr mic de combinații, s-a pretat foarte bine pentru patratul latin.

Dacă unul din factorii studiați are un număr mare de gradări iar celălalt factor un număr mic, se poate forma un patrat latin numai cu factorul care are un număr mic de gradări. Parcelele care constituie factorul cu număr mare de gradări vor fi dispuse după metoda blocurilor, liniar pe un rînd, în cadrul parcelelor mari ale patratului latin. Spre exemplificare prezentăm o experiență de tipul 4×10 la grîul de toamnă, în care primul factor reprezintă cantitatea de sămînță la hectar cu gradările 160, 180, 200, 220 kg/ha iar factorul al doilea soiul cu 10 gradări reprezentînd 10 soiuri de grîu de toamnă. Cele 4 cantități de sămînță se așază într-un patrat latin iar cele

Blocuri \ Coloane	I	II	III	IV	V	VI
f	12	02	11	00	10	01
e	10	12	01	11	02	00
d	01	11	10	12	00	02
c	11	00	12	02	01	10
b	02	10	00	01	12	11
a	00	01	02	10	11	12

Fig. 10.7 — Patrat latin de tipul 6 × 6 O experiență polifactorială de tipul 2 × 3 (după A. Mudra, 1952, modificat)



Blocuri	Coloane I	Coloane II	Coloane III	Coloane IV
d	200 1–10	160 1–10	220 1–10	180 1–10
c	220 1–10	200 1–10	180 1–10	160 1–10
b	180 1–10	220 1–10	160 1–10	200 1–10
a	160 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	180 1–10	200 1–10	220 1–10

Fig. 10.8 — Patrat latin de tipul 4×4 O experiență polifactorială de tipul 4×10 (după A. M u d r a 1952, modificat)

10 soiuri se așază după metoda blocurilor, liniar pe un rînd în cadrul parcelelor patratului latin (fig. 10.8). Tot spre exemplificare prezentăm o experiență de tipul 2×2×10 la cînepa de fibre în care primul factor reprezintă azotatul de amoniu aplicat în două doze ($N_1 = 100$ kg/ha ; $N_2 = 200$ kg/ha), al doilea factor distanța dintre rînduri și anume 12,5 cm și 25 cm iar al treilea factor soiul, reprezentat prin 10 soiuri. Fiecare doză de azotat de amoniu va ocupa cîte două parcele ale patratului latin, dintre care pe una din ele cînepa va fi semănată la distanța de 12,5 cm iar pe cealaltă la distanța de 25 cm; cele 10 soiuri vor fi așezate liniar în cadrul parcelelor patratului latin (fig. 10.9).

Blocuri	Coloane I	Coloane II	Coloane III	Coloane IV
d	N_2 12,5 cm 1–10	N_2 25 cm 1–10	N_1 25 cm 1–10	N_1 12,5 cm 1–10
c	N_1 25 cm 1–10	N_1 12,5 cm 1–10	N_2 25 cm 1–10	N_2 12,5 cm 1–10
b	N_2 25 cm 1–10	N_2 12,5 cm 1–10	N_1 12,5 cm 1–10	N_1 25 cm 1–10
a	N_1 12,5 cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	N_1 25 cm 1–10	N_2 12,5 cm 1–10	N_2 25 cm 1–10

Fig. 10.9 — Patrat latin de tipul 4×4 O experiență polifactorială de tipul 2 × 2 × 10 (după A. M u d r a, 1952, modificat)

Scanned with OKEN Scanner

10.2.2.2.3. Dreptunghiul latin

Cînd numărul gradărilor pentru factorul al doilea sau al treilea este prea mare se pot folosi dreptunghiurile latine în loc de patratele latine.

Să luăm ca exemplu o experiență complexă de tipul $4\times2\times10$ la cînepa de fibre. Factorul A este reprezentat prin azotatul de amoniu cu dozele $a_0 = 100$ kg/ha, $a_1 = 150$ kg/ha, $a_2 = 200$ kg/ha, $a_3 = 250$ kg/ha, factorul B cantitatea de sămînță la hectar cu gradările $b_0 = 80$ kg/ha, $b_1 = 100$ kg/ha iar factorul C este reprezentat prin soi cu gradările c_0 = soiul 1, c_1 = soiul 2 .... c_9 = soiul 10. Experiența poate fi așezată într-un dreptunghi latin de tipul $4\times4\times2$. Parcela 1 va fi ocupată de combinațiile $a_0b_0c_0 \ldots c_9$, parcela 2 de $a_0b_1c_0 \ldots c_9$ etc. parcela 7 de $a_3b_0c_0 \ldots c_9$ iar parcela 8 de $a_3b_1c_0 \ldots c_9$.

În tabelul 10.6. prezentăm tipurile de experiențe polifactoriale corespunzătoare diferitelor dreptunghiuri latine.

TABELUL 10.6: Tipuri de experiențe polifactoriale ce pot fi așezate în diferite dreptunghiuri latine

Tipuri de experiențe polifactoriale	Tipuri de dreptunghiuri latine
4 × 2 × 2 10	4 × 2 × 2
5 × 2 × 2 10	5 × 5 × 2
6 × 2 × 2 10	6 × 6 × 2
5 × 3 × 2 10	5 × 5 × 3
6 × 3 × 2 10	6 × 6 × 3
5 × 4 × 2 10	5 × 5 × 4
5 × 5 × 2 10	5 × 5 × 5

10.2.2.2.4. Metoda parcelelor subdivizate

În experiențele bifactoriale avem adesea de a face cu factori cu acțiune puternică și factori cu acțiune slabă, iar în experiențele trifactoriale pe lîngă cele două categorii de factori de mai sus, și cu factori cu acțiune mijlocie. În astfel de cazuri este foarte important să stabilim efectul factorilor cu acțiune slabă. Pentru aceasta este necesar să dispunem pentru acești factori de un număr mai mare de valori individuale decît pentru factorii cu acțiune puternică sau mijlocie. Acest lucru se realizează prin folosirea *metodei parcelelor subdivizate* (split plot) al cărei principiu constă în aceea că parcelele ocupate de gradările factorului A (parcele mari) se subdivid în parcele ocupate de gradările factorului B (parcele mijlocii) iar aceste din urmă în parcele ocupate de gradările factorului C (parcele mici). Factorul A este totdeauna factorul cu acțiune puternică, factorul B cu acțiune mijlocie iar factorul C cu acțiune slabă. Parcelele mari se mai numesc „parcele întregi" sau „unități", parcelele mijlocii „subparcele" sau „subunități" iar parcelele mici „sub-subparcele" sau „sub-subunități".

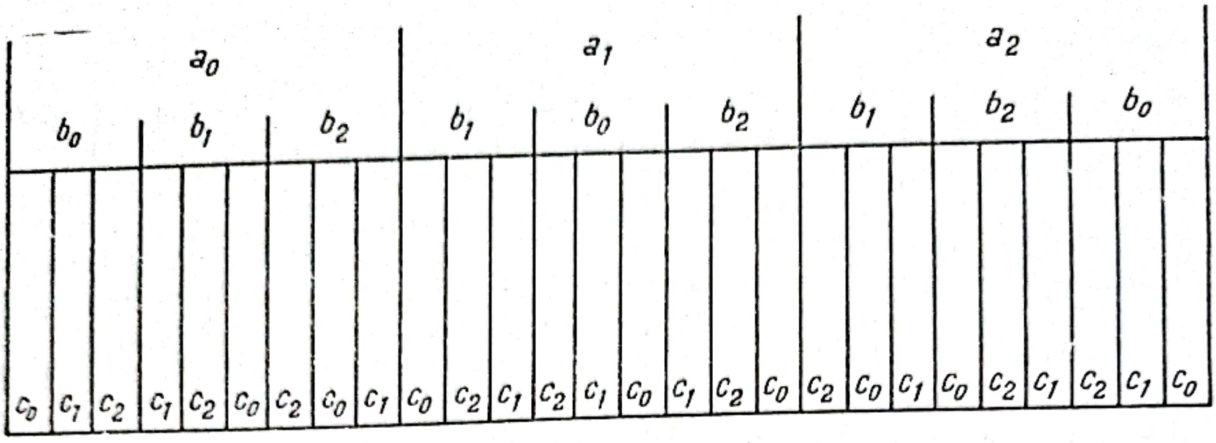


Fig. 10.10 — Metoda parcelelor subdivizate
O experienţă polifactorială de tipul 3 × 3 × 3

Fie o experienţă complexă de tipul 3 × 3 × 3

Factori:	A	B	C
Gradări:	a_0	b_0	c_0
	a_1	b_1	c_1
	a_2	b_2	c_2

Schema de bază (schema de structură) a acestei experienţe este arătată în fig. 10.10. Se vede că fiecare gradare a factorului A figurează o singură dată, fiecare gradare a factorului B de 3 ori iar fiecare gradare a factorului C de 9 ori. Rezultă că cel mai bine studiat este factorul C la care dispunem de 9 valori individuale pentru fiecare gradare, apoi B la care dispunem de 3 valori individuale pentru fiecare gradare, iar cel mai slab studiat este factorul A la care avem o singură valoare individuală pentru fiecare gradare. De aceea factorul cu cea mai mare eficacitate se va plasa pe parcelele mari iar factorul cu acţiunea cea mai redusă se va plasa pe parcelele mici.

Planul de structură din fig. 10.10 poate fi repetat de 3—5 ori, repetiţiile aşezîndu-se cap în cap, deoarece numărul combinaţiilor este mare. În cazul cînd numărul combinaţiilor este mic, repetiţiile pot fi aşezate liniar pe două trei rînduri. În cazul cînd numărul de combinaţii este mare se poate folosi şi metoda de aşezare din fig. 10.11 care reprezintă prima repetiţie a unei expe-

a_0			a_1		
b_0	b_1	b_2	b_1	b_2	b_0
c_5	c_3	c_2	c_4	c_0	c_1
c_4	c_1	c_0	c_2	c_3	c_5
c_3	c_4	c_5	c_1	c_2	c_0
c_2	c_0	c_1	c_3	c_5	c_4
c_1	c_5	c_3	c_0	c_4	c_2
c_0	c_2	c_4	c_5	c_1	c_3

Fig. 10.11 — Metoda parcelelor subdivizate
O experienţă polifactorială de tipul 2 × 3 × 6 (după A. M u d r a, 1958, modificat)

Scanned with OKEN Scanner

rienţe de tipul $2 \times 3 \times 6$. Pentru ca experienţa să aibă o formă cît mai apropiată de a unui patrat, celelalte repetiţii se aşază cap în cap.

Randomizarea se face potrivit următoarelor recomandări:

Gradările factorului A se randomizează independent fie în toate blocurile, fie în toate blocurile exceptînd primul bloc în care distribuţia este sistematică. Gradările factorului B se randomizează independent în cadrul fiecărei unităţi; randomizarea se poate face la toate unităţile sau la toate unităţile exceptînd prima unitate din prima repetiţie în care distribuţia este sistematică. Gradările factorului C se randomizează independent în cadrul fiecărei subunităţi; randomizarea se poate face la toate subunităţile, sau la toate subunităţile exceptînd prima subunitate din cadrul primei unităţi a repetiţiei întîia.

Metoda parcelelor subdivizate se poate încadra foarte bine într-un patrat latin aşa cum se poate vedea în fig. 10.8 şi în fig. 10.9. De asemenea, se poate încadra în oricare din tipurile de dreptunghi latin menţionate în tabelul 10.6.

În acest caz sînt valabile, în ceea ce priveşte randomizarea, aceleaşi recomandări care au fost indicate mai sus.

Metoda parcelelor subdivizate se recomandă la experienţele cu 2 maximum 3 factori. Subdivizarea parcelelor peste ordinul 3 nu se recomandă.

În comparaţie cu metoda blocurilor randomizate metoda parcelelor subdivizate prezintă următoarele avantaje şi dezavantaje (W. G. Cochran şi G. M. Cox, 1957):

1) La metoda parcelelor subdivizate acţiunea factorului B şi interacţiunea AB sînt mai precis estimate decît acţiunea factorului A. Mai mult decît atît, numărul gradelor de libertate pentru varianţa erorii experimentale, este mai mic pentru unităţi decît pentru subunităţi.

2) Eroarea experimentală medie privind comparaţiile tuturor combinaţiilor de tratamente este aceeaşi pentru ambele metode. Sporirea preciziei la estimarea acţiunii factorului B şi interacţiunii AB este în dauna preciziei privind estimarea acţiunii factorului A.

3) Avantajul principal al metodei parcelelor subdivizate este că pot fi combinaţi în aceeaşi experienţă factori cu acţiune foarte diferită de exemplu factori cu eficacitate foarte mare şi factori cu eficacitate slabă, sau foarte slabă. Gradările factorilor cu acţiune redusă vor fi plasate pe parcelele mici pentru a obţine un număr cît mai mare de valori individuale care să ne dea posibilitatea să sesizăm influenţa acestor factori.

4) Uneori eroarea parcelelor mari este mult mai mare decît a parcelelor mici. Se poate întîmpla ca acţiunea lui A, deşi foarte puternică, să fie nesemnificativă, în timp ce acţiunea lui B, deşi foarte mică (uneori atît de mică încît nu prezintă nici un interes practic) să fie semnificativă. Acest lucru derutează pe cercetător.

5) Faptul că diferitele combinaţii de tratamente au la bază diferite varianţe ale erorii face ca analiza statistică a rezultatelor să fie mai dificilă decît la metoda blocurilor.

Metoda parcelelor subdivizate s-a răspîndit atît de mult, în ţara noastră încît putem spune că e aproape unica metodă de aşezare folosită în experimen-

Scanned with OKEN Scanner

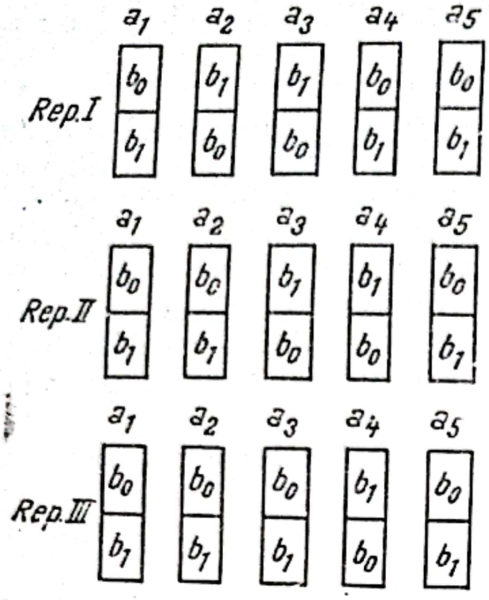


Fig. 10.12 — Metoda parcelelor subdivizate cu gradările factorului *A* distribuite sistematic
O experiență polifactorială de tipul 5×2 (după W. G. Cochran și G. M Cox, 1957)

tările complexe. Aceasta se explică nu atît prin precizia metodei și posibilitatea de combinare a factorilor cu acțiune foarte diferită, cît prin aceea că metoda se pretează la cele mai variate experiențe. În afară de aceasta metoda se aplică ușor.

10.2.2.2.5. **Variante ale metodei parcelelor subdivizate**

10.2.2.2.5.1. *Parcele subdivizate cu gradările factorului A distribuite sistematic*

Sînt cazuri în care gradările factorului *A* este necesar să fie distribuite sistematic. Astfel este cazul unor încercări în care gradările factorului *A* reprezintă soiuri sau hibrizi cu perioade de vegetație diferite iar gradările factorului *B* diferite tratamente aplicate semințelor în vederea stimulării dezvoltării plantelor. Sau alt caz, în care factorul *A* reprezintă epoca de semănat iar factorul *B* diferite soiuri.

Așa cum se vede în fig. 10.12 gradările factorului *A* sînt distribuite sistematic în toate repetițiile formînd benzi care se întind peste toate repetițiile iar gradările factorului *B* sînt distribuite accidental în cadrul fiecărei unități.

Acest tip de așezare nu permite estimarea exactă a acțiunii factorului *A* și nici a acțiunii combinațiilor $a_1b_0 - a_2b_0$, $a_1b_0 - a_3b_0$ etc. Analiza variației aplicată la unități nu e suficient de concludentă. Din contra analiza variației aplicată la subunități este concludentă așa încît eroarea (b) permite o estimare exactă a factorului *B* și a interacțiunii *AB*.

Prezenta așezare se va folosi numai în cazuri de necesitate și numai atunci cînd acțiunea factorului *A* ne interesează mai puțin.

10.2.2.2.5.2. *Parcele subdivizate cu gradările factorului B în benzi*

Această metodă constă în aceea că gradările factorului *B* în loc să fie randomizate independent în cadrul fiecărei unități se aranjează în benzi de-a-lungul fiecărei repetiții.

În fig. 10.13 prezentăm o experiență de tipul 5×3 în 3 repetiții în care gradările $a_0 \ldots\ldots a_4$ sînt aranjate după metoda blocurilor iar gradările b_0, b_1, b_2 în benzi care se întind peste parcelele mari $a_0 \ldots\ldots a_4$ de-a-lungul întregii repetiții.

Gradările $a_0 \ldots\ldots a_4$ pot fi aranjate și într-un patrat latin iar gradările b_0, b_1 și b_2 în benzi care se întind peste unitățile $a_0 \ldots\ldots a_4$ de-a-lungul întregii repetiții așa cum se vede în fig. 10.14.

Metoda parcelelor subdivizate cu subunități în benzi este convenabilă pentru experiențele în care vrem să testăm acțiunea a doi factori pe suprafețe relativ mari. Ea este indicată în toate experiențele în care lucrarea parcelelor mici (în cazul randomizării independente a

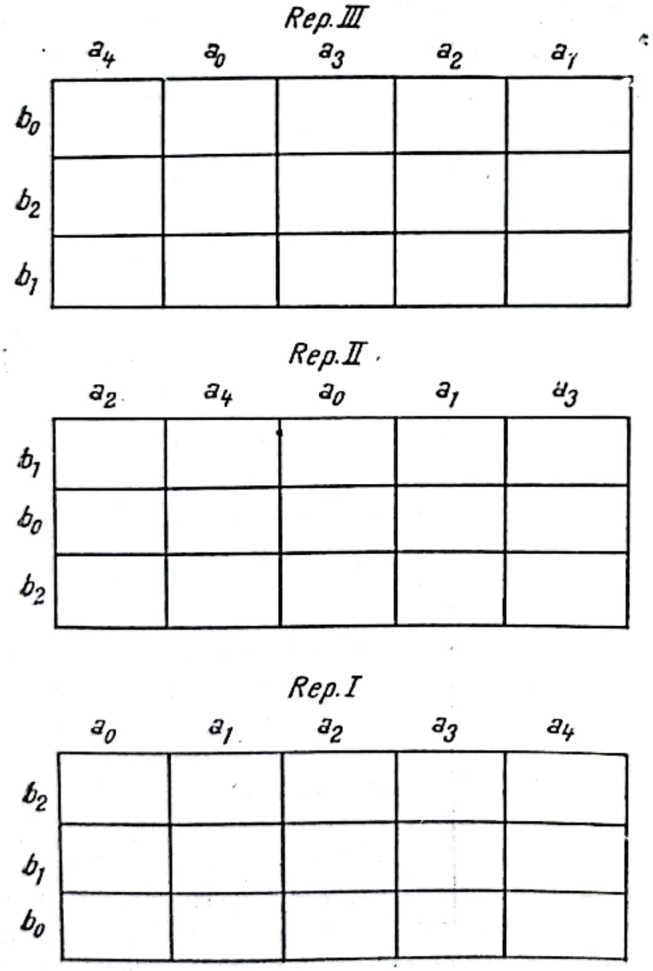


Fig. 10.13 — Metoda parcelelor subdivizate cu gradările factorului *B* în benzi.

O experiență polifactorială de tipul 5 × 3 în 3 repetiții (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957)

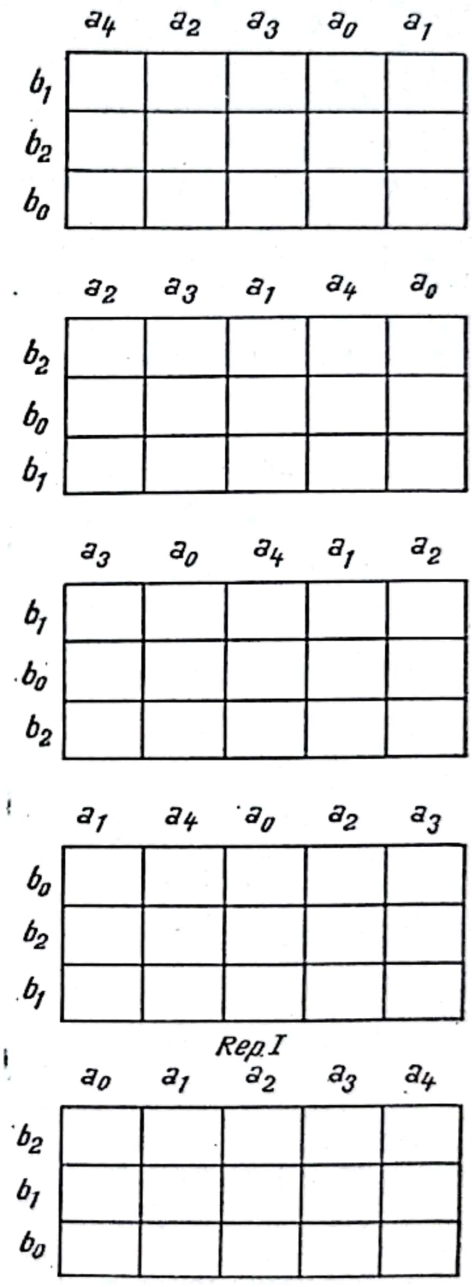


Fig. 10.14 — Metoda parcelelor subdivizate cu gradările factorului *B* în benzi

O experiență polifactorială de tipul 5 × 3 în 5 repetiții (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957, modificat)

acestora în cadrul fiecărei parcele mari) este dificilă de exemplu, în cazul mecanizării diferitelor lucrări.

Ca și la metoda parcelelor subdivizate obișnuită, precizia mediei privind compararea tuturor combinațiilor de tratamente este aceeași ca și la blocurile randomizate aranjate în subunități. Metoda prezintă dezavantajul că sacrifică din precizia testării acțiunii factorilor A și B în schimb se mărește precizia estimării interacțiunii AB.

Este ușor de văzut că atît gradările factorului A cît și cele ale factorului B se randomizează independent în cadrul fiecărei repetiții (Fig. 10.13 și 10.14).

10.2.2.2.5.3. *Parcele subdivizate cu gradările factorului* B *aranjate într-un patrat latin*

În anumite cazuri gradările factorului B se pot aranja într-un patrat latin. Metoda aceasta prezintă avantajul că mărește precizia testării acțiunii combinațiilor de tratamente din subunități. Numărul de repetiții trebuie să fie un multiplu al numărului de subunități din cadrul unei unități. Caracteristic pentru această metodă este faptul că subunitățile din cadrul fiecărei unități se aranjează în unul sau mai multe patrate latine separate.

În fig. 10.15 este prezentată o experiență complexă de tipul 4×3 în 3 repetiții în care cele 3 gradări ale factorului B sînt aranjate într-un patrat latin

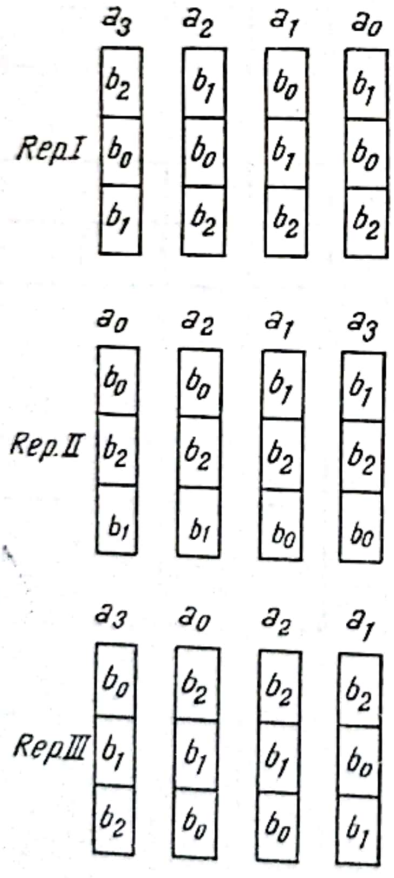


Fig. 10.15 — Metoda parcelelor subdivizate cu gradările factorul B aranjate într-un patrat latin

O experiență polifactorială de tipul 4×3 (după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957)

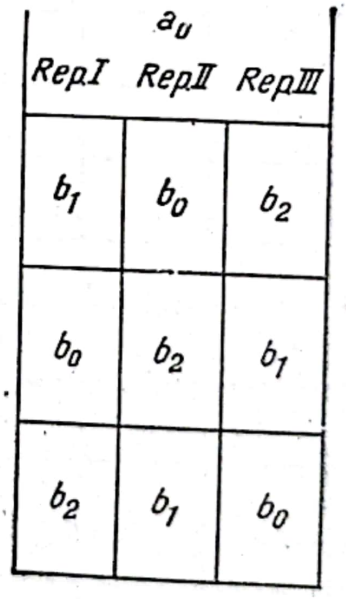


Fig. 10.16 — Metoda parcelelor subdivizate cu gradările factorului B aranjate într-un patrat latin

Așezarea gradărilor b în cadrul unei unități a

în cadrul fiecărei unități. La prima vedere este greu de recunoscut patratul latin. Dacă examinăm însă cele 4 unități (parcele mari) $a_0 \ldots a_3$ din cadrul fiecărei repetiții constatăm că în fiecare din ele b_0 apare odată în repetiția I odată în repetiția II și odată în repetiția III ; același lucru se întîmplă cu gradările b_1 și b_2 fiecare din ele apărînd o singură dată în fiecare repetiție. Făcînd abstracție de fig. 10.15 am putea reprezenta așezarea gradărilor factorului B, adică b_0, b_1, b_2 în cadrul unei unități de exemplu, a_0 ca în fig. 10.16. Observăm că avem de a face cu un patrat latin de tipul 3×3, în care pozițiile subunităților din cadrul unității reprezintă rîndurile, iar repetițiile, coloanele.

Prezenta metodă se recomandă în cazurile cînd sînt de așteptat variații mari în cadrul unităților. În experiențele cu virusuri ca unitate se ia planta iar ca subunități frunzele de la vîrf, de la mijloc și de la baza plantei.

Numărul repetițiilor, după cum s-a spus trebuie să fie un multiplu al numărului de subunități din cadrul unei unități. Dacă dorim ca experiența de tipul 4×3 din fig. 10.15 să aibă 6 repetiții în loc de 3, vom aranja materialul experimental în două grupe a 3 repetiții fiecare.

În ceea ce privește randomizarea se va proceda astfel:

Se vor randomiza mai întîi gradările factorului A în raport cu schema de așezare folosită. În cazul cînd așezarea s-a făcut după metoda blocurilor (ca în fig. 10.15) se va folosi una din variantele de randomizare indicate la metoda blocurilor pentru experiențele simple.

Se randomizează apoi gradările factorului B succesiv pentru fiecare patrat latin în parte. De exemplu, la experiența din fig. 10.15 se randomizează mai întîi gradările b_0, b_1, b_2 din patratul latin corespunzător unității a_0, apoi din patratul latin corespunzător unității a_1 apoi a_2 și în sfîrșit a_3.

În cazul cînd schema de bază se repetă este necesară o nouă randomizare la patratele latine repetate. De exemplu, în cazul experienței de tipul 4×3 din fig. 10.15 patratele latine din repetițiile 4, 5 și 6 vor avea o altă randomizare decît cele din schema de bază.

10.2.2.3. *Metode de așezare cu blocuri incomplete*

10.2.2.3.1. Metoda înlănțuirii (Confounding)

10.2.2.3.1.1. *Principiul metodei*

Metoda înlănțuirii elaborată de R. A. Fisher și generalizată în literatura statistică sub denumirea de „confounding" constă în divizarea fiecărei repetiții într-un anumit număr de blocuri egale, astfel încît fiecare bloc să conțină numai o parte din combinațiile de tratamente.

Repartiția combinațiilor de variante pe blocuri se face în așa fel încît să fie respectate două condiții și anume:

a) Să se micșoreze la minimum eroarea experimentală datorită neomogenității solului, eroare care este cu atît mai mică cu cît blocurile sînt mai mici.

b) Să permită testarea acțiunilor principale și a anumitor acțiuni reciproce, sacrificînd o parte din acțiunile reciproce, în general cele de ordin superior, care sînt în întregime sau parțial înlănțuite cu eroarea (varianța) datorită diferențelor de fertilitate dintre blocuri.

10.2.2.3.1.2. *Cazul unei experiențe polifactoriale de tipul 2^3 cu înlănțuire totală*

Este vorba de o experiență cu 3 factori A, B, C a două gradări fiecare. Combinațiile de tratamente sînt:

$$A_0B_0C_0 = (1)$$
$$A_1B_0C_0 = a$$
$$A_0B_1C_0 = b$$
$$A_1B_1C_0 = ab$$
$$A_0B_0C_1 = c$$
$$A_1B_0C_1 = ac$$
$$A_0B_1C_1 = bc$$
$$A_1B_1C_1 = abc$$

Interacțiunea de gradul cel mai înalt este ABC care este estimată de următoarea comparație:

$$[(abc) + (c) - (a) - (b)] + [(ab) + (1) - (ac) - (bc)]$$

Să admitem că fiecare repetiție este divizată în două blocuri incomplete și că numărul repetițiilor este 3. Schema experienței înainte de randomizare, este următoarea (schema 10.146) (W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957).

	Rep. I		Rep. II		Rep. III	
Blocuri	1	2	3	4	5	6
	abc	*ab*	*abc*	*ab*	*abc*	*ab*
	a	*ac*	*a*	*ac*	*a*	*ac*
	b	*bc*	*b*	*bc*	*b*	*bc*
	c	(1)	*c*	(1)	*c*	(1)

SCHEMA 10. 146 — O experiență polifactorială de tipul 2^3 cu blocuri formate din 4 tratamente, cu interacțiunea ABC complet înlănțuită

Din observarea schemei se pot desprinde două constatări:

a) Interacțiunea ABC este egală cu totalul blocurilor 1, 3, 5 minus totalul blocurilor 2, 4, 6. În felul acesta interacțiunea ABC este una din componentele comparației dintre blocuri. Ea este cuplată cu eroarea datorită diferențelor de fertilitate dintre blocuri. Zicem că interacțiunea ABC este *complet înlănțuită* cu blocurile.

Scanned with OKEN Scanner

b) Acțiunile principale A, B, C și interacțiunile AB, AC și BC sînt ortogonale cu totalurile blocurilor. Ele nu sînt influențate de diferențele de fertilitate dintre blocuri, nu sînt deci cuplate cu eroarea cauzată de aceste diferențe. Zicem că acțiunile și interacțiunile factoriale nu sînt înlănțuite cu blocurile ci depind în întregime de variația din *interiorul blocului*.

Interacțiunea ABC fiind înlănțuită cu diferența de fertilitate dintre blocuri nu este cunoscută. Totuși, după cum vom vedea, un control asupra ei se poate face.

Diferențele dintre blocuri se elimină prin erorile experimentale ale acțiunilor principale și ale interacțiunilor bifactoriale.

Gradele de libertate pentru analiza variației sînt:

Blocuri	5
Acțiuni principale A, B, C	3
Interacțiuni AB, AC, BC	3
Eroare	12
Total	23

10.2.2.3.1.3. *Cazul unei experiențe polifactoriale de tipul 2^3 cu înlănțuire parțială*

Oricare din acțiunile și interacțiunile factoriale pot fi înlănțuite parțial cu blocurile. Spre exemplificare prezentăm după W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957, schema 10.147.

	Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III	
Blocuri	1	2	3	4	5	6
	abc	*ab*	*abc*	*ab*	*abc*	*ab*
	a	*ac*	*ac*	*bc*	*bc*	*ac*
	b	*bc*	*b*	*a*	*a*	*b*
	c	(1)	(1)	*c*	(1)	*c*
	ABC		*AC*		*BC*	

SCHEMA 10.147: O experiență polifactorială de tipul 2^3, cu blocuri formate din 4 combinații de tratamente, cu interacțiunile ABC, AC și BC parțial înlănțuite.

În repetiția I interacțiunea ABC este reprezentată prin diferența dintre totalul blocului I și totalul blocului 2. În repetiția a II-a situația se schimbă în sensul că diferența dintre totalul blocului 3 și totalul blocului 4 reprezintă interacțiunea AC iar în repetiția a III-a diferența dintre cele două blocuri reprezintă interacțiunea BC. Deci A, B, C și AB sînt complet independente în toate repetițiile în timp ce interacțiunea ABC este complet înlănțuită cu blocurile în repetiția I dar independentă în celelalte două repetiții, depinzînd numai de variația din interiorul blocului. De asemenea, interacțiunea AC este înlănțuită cu blocurile în repetiția a II-a, dar independentă în repetițiile I și a III-a iar BC este înlănțuită cu blocurile în repetiția a III-a, dar independentă

Scanned with OKEN Scanner

în repetițiile I și a II-a. Rezultă că interacțiunile ABC, AC și BC sînt *parțial înlănțuite* cu blocurile. Lipsa de înlănțuire cu blocurile în 2 respectiv 3 repetiții ne indică *gradul de înlănțuire*. Acest grad de înlănțuire se exprimă printr-un raport în care numărătorul ne arată cantitatea de informație asupra înlănțuirii parțiale, iar numitorul cantitatea de informație asupra lipsei de înlănțuire. În exemplul nostru raportul este 2/3.

Gradele de libertate sînt:

Blocuri	5
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1′
BC	1′
ABC	1′
Eroare	11
Total	23

10.2.2.3.1.4. *Recomandări privind folosirea metodei înlănțuirii*

Metoda „confounding" prezintă atît avantaje cît și dezavantaje. Avantajul cel mai important constă în reducerea erorii experimentale ca urmare a folosirii blocurilor mici, omogene în ceea ce privește fertilitatea solului. Dintre dezavantaje menționăm: sacrificarea unor interacțiuni de ordin superior și calcularea complicată a unor experiențe. În ceea ce privește primul dezavantaj, experimentatorul va înlănțui interacțiunile care prezintă un interes minor, evitînd înlănțuirea interacțiunilor importante. Cu privire la dezavantajul al doilea menționăm că volumul calculelor variază în funcție de metoda de așezare a experienței și metoda de analiză statistică folosită. În cazul înlănțuirii complete calculul statistic se desfășoară la fel ca la metoda blocurilor complet randomizate. În cazul experiențelor cu mai mulți factori a două sau trei gradări (serii de tipul 2^n și 3^n) calculul nu este complicat chiar în cazul înlănțuirii parțiale. Calculul devine însă obositor atunci cînd numărul gradărilor este diferit de la un factor la altul (de exemplu experiențe de tipul 3×2^2 sau 3×2^3).

Pentru evitarea unor greșeli este necesar să se folosească tipurile cele mai simple de „confounding". Totodată experimentatorul trebuie să aprofundeze și să înțeleagă metoda de calcul înainte de execuția experienței.

Ca metode de așezare se pot folosi așezările în blocuri incomplete randomizate și așezările balansate (vezi 10.2.2.3.1.6) Randomizarea se face distribuind la întîmplare blocurile în cadrul fiecărei repetiții și combinațiile de tratamente în cadrul fiecărui bloc.

Scanned with OKEN Scanner

10.2.2.3.1.5. *Tipuri de experiențe polifactoriale înlănțuite*

Principalele tipuri de experiențe polifactoriale înlănțuite sînt următoarele (W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957):

Serii de tipul 2^n care cuprind:

— Experiențe de tipul 2^3, cu blocuri formate din 4 combinații de tratamente și cu interacțiunea ABC complet înlănțuită (Schema 10.146).

— Experiențe de tipul 2^4, cu blocuri formate din 8 combinații de tratamente și cu interacțiunea $ABCD$ complet înlănțuită (Schema 10.148).

— Experiențe de tipul 2^4, cu blocuri formate din 4 combinații de tratamente, cu interacțiunile $AB, AC, AD, BC, BD, CD, ACD, BCD, ABC, ABD$ parțial înlănțuite cu așezare balansată (Schema 10.150).

— Experiențe de tipul 2^5, cu blocuri formate din 8 combinații de tratamente cu înlănțuire totală la două interacțiuni trifactoriale și o interacțiune cvadrifactorială sau cu înlănțuire parțială la o serie de interacțiuni trifactoriale și cvadrifactoriale. Cînd dorim să examinăm efectul tuturor combinațiilor factoriale vom înlănțui parțial interacțiunile $ABC, ADE, ABD, BCE, BCDE$ și $ACDE$ fiecare avînd gradul de înlănțuire 1/2. Așezarea este balansată (Schema 10.151).

— Experiențe de tipul 2^6, cu blocuri alcătuite din 16 combinații de tratamente cu interacțiunile $ABCD, ABEF$ și $CDEF$ înlănțuite total și deci excluse din calculul SPA — tratamente (Schema 10.149).

— Experiențe de tipul 2^6, cu blocuri formate din 8 combinații de tratamente cu 4 interacțiuni trifactoriale și 3 interacțiuni cvadrifactoriale înlănțuite în fiecare repetiție. Experiențele au 10 repetiții. Așezarea este balansată.

Serii de tipul 3^n care cuprind:

— Experiențe de tipul 3^3, cu blocuri alcătuite din 9 combinații de tratamente cu interacțiunea ABC înlănțuită complet în fiecare repetiție, cu așezare balansată (Schema 10.152).

— Experiențe de tipul 3^4, cu blocuri alcătuite din 9 combinații de tratamente cu interacțiunile ABC, ABD, ACD și BCD înlănțuite complet, cu așezare balansată (Schema 10.153).

Serii mixte care cuprind:

— Experiențe de tipul 3×2^2, cu blocuri formate din 6 combinații de tratamente cu interacțiunile BC și ABC înlănțuite, cu așezare balansată (Schema 10.154).

— Experiențe de tipul $3^2 \times 2$, cu blocuri alcătuite din 6 combinații de tratamente cu interacțiunile AB și ABC parțial înlănțuite, cu așezare balansată (Schema 10.156).

— Experiențe de tipul 3×2^3, cu blocuri formate din 6 combinații de tratamente ,cu interacțiunile $BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD$ parțial înlănțuite, cu așezare balansată (Schema 10.155).

Scanned with OKEN Scanner

— Experienţe de tipul 4^2 cu blocurile alcătuite din 4 unităţi, cu interacţiunea AB înlănţuită parţial (gradul de înlănţuire 2/3).

— Experienţe de tipul 4×2^2, cu blocuri formate din 8 combinaţii de tratamente, cu interacţiunea ABC parţial înlănţuită (gradul de înlănţuire 2/3) (Schema 10.157).

10.2.2.3.1.6. *Scheme experimentale înlănţuite*

Prezentăm, după W. G. Cochran şi G. M. Cox, 1957, cîteva scheme experimentale „confounding"

Repetiţia I, $ABCD$ înlănţuit

a	(1)	*abc*	*ad*
b	*ab*	*abd*	*bd*
c	*ac*	*acd*	*cd*
d	*bc*	*bcd*	*abcd*

SCHEMA 10.148. — O experienţă polifactorială de tipul 2^4 cu blocuri formate din 8 combinaţii de tratamente.

Repetiţia I, $ABCD$, $ABEF$, $CDEF$ înlănţuite

a	*c*	*ab*	*ac*
b	*d*	*cd*	*ad*
acd	*abc*	(1)	*bc*
bcd	*abd*	*abcd*	*bd*
ce	*ae*	*ace*	*abe*
de	*be*	*ade*	*cde*
abce	*acde*	*bce*	*e*
abde	*bcde*	*bde*	*abcde*
cf	*af*	*acf*	*abf*
df	*bf*	*adf*	*cdf*
abcf	*acdf*	*bcf*	*f*
abdf	*bcdf*	*bdf*	*abcdf*
aef	*cef*	*abef*	*acef*
bef	*def*	*cdef*	*adef*
acdef	*abcef*	*ef*	*bcef*
bcdef	*abdef*	*abcdef*	*bdef*

SCHEMA 10.149 — O experienţă polifactorială de tipul 2^4 cu blocuri formate din 16 combinaţii de tratamente

Repetiția I, AB, ACD, BCD înlănțuite

(1)	ab	a	b
abc	c	bc	ac
abd	d	bd	ad
cd	$abcd$	acd	bcd

Repetiția II, AC, ABD, BC

(1)	ac	a	c
abc	b	bc	ab
acd	d	cd	ad
bd	$abcd$	abd	bcd

Repetiția III, AD, ABC, BCD

(1)	ad	a	d
abd	b	bd	ab
acd	c	cd	ac
bc	$abcd$	abc	bcd

Repetiția IV, BC, ABD, ACD

(1)	bc	b	c
abc	a	ac	ab
bcd	d	cd	bd
ad	$abcd$	abd	acd

Repetiția V, BD, ABC, ACD

(1)	bd	b	d
abd	a	ad	ab
bcd	c	cd	bc
ac	$abcd$	abc	acd

Repetiția VI, CD ABC, ABD

(1)	cd	c	d
acd	a	ad	ac
bcd	b	bd	bc
ab	$abcd$	abc	abd

SCHEMA 10.150 — O experiență polifactorială de tipul 2^4 cu blocuri formate din 4 combinații de tratamente.

Repetiția I, ABC, ADE, $BCDE$ înlănțuite

(1)	ab	a	b
bc	ac	abc	c
abd	d	bd	ad
acd	bcd	be	$abcd$
abe	e	ce	ae
ace	bce	ade	$abce$
de	$abde$	$abcde$	bde
$bcde$	$acde$	cd	cde

Repetiția II, ABD, BCE, $ACDE$

(1)	ab	a	b
ad	bd	d	abd
abc	c	bc	ac
bcd	acd	$abcd$	cd
abe	e	be	ae
bde	ade	$abde$	de
ce	$abce$	ace	bce
$acde$	$bcde$	cde	$abcde$

Repetiția III, ACE, BCD, $ABDE$

(1)	ac	a	c
ae	ce	e	ace
abc	b	bc	ab
bce	abe	$abce$	be
acd	d	cd	ad
cde	ade	$acde$	de
bd	$abcd$	abd	bcd
$abde$	$bcde$	bde	$abcde$

Repetiția IV, ACD, BDE, $ABCE$

(1)	ad	a	d
ac	cd	c	acd
abd	b	bd	ab
bcd	abc	$abcd$	bc
ade	e	de	ae
cde	ace	$acde$	ce
be	$abde$	abe	bde
$abce$	$bcde$	bce	$abcde$

Repetiția V, *ABE, CDE, ABCD*

(1)	*ae*	*a*	*e*
ab	*be*	*b*	*abe*
ace	*c*	*ce*	*ac*
bce	*abc*	*abce*	*bc*
ade	*d*	*de*	*ad*
bde	*abd*	*abde*	*bd*
cd	*acde*	*acd*	*cde*
abcd	*bcde*	*bcd*	*abcde*

SCHEMA 10.151 — O experiență polifactorială de tipul 2^5 cu blocuri formate din 8 combinații de tratamente.

Repetiția I, *ABC*

a	*b*	*c*
000	100	200
110	210	010
220	020	120
101	201	001
211	011	111
021	121	221
202	002	102
012	112	212
122	222	022

Repetiția II, *ABC*

a	*b*	*c*
000	100	200
110	210	010
220	020	120
201	001	101
011	111	211
121	221	021
102	202	002
212	012	112
022	122	222

Repetiția III, *ABC*

a	*b*	*c*
000	100	200
210	010	110
120	220	020
101	201	001
011	111	211
221	021	121
202	002	102
112	212	012
022	122	222

Repetiția IV, *ABC*

a	*b*	*c*
000	100	200
210	010	110
120	220	020
201	001	101
111	211	011
021	121	221
102	202	002
012	112	212
222	022	122

SCHEMA 10.152 — O experiență polifactorială de tipul 3^3, cu blocuri formate din 9 combinații de tratamente.

Scanned with OKEN Scanner

Rep. I, *ABC*, I, *ABD* III, *ACD* IV, *BCD* II înlănţuite

0000	0011	0022	0012	0020	0001	0021	0002	0010
1011	1022	1000	1020	1001	1012	1002	1010	1021
2022	2000	2011	2001	2012	2020	2010	2021	2002
0121	0102	0110	0100	0111	0122	0112	0120	0101
1102	1110	1121	1111	1122	1100	1120	1101	1112
2110	2121	2102	2122	2100	2111	2101	2112	2120
0212	0220	0201	0221	0202	0210	0200	0211	0222
1220	1201	1212	1202	1210	1221	1211	1222	1200
2201	2212	2220	2210	2221	2202	2222	2200	2211

Repetiţia. II, *ABC* II, *ABD* IV, *ACD* I, *BCD* III

0000	0022	0011	0021	0010	0002	0012	0001	0020
1022	1011	1000	1010	1002	1021	1001	1020	1012
2011	2000	2022	2002	2021	2010	2020	2012	2001
0112	0101	0120	0100	0122	0111	0121	0110	0102
1101	1120	1112	1122	1111	1100	1110	1102	1121
2120	2112	2101	2111	2100	2122	2102	2121	2110
0221	0210	0202	0212	0201	0220	0200	0222	0211
1210	1202	1221	1201	1220	1212	1222	1211	1200
2202	2221	2210	2220	2212	2201	2211	2200	2222

Rep. III, *ABC* IV, *ABD* I, *ACD* II, *BCD* I

0000	0021	0012	0022	0010	0001	0011	0002	0020
1021	1012	1000	1010	1001	1022	1002	1020	1011
2012	2000	2021	2001	2022	2010	2020	2011	2002
0122	0110	0101	0111	0102	0120	0100	0121	0112
1110	1101	1122	1102	1120	1111	1121	1112	1100
2101	2122	2110	2120	2111	2102	2112	2100	2121
0211	0202	0220	0200	0221	0212	0222	0210	0201
1202	1220	1211	1221	1212	1200	1210	1201	1222
2220	2211	2202	2212	2200	2221	2201	2222	2210

Scanned with OKEN Scanner

Repetiția IV, *ABC* III, *ABD* II, *ACD* III, *BCD* IV

0000	0012	0021	0011	0020	0002	0022	0001	0010
1012	1021	1000	1020	1002	1011	1001	1010	1022
2021	2000	2012	2002	2011	2020	2010	2022	2001
0111	0120	0102	0122	0101	0110	0100	0112	0121
1120	1102	1111	1101	1110	1122	1112	1121	1100
2102	2111	2120	2110	2122	2101	2121	2100	2112
0222	0201	0210	0200	0212	0221	0211	0220	0202
1201	1210	1222	1212	1221	1200	1220	1202	1211
2210	2222	2201	2221	2200	2212	2202	2211	2220

SCHEMA 10.153 — O experiență polifactorială de tipul 3^4, cu blocuri formate din 9 combinații de tratamente.

BC, ABC înlănțuite

Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III	
a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
001	000	000	001	000	001
010	011	011	010	011	010
100	101	101	100	100	101
111	110	110	111	111	110
200	201	200	201	201	200
211	210	211	210	210	211

SCHEMA 10.154 — O experiență polifactorială de tipul 3×2^2, cu blocuri formate din 6 combinații de tratamente.

BC, BD, CD ABC, ABD, ACD înlănțuite

Repetiția I				Repetiția II			
a	*b*	*c*	*d*	*a*	*b*	*c*	*d*
0100	0000	0001	0010	0010	0001	0000	0100
0011	0111	0110	0101	0101	0110	0111	0011
1010	1001	1000	1100	1001	1010	1100	1000
1101	1110	1111	1011	1110	1101	1011	1111
2001	2010	2100	2000	2100	2000	2001	2010
2110	2101	2011	2111	2011	2111	2110	2101

Repetiția III

a	*b*	*c*	*d*
0001	0010	0100	0000
0110	0101	0011	0111
1100	1000	1001	1010
1011	1111	1110	1101
2010	2001	2000	2100
2101	2110	2111	2011

SCHEMA 10.155 — O experiență polifactorială de tipul 3×2^3 cu blocuri formate din 6 combinații de tratamente.

Scanned with OKEN Scanner

AB, ABC înlănțuite

Repetiția I			Repetiția II			Repetiția III			Repetiția IV		
a	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*
100	200	000	200	000	100	100	200	000	200	000	100
210	010	110	010	110	210	010	110	210	110	210	010
020	120	220	120	220	020	220	020	120	020	120	220
201	001	101	101	201	001	201	001	101	101	201	001
011	111	211	211	011	111	111	211	011	011	111	211
121	221	021	021	121	221	021	121	221	221	021	121

SCHEMA 10.156 — O experiență polifactorială de tipul $3^3 \times 2$ cu blocuri formate din 6 combinații de tratamente

ABC înlănțuit

Repetiția I		Repetiția II		Repetiția III	
a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
000	001	000	001	000	001
011	010	011	010	011	010
100	101	101	100	101	100
111	110	110	111	110	111
201	200	201	200	200	201
210	211	210	211	211	210
301	300	300	301	301	300
310	311	311	310	310	311

SCHEMA 10.157 — O experiență polifactorială de tipul 4×2^2, cu blocuri formate din 8 combinații de tratament.

10.2.2.3.2. Patratul quasi-latin

10.2.2.3.2.1. *Principiul metodei*

Am arătat în secțiunea 10.2.2.3.1 că unele interacțiuni de importanță secundară din experiențele polifactoriale așezate în blocuri incomplete randomizate sau grupe balansate se înlănțuiesc cu blocurile incomplete. În prezenta secțiune vom discuta experiențele polifactoriale în care anumite interacțiuni factoriale se înlănțuiesc cu rîndurile și coloanele unui patrat latin. Schemele experimentale se aseamănă cu cele ale unui patrat latin tipic, în care diferențele dintre rînduri și coloane se elimină prin eroarea experimentală dedusă din combinațiile de tratamente independente (neînlănțuite) totuși ele se deosebesc de acestea prin aceea că fiecare tratament nu apare o singură dată în fiecare rînd și fiecare coloană așa cum se întîmplă la patratul latin tipic. Din această cauză așezările respective poartă denumirea de *patrate quasi-latine*.

Calculul *SPA* pentru rînduri, coloane și tratamente neînlănțuite se face prin metoda obișnuită. Acțiunile factoriale parțial înlănțuite se combină cu eroarea dacă se consideră că prezintă o importanță minoră ; în cazul cînd testăm semnificația lor, calculul *SPA* se face pornind de la acțiunile factoriale neînlănțuite.

Randomizarea se face aranjînd la întîmplare rîndurile și coloanele fiecărui patrat. În cazul cînd un patrat conține mai multe repetiții, ca în schema 10.160, randomizarea nu mai este limitată la fiecare repetiție în parte.

10.2.2.3.2.2. *Tipuri de experiențe polifactoriale așezate în patrate quasi-latine*

— *Experiențe de tipul* 2^3 așezate într-un patrat quasilatin de tipul 4×4. Ca exemple prezentăm schemele 10.158 și 10.159. În prima schemă, construită, numai din două repetiții, interacțiunile AB, AC, BC, ABC sînt parțial înlănțuite, gradul de înlănțuire fiind 1/2. În schema a doua interacțiunea ABC este complet înlănțuită cu patratele. Primul patrat cuprinde jumătate din combinațiile de tratamente iar al doilea patrat cealaltă jumătate, așa încît o repetiție este formată din două patrate.

— *Experiențe de tipul* 2^4, așezate într-un patrat quasi-latin de tipul 8×8, cu 4 repetiții, cu interacțiunea ABCD complet înlănțuită (Schema 10.160).

Gradele de libertate sînt :

Rînduri	7
Coloane	7
Combinații de tratamente	14
Eroare	35
Total	63

— *Experiențe de tipul* 2^5, așezate într-un patrat quasi-latin de tipul 8×8. 8 din cele 10 interacțiuni trifactoriale și 4 din cele 5 interacțiuni cvadrifactoriale sînt parțial înlănțuite (într-o repetiție) iar restul de interacțiuni de ordin superior și anume ABE, CDE, $ABCD$ și $ABCDE$ sînt neînlănțuite (Schema 10.161).

Gradele de libertate sînt :

Rînduri	7
Coloane	7
Combinații de tratamente	31
Eroare	18
Total	63

— *Experiențe de tipul* 2^6, așezate într-un patrat quasi-latin de tipul 8×8, cu 5 patrate. În fiecare patrat 8 interacțiuni trifactoriale și 6 interacțiuni cvadrifactoriale sînt complet înlănțuite.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul cînd vrem să stabilim numai semnificația acțiunilor principale și interacțiunilor bifactoriale și experienta are o singură repetiție, gradele de libertate sînt:

Rînduri	7
Coloane	7
Acțiuni principale	6
Interacțiuni bifactoriale	15
Eroare (estimată din interacțiunile de ordin superior)	28
Total	63

Dacă experiența are mai multe repetiții, patratele vor fi astfel alese încît cele mai importante interacțiuni trifactoriale să fie neînlănțuite.

— *Experiențe de tipul* 3^3, așezate într-un patrat quasilatin de tipul 9×9, cu 3 sau 6 repetiții, cu interacțiunea ABC parțial înlănțuită (Schema 10.162).

In cazul cînd utilizăm numai patratul I gradele de libertate pentru analiza variației sînt:

Rînduri	8
Coloane	8
A, B, C	6
AB, AC, BC	12
ABC	4
Eroare	42
Total	80

Experiențe de tipul 3^4, așezate într-un patrat quasi-latin de tipul 9×9, cu gradul de înlănțuire 1/2, pentru ABC, ABD, ACD și BCD (Schema 10.163),

Pentru experiență într-o singură repetiție gradele de libertate sînt:

Rînduri	8
Coloane	8
Acțiuni principale	8
Interacțiuni bifactoriale	24
Eroare (estimată din interacțiunile de ordin superior)	32
Total	80

Scanned with OKEN Scanner

10.2.2.3.2.3. *Scheme de patrate quasi-latine*

Dăm mai jos cîteva scheme de pătrate quasi-latine (W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957).

Patratul I

ABC		*AC*		
c	(1)	*abc*	*ab*	*AB*
a	*ac*	*b*	*bc*	
abc	*bc*	(1)	*a*	*BC*
b	*ab*	*ac*	*c*	

Patratul II

AB		*BC*		
c	*a*	*abc*	*b*	*ABC*
(1)	*ac*	*bc*	*ab*	
abc	*b*	(1)	*ac*	*AC*
ab	*bc*	*a*	*c*	

SCHEMA 10.158 — O experiență polifactorială de tipul 2^3, așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 4×4.

ABC complet înlănțuit cu patratele

Patratul I

(1)	*bc*	*ac*	*ab*
ac	*ab*	(1)	*bc*
bc	(1)	*ab*	*ac*
ab	*ac*	*bc*	(1)

Patratul II

b	*a*	*abc*	*c*
abc	*c*	*a*	*b*
a	*b*	*c*	*abc*
c	*abc*	*b*	*a*

SCHEMA 10.159. — O experiență polifactorială de tipul 2^3 așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 4×4

A B C D

c	*abcd*	*b*	*ad*	*a*	*bd*	*abc*	*cd*	*ABC*
abd	(1)	*bcd*	*bc*	*acd*	*ac*	*d*	*ab*	
d	*bc*	*a*	*abcd*	*b*	*cd*	*abd*	*ac*	*ABD*
bcd	*ad*	*acd*	*bd*	*abc*	*ab*	*c*	(1)	
a	*bd*	*c*	*ab*	*d*	*abcd*	*acd*	*bc*	*ACD*
abc	*ac*	*abd*	*cd*	*bcd*	(1)	*b*	*ad*	
b	*ab*	*d*	*ac*	*c*	*ad*	*bcd*	*abcd*	*BCD*
acd	*cd*	*abc*	(1)	*abd*	*bc*	*a*	*bd*	

SCHEMA 10.160 — O experiență polifactorială de tipul 2^4 așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 8×8.

ACE, BCD, ABDE				*ACD, BDE, ABCE*				
(1)	*abe*	*bc*	*ace*	*abd*	*acd*	*bcde*	*de*	
bce	*ac*	*e*	*ab*	*bcd*	*d*	*abde*	*acde*	*ABC, ADE, BCDE*
cde	*abcd*	*bde*	*ad*	*abce*	*ae*	*b*	*c*	
bd	*ade*	*cd*	*abcde*	*be*	*ce*	*abc*	*a*	
abc	*ce*	*acde*	*bcd*	(1)	*bde*	*ad*	*abe*	
acd	*bcde*	*abce*	*c*	*ade*	*ab*	*e*	*bd*	*ABD, BCE, ACDE*
abde	*d*	*a*	*be*	*cde*	*bc*	*ace*	*abcd*	
ae	*b*	*abd*	*de*	*ac*	*abcde*	*cd*	*bce*	

SCHEMA 10.161 — O experiență polifactorială de tipul 2^5 așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 8×8.

Scanned with OKEN Scanner

Patratul I

ABC III înlănțuit

Setul III										
	(*a*)	000	102	201	011	110	212	022	121	220	
	(*c*)	101	200	002	112	211	010	120	222	021	
	(*b*)	202	001	100	210	012	111	221	020	122	
	(*a*)	011	110	212	022	121	220	000	102	201	
	(*c*)	112	211	010	120	222	021	101	200	002	*ABC* II
	(*b*)	210	012	111	221	020	122	202	001	100	
	(*a*)	022	121	220	000	102	201	011	110	212	
	(*c*)	120	222	021	101	200	002	112	211	010	
	(*b*)	221	020	122	202	001	100	210	012	111	
Setul I		(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*a*)	(*b*)	(*c*)	

Patratul II

ABC IV

Setul IV										
	(*a*)	000	101	202	012	110	211	021	122	220	
	(*b*)	102	200	001	111	212	010	120	221	022	
	(*c*)	201	002	100	210	011	112	222	020	121	
	(*a*)	012	110	211	021	122	220	000	101	202	
	(*b*)	111	212	010	120	221	022	102	200	001	*ABC* I
	(*c*)	210	011	112	222	020	121	201	002	100	
	(*a*)	021	122	220	000	101	202	012	110	211	
	(*b*)	120	221	022	102	200	001	111	212	010	
	(*c*)	222	020	121	201	002	100	210	011	112	
Setul II		(*a*)	(*c*)	(*b*)	(*a*)	(*c*)	(*b*)	(*a*)	(*c*)	(*b*)	

SCHEMA 10.162 — O experiență polifactorială de tipul 3^3 așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 9×9.

Patratul I

Coloane înlănțuite cu *ABC* IV, *ABD* I, *ACD* II, *BCD* I									Rînduri înlănțuite cu:
0000	1011	2022	0121	1102	2110	0212	1220	2201	*ABC* I
1021	2002	0010	1112	2120	0101	1200	2211	0222	*ABD* III
2012	0020	1001	2100	0111	1122	2221	0202	1210	*ACD* IV
0122	1100	2111	0210	1221	2202	0001	1012	2020	*BCD* II
1110	2121	0102	1201	2212	0220	1022	2000	0011	
2101	0112	1120	2222	0200	1211	2010	0021	1002	
0211	1222	2200	0002	1010	2021	0120	1101	2112	
1202	2210	0221	1020	2001	0012	1111	2122	0100	
2220	0201	1212	2011	0022	1000	2102	0110	1121	

Scanned with OKEN Scanner

Patratul II

Coloane înlănțuite cu *ABC*, III, *ABD* II, *ACD* III, *BCD* IV.									Rînduri înlănțuite cu :
0000	1022	2011	0112	1101	2120	0221	1210	2202	*ABC* II
1012	2001	0020	1121	2110	0102	1200	2222	0211	*ABD* IV
2021	0010	1002	2100	0122	1111	2212	0201	1220	*ACD* I
0111	1100	2122	0220	1212	2201	0002	1021	2010	*BCD* III
1120	2112	0101	1202	2221	0210	1011	2000	0022	
2102	0121	1110	2211	0200	1222	2020	0012	1001	
0222	1211	2200	0001	1020	2012	0110	1102	2121	
1201	2220	0212	1010	2002	0021	1122	2111	0100	
2210	0202	1221	2022	0011	1000	2101	0120	1112	

SCHEMA 10.163 — O experiență polifactorială de tipul 3^4 așezată într-un patrat quasi-latin de tipul 9 × 9.

Scanned with OKEN Scanner

Calcularea și interpretarea rezultatelor experimentale

PARTEA a III-a

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

C A P I T O L U L 11

Calcularea și interpretarea rezultatelor la experiențele monofactoriale

11.1. Metoda blocurilor

Rezultatele experimentale se valorifică prin metoda *analizei duble a variației pentru grupe cu valori simple*. Valorile individuale se grupează pe blocuri și variante iar varianța totală se descompune în varianța blocurilor, varianța variantelor și varianța erorii. Schema de calcul este arătată în secțiunea 4.31 iar desfășurarea calculului este asemănătoare cu cea din exemplul 4.5.

Exemplul 11.1. Să se valorifice rezultatele unei experiențe cu linii de grîu de toamnă, așezată după metoda blocurilor, executată în 1965 la ICCPT Fundulea. Numărul liniilor 6, numărul blocurilor (repetițiilor) 5, mărimea parcelei recoltate 10 m². Planul de așezare a experienței în cîmp și producțiile obținute se văd în tabelul 11.1.

TABELUL 11.1: **Producțiile liniilor de grîu de toamnă (kg/parcelă) aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp**

Blocul	Soiul					
e	2	5	4	3	6	1
	3,3	4,9	4,8	4,6	5,0	4,6
d	4	3	6	5	1	2
	4,5	3,5	6,1	4,1	4,1	3,0
c	6	1	4	2	3	5
	5,1	5,4	5,5	4,1	4,8	5,4

TABELUL 11.1. (continuare)

Blocul	Soiul											
b	3	4,8	5	5,0	1	5,5	6	6,0	2	4,1	4	5,1
a	1	5,2	2	3,2	3	4,2	4	5,3	5	5,3	6	5,8

TABELUL 11.2: **Producţiile liniilor de grîu de toamnă (kg/parcelă) aranjate pe variante şi blocuri**

Linia	Blocul					Suma soiului	Media soiului	
	a	*b*	*c*	*d*	*e*		kg/p	q/ha
Bezostaia 1 (1)	5,2	5,5	5,4	4,1	4,6	24,8	4,96	49,6
Triumph (2)	3,2	4,1	4,1	3,0	3,3	17,7	3,54	35,4
F. 63—32 (3)	4,2	4,8	4,8	3,5	4,6	21,9	4,38	43,8
F. 63—61 (4)	5,3	5,1	5,5	4,5	4,8	25,2	5,04	50,4
F. 63—53 (5)	5,3	5,0	5,4	4,1	4,9	24,7	4,94	49,4
F. 63—55 (6)	5,8	6,0	5,1	6,1	5,0	28,0	5,60	56,0
Suma blocului	29,0	30,5	30,3	25,3	27,2	142,3 = Total		

Grade de libertate:

Total $30 - 1 = 29$
Blocuri $5 - 1 = 4$
Linii $6 - 1 = 5$
Eroare $29 - 4 - 5 = 20$

Termenul de corecţie *TC*:

$$\frac{142,3^2}{30} = 675,0$$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Total: $5,2^2 + 3,2^2 + 4,2^2 + \ldots + 5,0^2 - 675,0 = 18,9$

Blocuri: $\frac{29,0^2 + 30,5^2 + 30,3^2 + \ldots + 27,2^2}{6} - 675,0 = 3,2$

Linii: $\frac{24,8^2 + 17,7^2 + 21,9^2 + \ldots + 28,0^2}{5} - 675,0 = 12,4$

Eroare: $18,9 - 3,2 - 12,4 = 3,3$

TABELUL 11.3: Tabelul varianţelor pentru exemplul 11.1

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	3,2	4		
Linii	12,4	5	2,48	14,59**
Eroare	3,3	20	0,17	
Total	18,9	29		

Valorile F teoretice pentru $l_1 = 5$, $l_2 = 20$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ sînt 2,71 respectiv 4,10. Rezultă că între soiuri există diferenţe distinct semnificative în ceea ce priveşte capacitatea de producţie.

Testul t:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}17}{5}} = 0{,}26 \text{ kg/parcelă sau } 2{,}6 \text{ q/ha}$$

Valorile t pentru $l = 20$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$, $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,086, 2,845, 3,850.

$DL_{5\%} = 2{,}086 \cdot 0{,}26 = 0{,}54$ kg/p sau 5,4 q/ha

$DL_{1\%} = 2{,}845 \cdot 0{,}26 = 0{,}74$ kg/p sau 7,4 q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}850 \cdot 0{,}26 = 1{,}00$ kg/p sau 10,0 q/ha.

Semnificaţia diferenţelor faţă de soiul raionat Bezostaia 1 se vede în tabelul 11.4.

TABELUL 11.4: Semnificaţia diferenţelor de producţie a liniilor de grîu de toamnă faţă de soiul Bezostaia 1

Linia		Producţia de boabe		Diferenţa q/ha
		q/ha	%	
F. 63—55	(6)	56,0	112,9	6,4*
F. 63—61	(4)	50,4	101,6	0,8
Bezostaia 1	(1)	49,6	100,0	
F. 63—53	(5)	49,4	99,6	—0,2
F. 63—32	(3)	43,8	88,3	—5,8⁰
Triumph	(2)	35,4	71,4	—14,2⁰⁰⁰
$DL_{5\%}$		5,4	8,9	
$DL_{0{,}1\%}$		10 0	20,2	

Sporul de producție de 12,9% al liniei F 63-55 față de Bezostaia 1 este semnificativ.

În tabelul 11.5 prezentăm semnificația diferențelor de producție dintre perechile de linii.

TABELUL 11.5: Semnificația diferențelor de producție dintre perechile de linii

	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_5$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_2$
$\bar{x}_6$	5,6*	6,4*	6,6*	12,0***	20,6***
$\bar{x}_4$		0,8	1,0	6,6*	15,0***
$\bar{x}_1$			0,2	5,8*	14,2***
$\bar{x}_5$				5,6*	14,0***
$\bar{x}_3$					8,4**

Cu excepția diferențelor a 3 perechi de linii toate celelalte diferențe sînt semnificative.

Pentru o testare mai severă a diferențelor aplicăm și testul Duncan (vezi secțiunea 3,6).

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0,17}{6}} \quad 0,168 \text{ kg/parcelă sau } 1,68 \text{ q/ha}$$

Valorile $R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$ pentru $l = 20$ și $\alpha = 5\%$ se văd în tabelul 11.6. Valorile R_p reprezintă amplitudinile de variație semnificative cele mai mici. Mărimile q se iau din tabele și variază în funcție de $p (p = 2,3 \ldots\ldots 100)$ și numărul gradelor de libertate l.

TABELUL 11.6: Testul Duncan

Linia	$\bar{x}_i$	p	$q_{5\%}$	$R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$
F 63—55 (6)	56,0			
F 63—61 (4)	50,4	2	2,950	4,96
Bezostaia 1 (1)	49,6	3	3,097	5,20
F 63—53 (5)	49,4	4	3,190	5,34
F 63—32 (3)	43,8	5	3,255	5,47
Triumph (2)	35,4	6	3,303	5,55

Se vede că diferențele care au fost semnificative prin testul t multiplu sînt semnificative și prin testul Duncan.

Scanned with OKEN Scanner

11.2. Patratul latin

Ca metodă de calcul se aplică *analiza triplă a variaţiei* (vezi secţiunea 4,4). Valorile individuale se grupează pe blocuri, coloane şi variante iar componentele variaţiei totale sînt varianţa blocurilor, varianţa coloanelor, varianţa variantelor şi varianţa erorii. Calculul se desfăşoară ca în exemplul 4.7.

Exemplul 11.2. Să se calculeze rezultatele unei experienţe cu linii de fasole, aşezată după metoda patratului latin de tipul 5 × 5, executată la ICCPT Fundulea în 1964 (D. Ionescu şi Gh. Popa, 1967). Numărul liniilor 5, mărimea parcele recoltate 20 m². Planul de aşezare a experienţei în cîmp şi producţiile de boabe obţinute se văd în tabelul 11.7.

TABELUL 11.7: **Producţiile liniilor de fasole (kg/parcelă) aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp**

Blocul		Coloana I	II	III	IV	V	Suma blocului
e		5 2,2	1 2,4	4 2,1	2 3,7	3 2,9	13,3
d		4 2,5	3 3,0	1 2,3	5 2,4	2 3,4	13,6
c		2 3,5	4 3,0	5 3,0	3 3,4	1 2,0	14,9
b		3 3,1	5 3,1	2 3,0	1 2,1	4 2,7	14,0
a		1 2,5	2 3,0	3 3,0	4 2,7	5 2,6	13,8
Suma coloanei		13,8	14,5	13,4	14,3	13,6	69,6
Linia		1	2	3	4	5	
Suma liniei		11,3	16,6	15,4	13,0	13,3	69,6
Media liniei	kg/p	2,26	3,32	3,08	2,60	2,66	
	q/ha	11,3	16,6	15,4	13,0	13,3	

Grade de libertate:

Total $25 - 1 = 24$
Blocuri $5 - 1 = 4$
Coloane $5 - 1 = 4$
Linii $5 - 1 = 4$
Eroare $24 - 4 - 4 - 4 = 12$

Scanned with OKEN Scanner

Termenul de corecție *TC*:

$$\frac{69,6^2}{25} = 193,8.$$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Total: $2,2^2 + 2,5^2 + 3,5^2 + \ldots + 2,6^2 - 193,8 = 5,20$

Blocuri: $\frac{13,3^2 + 13,6^2 + 14,9^2 + 14,0^2 + 13,8}{5} - 193,8 = 0,26$

Coloane: $\frac{13,8^2 + 14,5^2 + 13,4^2 + 14,3^2 + 13,6^2}{5} - 193,8 = 0,14$

Linii: $\frac{11,3^2 + 16,6^2 + 15,4^2 + 13,0^2 + 13,3^2}{6} - 193,8 = 3,46$

Eroare: $5,20 - 0,26 - 0,14 - 3,46 = 1,34$

TABELUL 11.8: Tabelul varianțelor pentru exemplul 11.2

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	0,26	4		
Coloane	0,14	4		
Linii	3,46	4	0,87	7,91**
Eroare	1,34	12	0,11	
Total	5,20	24		

Valorile *F* pentru $l_1 = 4$, $l_2 = 12$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 3,26 și 5,41, ceea ce înseamnă că între soiurile încercate există diferențe distinct semnificative în ceea ce privește producția.

Testul *t*

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,11}{5}} = 0,21 \text{ kg/p sau } 1,05 \text{ q/ha.}$$

Valorile *t* din tabelă pentru $l = 12$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0,1\%$ sînt 2,179, 3,055 și 4,318.

$$DL_{5\%} = 2,179 \cdot 1,05 = 2,23 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 3,055 \cdot 1,05 = 3,21 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0,1\%} = 4,318 \cdot 1,05 = 4,53 \text{ q/ha}$$

Semnificația diferențelor față de fasolea de Banat luată ca martor se vede în tabelul 11.9

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.9: Semnificaţia diferenţelor de producţie a liniilor de fasole faţă de fasolea de Banat

Linia	Producţia de boabe		Diferenţa de producţie q/ha
	q/ha	%	
F 55—51 (2)	16,6	146,9	5,3***
Great Northern (3)	15,4	136,3	4,1**
F 50—332 (5)	13,3	117,7	2,0
F 50—416 (4)	13,0	115,0	1,7
Fasolea de Banat (1)	11,3	100,0	
$DL_{1\%}$	3,21	28,4	
$DL_{0,1\%}$	4,53	40,0	

Superioritatea de producţie a liniilor F. 55-51 şi Great Northern este distinct semnificativă şi foarte semnificativă.

Testul Duncan

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0,11}{5}} = 0,16 \text{ kg/p sau } 0,8 \text{ q/ha.}$$

Valorile $R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$ pentru $l = 12$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0,1\%$ se văd în tabelul 11.10.

TABELUL 11.10: Testul Duncan

Soiul	$\bar{x}_i$	p	$q_{1\%}$	R_p	$q_{0,1\%}$	R_p
F 55—51	16,6					
Great Northern	15,4	2	4,320	3,46	6,106	4,88
F 50—332	13,3	3	4,504	3,60	6,340	5,07
F 50—416	13,0	4	4,622	3,70	6,494	5,20
Fasolea de Banat	11,3	5	4,706	3,76	6,607	5,29

Capacitatea ridicată de producţie a liniilor F. 55-51 şi Great Northern este confirmată şi prin testul Duncan.

11.3 Dreptunghiul latin

Datele experimentale se valorifică prin metoda analizei triple a varianţei (vezi secţiunea 4.4). Ca şi la patratul latin valorile individuale se grupează pe blocuri, coloane şi tratamente iar componentele varianţei totale sînt va-

Scanned with OKEN Scanner

rianța blocurilor, varianța coloanelor, varianța tratamentelor și varianța erorii. Desfășurarea calculului este similară cu cea a patratului latin (vezi exemplul 11.2).

Exemplul 11.3. Să se valorifice statistic o experiență cu linii de cînepă, așezată într-un dreptunghi latin de tipul $4 \times 4 \times 2$ executată în 1962 la stațiunea experimentală agricolă Lovrin a ICCA. (N. Ceapoiu și colab., 1966). Numărul liniilor 8, suprafața parcelei recoltate 20 m². Planul de așezare a experienței în cîmp și producțiile de fibre (kg /parcelă) sînt arătate în tabelul 11.11.

TABELUL 11.11: **Producțiile de fibre (kg/parcelă) ale liniilor de cînepă aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp**

Blocul	Coloana I		Coloana II		Coloana III		Coloana IV		Suma blocului
d	5 4,6	8 2,5	6 3,9	7 4,6	2 4,2	4 5,8	1 3,5	3 4,4	33,5
c	6 3,7	3 4,2	8 4,3	2 4,3	1 3,3	7 5,6	5 5,1	4 5,0	35,5
b	4 5,2	7 4,7	5 4,7	1 3,4	3 4,1	8 4,7	2 4,3	6 3,7	34,8
a	1 3,7	2 5,0	3 4,8	4 6,7	5 5,7	6 4,3	7 5,7	8 5,1	41,0
Suma coloanei	33,6		36,7		37,7		36,8		144,8
Linia	1	2	3	4	5	6	7	8	
Suma liniei	13,9	17,8	17,5	22,7	20,1	15,6	20,6	16,6	144,8
Media liniei kg/p	3,48	4,45	4,38	5,68	5,03	3,90	5,15	4,15	
Media liniei q/ha	17,4	22,3	21,9	28,4	25,2	19,5	25,8	20,8	

Grade de libertate:

Total	$32 - 1 = 31$
Blocuri	$4 - 1 = 3$
Coloane	$4 - 1 = 3$
Linii	$8 - 1 = 7$
Eroare	$31 - 3 - 3 - 7 = 18$

Scanned with OKEN Scanner

Termenul de corecție TC: $\frac{144,8^2}{32} = 655,22$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total: $4,6^2 + 3,7^2 + 5,2^2 + \ldots + 5,1^2 - 655,22 = 22,98$

Blocuri: $\frac{33,5^2 + 35,5^2 + 34,8^2 + 41,0^2}{8} - 655,22 = 4,10$

Coloane: $\frac{33,6^2 + 36,7^2 + 37,7^2 + 36,8^2}{8} - 655,22 = 1,20$

Linii: $\frac{13,9^2 + 17,8^2 + 17,5^2 + \ldots + 16,6^2}{4} - 655,22 = 14,50$

Eroare: $22,98 - 4,10 - 1,20 - 14,50 = 3,18$

TABELUL 11.12: **Tabelul varianțelor pentru exemplul 11.3**

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
Blocuri	4,10	3		
Coloane	1,20	3		
Linii	14,50	7	2,07	11,5**
Eroare	3,18	18	0,18	
Total	22,98	31		

Valorile F pentru $l_1 = 7$, $l_2 = 18$, $\alpha = 5\%$ și $\alpha = 1\%$ sînt 2,58 și 3,85. În consecință între linii există diferențe de producție distinct semnificative.

Testul t

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,18}{4}} = 0,30 \text{ kg/parcelă sau } 1,5 \text{ q/ha}$$

$$DL_{5\%} = 2,101 \cdot 1,5 = 3,15 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 2,878 \cdot 1,5 = 4,32 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0,1\%} = 3,992 \cdot 1,5 = 5,99 \text{ q/ha}$$

Semnificația sporurilor de producție a liniilor față de soiul raionat ICAR 42-118 se vede în tabelul 11.13.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.13: Semnificaţia sporurilor de producţie a liniilor de cînepă faţă de soiul raionat ICAR 42-118

Linia	Producţia de fibre		Diferenţa de producţie
	q/ha	%	q/ha
B. 59—152 (4)	28,4	163,2	11,0***
B. 60—283 (7)	25,8	148,3	8,4***
B. 59—154 (5)	25,2	144,8	7,8***
B. 59—144 (2)	22,3	128,2	4,9**
B. 59—151 (3)	21,9	125,9	4,5**
B. 60—285 (8)	20,8	119,5	3,4*
B. 59—158 (6)	19,5	112,1	2,1
ICAR 42—118(1)	17,4	100,0	
DL_5 %	3,14	18,1	
DL_1 %	4,32	24,9	
$DL_{0,1}$%	5,99	34,4	

Toate liniile dau surplusuri de producţie semnificative pînă la foarte semnificative faţă de soiul martor ICAR 42-118 exceptînd linia B. 59-158. Linia cea mai valoroasă este B. 59-152 care întrece martorul cu 63,2% în ceea ce priveşte producţia de fibre.

Testul Duncan:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0,13}{4}} = 0,21 \text{ kg/parcelă sau } 1,05 \text{ q/ha}$$

Valorile $R_p = q \cdot s_{\bar{x}}$ pentru $l = 18$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0,1\%$ se văd în tabelul 11.14.

TABELUL 11.14: Testul Duncan

Linia	$\bar{x}_i$	p	$q_{5\%}$	R_p	$q_{1\%}$	R_p	$q_{0,1\%}$	R_p
B. 59—152	28,4							
B. 60—283	25,8	2	2,971	3,12	4,071	4,27	5,546	5,82
B. 59—154	25,2	3	3,118	3,27	4,246	4,46	5,748	6,04
B. 59—144	22,3	4	3,210	3,37	4,362	4,58	5,886	6,18
B. 59—151	21,9	5	3,274	3,44	4,445	4,67	5,988	6,29
B. 60—285	20,8	6	3,321	3,49	4,509	4,73	6,068	6,37
B. 59—158	19,5	7	3,356	3,52	4,560	4,79	6,134	6,44
ICAR 42—118	17,4	8	3,383	3,55	4,601	4,83	6,189	6,50

Sporul de producţie al liniei B 60-285 devine nesemnificativ iar cel al liniei B 59-151 din distinct semnificativ devine semnificativ.

Scanned with OKEN Scanner

11.4 Grilajul parţial balansat

11.4.1. Grilajul simplu

La analiza statistică a rezultatelor trebuie să ţinem seama de două considerente. Întîi de faptul că varianţa blocurilor este condiţionată nu numai de diferenţele dintre blocuri ci şi de diferenţele dintre variante, deoarece blocurile nu au aceleaşi variante. Deci pentru a îndepărta influenţa blocurilor este necesar să separăm diferenţele dintre blocuri de cele dintre variante. În al doilea rînd trebuie să corectăm mediile, deoarece variantele unei repetiţii aparţin la blocuri diferite.

Exemplul 11.4. Să se calculeze rezultatele unei experienţe cu 16 linii de cartof aşezată după metoda grilajului simplu de tipul 4 × 4. Mărimea parcelei recoltabile 20 m². Numărul repetiţiilor 4. Producţiile aranjate după planul de aşezare a parcelelor în cîmp şi reduse cu 30 kg/parcelă se văd în tabelul 11.15

TABELUL 11.15: **Producţiile liniilor de cartof (kg/parcelă) aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp reduse cu 30 kg**

Blocul	I_X				B
(1)	1 6	2 11	3 7	4 10	34
(2)	5 8	6 20	7 9	8 18	55
(3)	9 19	10 16	11 16	12 13	64
(4)	13 13	14 9	15 11	16 12	45
	$R_{I_X} = 198$				

Blocul	II_Y				B
(5)	1 0	5 2	9 10	13 5	17
(6)	2 5	6 11	10 7	14 0	23
(7)	3 1	7 3	11 8	15 3	15
(8)	4 4	8 9	12 7	16 6	26
	$R_{II_Y} = 81$				

Blocul	III_X				B
(9)	1 4	2 9	3 5	4 8	26
(10)	5 6	6 17	7 7	8 15	45
(11)	9 16	10 13	11 13	12 11	53
(12)	13 11	14 6	15 9	16 10	36
	$R_{III_X} = 160$				

$\Sigma X = 358$

Blocul	IV_Y				B
(13)	1 2	5 4	9 13	13 8	27
(14)	2 7	6 14	10 10	14 3	34
(15)	3 3	7 5	11 11	15 6	25
(16)	4 5	8 12	12 9	16 8	34
	$R_{IV_Y} = 125$				

$\Sigma Y = 201$

$\Sigma x = 559$

Suma fiecărui bloc (B), suma fiecărei repetiții (R), suma repetițiilor din grupa X (ΣX), suma repetițiilor din grupa Y (ΣY) și suma totală (Σx) se văd în tabelul 11.15.

În tabelul 11.16 sînt redate sumele fiecărei linii, care sînt astfel așezate încît rîndurile blocurilor din grupa X corespund cu coloanele blocurilor din grupa Y. Tot în tabelul 11.16 sînt prezentate sumele soiurilor din fiecare bloc al grupei $X(V_{B_X})$, sumele soiurilor din fiecare bloc al grupei $Y(V_{B_y})$ și suma totală (Σx).

Calculul sumei patratelor abaterilor pentru total, pentru linii și pentru repetiții se desfășoară fără nici o dificultate pornind de la valorile individuale (producțiile la parcelă), de la sumele liniilor și sumele repetițiilor, după cum vom vedea mai jos. Calculul sumei patratelor abaterilor pentru blocuri este mai complicat, deoarece varianța blocurilor este cuplată cu cea a liniilor și trebuie să obținem o varianță a blocurilor liberă de cea a liniilor. Varianța blocurilor decuplată de cea a liniilor se obține calculînd așa numitele componente a și b. Ce reprezintă aceste componente?

TABELUL 11.16: Sumele liniilor

Grupa / Grupa	X				VB_X	ωC_X
Y	1	2	3	4		
	12	32	16	27	87	—2,6
	5	6	7	8		
	20	62	24	54	160	—3,2
	9	10	11	12		
	58	46	48	40	192	—3,3
	13	14	15	16		
	37	18	29	36	120	—3,3
V_{B_Y}	127	158	117	157	559	
ωC_Y	+3,1	+3,5	+2,9	+2,9		

Dacă producțiile blocurilor care au aceleași variante (de exemplu 1 și 9 sau 2 și 10) sînt diferite, este de presupus că diferențele respective se datoresc deosebirilor de sol dintre blocuri. Varianța acestor deosebiri se obține pornind de la diferențele de producție dintre blocurile cu aceleași variante. Această varianță constituie *componenta* a *varianței blocurilor* decuplată. Este însă necesar să știm dacă există sau nu diferențe de sol și între blocurile care au variante diferite. Dacă între aceste blocuri nu sînt deosebiri de sol, rezultă că producțiile variantelor din blocurile care au aceleași variante trebuie să fie egale cu cele ale acelorași variante care se găsesc în blocuri diferite. De exemplu

Scanned with OKEN Scanner

sumele blocurilor (1) şi (9) care au liniile 1, 2, 3, 4 trebuie să fie egale cu sumele liniilor 1, 2, 3, 4 din blocurile (5), (6), (7), (8), (13), (14), (15) şi (16). Dacă producţiile nu sînt egale, înseamnă că între blocurile care cuprind variante diferite există deosebiri de sol. Varianţa acestor diferenţe de sol constituie *componenta* b *a varianţei blocurilor* decuplată.

Componentele *a* şi *b* formează varianţa blocurilor care a fost separată de varianţa liniilor.

SPA a celor două componente se calculează cu ajutorul următoarelor formule:

$$\text{Componenta } a = \frac{\Sigma D^2}{2k} - \frac{(\Sigma D_X)^2 + (\Sigma D_Y)^2}{2k^2}$$

$$\text{Componenta } b = \frac{\Sigma C^2}{nk} - \frac{(\Sigma C_X)^2 + (\Sigma C_Y)^2}{nk^2}$$

în care:

D este diferenţa dintre sumele unei perechi de blocuri iar
C — diferenţa dintre suma liniilor dintr-o pereche de blocuri şi dublul sumei liniilor din blocurile respective.

Pentru uşurinţa calculului se întocmeşte un tabel după modelul de mai jos (Tabelul 11.17).

TABELUL 11.17: Calcularea lui *D* şi *C* pentru componentele varianţei blocurilor

Perechea de blocuri	Suma blocului în repetiţia I_X	Suma blocului în repetiţia III_X	*D*	ΣB	V_B	$2\Sigma B$	*C*
1— 9	34	26	+8	60	87	120	—33
2—10	55	45	+10	100	160	200	—40
3—11	64	53	+11	117	192	234	—42
4—12	45	36	+ 9	81	120	162	—42
Suma	198 $= R_{I_X}$ II_Y	160 $= R_{III_X}$ IV_Y	+38 $= \Sigma D_X$	358 $= \Sigma X$	559 $= \Sigma x$	716 $= 2\Sigma X$	—157 $= \Sigma C_X$
5—1	17	27	—10	44	127	88	+ 39
6—1	23	34	—11	57	158	114	+ 44
7—1	15	25	—10	40	117	80	+ 37
8—16	26	34	— 8	60	157	120	+ 37
Suma	81 $= R_{II_Y}$	120 $= R_{IV_Y}$	—39 $= \Sigma D$	201 $= \Sigma Y$	559 $= \Sigma x$	402 $= 2\Sigma Y$	+157 $= \Sigma C_Y$

În coloana 1 sînt trecute perechile de blocuri, din grupa *X* şi grupa Y, care au aceleaşi linii iar în coloanele 2 şi 3 sumele blocurilor respective. Sumele coloanelor trebuie să fie egale cu cele ale repetiţiilor (R_{I_X}, R_{III_X} etc.).

Scanned with OKEN Scanner

Coloana 4 cuprinde diferenţele dintre sumele blocurilor (D) precum şi sumele acestor diferenţe (ΣD_X, ΣD_Y).

În coloana 5 sînt redate valorile ce rezultă din însumarea sumelor blocurilor perechi (ΣB). Sumele coloanelor trebuie să fie egale cu sumele celor două grupe X şi Y.

Coloana 6 cuprinde sumele liniilor — din toate repetiţiile — care se găsesc în perechea respectivă de blocuri (V_B). Valorile se iau din tabelul 11.16. Sumele acestei coloane sînt egale cu Σx.

Coloana 7 cuprinde dublul sumei perechilor de blocuri ($2\Sigma B$).

Coloana 8 cuprinde diferenţele C, adică diferenţele dintre V_B (coloana 6) şi $2\Sigma B$ (coloana 7). Suma lui ΣC_X şi ΣC_Y trebuie să fie egală cu 0.

Grade de libertate:

Total	$64 - 1 = 63$
Repetiţii	$4 - 1 = 3$
Linii	$16 - 1 = 15$

Blocuri

— componenta a $2(p-1)\ (k-1) = 2(2-1)\ (4-1) = 6$

— componenta b $2(k-1) = 2(4-1) = 6$

Eroare $(k-1)\ (nk-k-1) = (4-1)\ (16-4-1) = 33$

p este numărul care indică de cîte ori se repetă schema de bază a grilajului iar k numărul de variante dintr-un bloc.

Termenul de corecţie TC: $\frac{559^2}{64} = 4882{,}51$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total: $6^2 + 8^2 + 19^2 + \ldots + 6^2 + 8^2 - 4882{,}51 = 1388{,}49$

Repetiţii: $\frac{198^2 + 81^2 + 160^2 + 120^2}{16} - 4882{,}51 = 477{,}80$

Linii: $\frac{12^2 + 20^2 + 58^2 + \ldots + 36^2}{4} - 4882{,}51 = 893{,}24$

Blocuri:

— Componenta a: $\frac{(+8)^2 + (+10)^2 + \ldots + (-8)^2}{2 \cdot 4} - \frac{(+38)^2 + (-39)^2}{2 \cdot 16} = 1{,}22$

— Componenta b: $\frac{(-33)^2 + (-40)^2 + \ldots + (+37)^2}{4 \cdot 4} - \frac{(-157)^2 + (+157)^2}{4 \cdot 16} = 5{,}47$

Blocuri total: $1{,}22 + 5{,}47 = 6{,}69$

Eroare: $1388{,}49 - 477{,}80 - 893{,}24 - 6{,}69 = 10{,}76$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.18: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2
Repetiţii	477,80	3	
Linii	893,24	15	
Blocuri:			
— componenta *a*	1,22	6	
— componenta *b*	5,47	6	
— total blocuri	6,69	12	$0{,}56 = s_B^2$
Eroare	10,76	33	$0{,}33 = s_E^2$
Total	1388,49	63	

Deoarece varianţa liniilor mai este încă încărcată de erori ale solului nu are sens să aplicăm testul F, decarece ne-ar duce la concluzii false. Putem însă îndepărta efectele solului, adică putem separa varianţa liniilor de cea a blocurilor, printr-o corectare a mediilor liniilor. Aceasta se realizează printr-o corectare a sumelor liniilor (vezi tabelul 11.16) cu ajutorul unor valori de corecţie ωC în care ω este factorul de balansare iar C diferenţa dintre suma liniilor dintr-o pereche de blocuri şi dublul sumei liniilor din blocurile respective (vezi tabelul 11.17 col. 8).

Formula pentru calculul factorului de balansare ω este:

$$\omega = \frac{p(s_B^2 - s_E^2)}{k[(n-p)\ s_B^2 + (p-1)\ s_E^2]}$$

în care:

s_B^2 este varianţa reală a blocurilor (separată de varianţa liniilor) iar

s_E^2 este varianţa erorii

$$\omega = \frac{2(0{,}56 - 0{,}33)}{4[(4-2)0{,}56 + (2-1)0{,}33]} = 0{,}0793.$$

Dacă varianţa reală a blocurilor s_B^2 este mai mică decît cea a erorii s_E^2 putem renunţa la calcularea valorilor de corecţie ωC şi deci la corectarea sumelor liniilor.

Înmulţind valorile C din tabelul 11.17 cu factorul de balansare ω obţinem valorile de corecţie ωC pentru grupa X şi Y, care se trec în tabelul 11.16 şi anume valorile ωC_X se trec în ultima coloană din dreapta iar valorile ωC_Y în ultimul rînd de jos. Adunînd la fiecare sumă a liniilor valorile de corecţie de pe rîndul şi coloana corespunzătoare obţinem sumele liniilor corectate care se pot vedea în tabelul 11.19.

De exemplu suma pentru linia 1 va fi corectată astfel:

$$12 + (-2{,}62) + (+\,3{,}09) = 12{,}47$$

Suma totală a valorilor corectate Σx trebuie să corespundă cu suma totală Σx a valorilor necorectate.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.19: Sumele liniilor corectate

1	2	3	4
12,5	32,9	16,3	27,3
5	6	7	8
19,9	62,3	23,7	53,7
9	10	11	12
57,8	46,2	47,6	32,6
13	14	15	16
36,8	18,2	28,6	35,6

$$\Sigma x = 559$$

Împărțind sumele corectate la numărul repetițiilor și adăugînd la fiecare din valorile astfel obținute valoarea care s-a scăzut inițial (în cazul nostru 30 kg) obținem mediile corectate ale liniilor (tabelul 11.20).

Varianța erorii fiind prea mică trebuie și ea corectată. Corectarea se face înmulțind-o cu un factor care se calculează cu ajutorul formulei :

$$1 + \frac{2k\omega}{k+1}$$

TABELUL 11.20: Producțiile medii corectate ale liniilor de cartof

1	2	3	4
33,1	38,2	34,1	36,8
5	6	7	8
35,0	45,6	35,9	43,4
9	10	11	12
44,4	41,6	41,9	39,9
13	14	15	16
39,2	34,6	37,1	38,9

Referindu-ne la exemplul nostru avem

$$1 + \frac{2 \cdot 4 \cdot 0{,}0793}{4+1} = 1{,}1269$$

Înmulțind varianța inițială a erorii cu factorul 1,1269 obținem varianța efectivă a erorii

$$0{,}33 \cdot 1{,}1269 = 0{,}37$$

Scanned with OKEN Scanner

Testul t

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}37}{4}} = 0{,}43 \text{ kg/parcelă sau } 2{,}15 \text{ q/ha}$$

Valorile t pentru $l = 33$ (în tabelă $l = 30$), $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,042, 2,750 și 3,646.

$$DL_{5\%} = 2{,}042 \cdot 2{,}15 = 4{,}4 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 2{,}750 \cdot 2{,}15 = 6{,}9 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0{,}1\%} = 3{,}646 \cdot 2{,}15 = 7{,}8 \text{ q/ha}$$

Producțiile și semnificațiile diferențelor de producție se văd în tabelul 11.21.

TABELUL 11.21: Semnificația diferențelor de producție a liniilor de cartof față de media liniilor

Linia	Producția de tuberculi		Diferența q/ha
	q/ha	%	
6	228,0	118	34,3***
9	222,0	115	28,3***
8	217,0	112	23,3***
11	209,5	108	15,8***
10	208,0	107	14,3***
12	199,5	103	5,8*
13	196,0	101	2,3
16	194,5	100	0,8
$\bar{x}$	193,7	100	
2	191,0	99	—2,7
15	185,5	96	—8,2^{000}
4	184,0	95	—9,7^{000}
7	179,5	93	—14,2^{000}
5	175,0	90	—18,7^{000}
14	173,0	89	—20,7^{000}
3	170,5	88	—23,2^{000}
1	165,5	85	—28,2^{000}
$DL_5\,\%$	4,4	2,3	
$DL_1\,\%$	5,9	3,0	
$DL_{0.1}\,\%$	7,8	4,0	

Pentru aplicarea testului Duncan pornim de la varianța efectivă a erorii.

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0{,}37}{4}} = 0{,}30$$

Scanned with OKEN Scanner

11.4.2. Grilajul triplu

Analiza statistică a grilajului triplu este mai ușoară decît cea a grilajului simplu, deoarece aci nu mai este necesar să calculăm componentele a și b ale variantei blocurilor.

Exemplul 11.5. Să se calculeze rezultatele unei experiențe cu 16 soiuri de ovăz, așezată după metoda grilajului triplu de tipul 4×4 în 3 repetiții. Producțiile (q/ha) aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp se văd în tabelul 11.22.

Analiza variantei implică următoarele operații:

1) Calcularea sumelor blocurilor (B), sumelor repetițiilor (ΣX, ΣY, ΣZ) (Tabelul 11.22), sumelor soiurilor și a sumei totale (Tabelul 11.23).

TABELUL 11.22: Producțiile soiurilor de ovăz în q/ha, aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp

Blocul	X				B
(1)	1 23	2 14	3 12	4 30	82
(2)	5 28	6 9	7 16	8 18	71
(3)	9 17	10 28	11 40	12 25	110
(4)	13 15	14 27	15 12	16 36	90

$\Sigma X = 353$

Blocul	Y				B
(5)	1 20	5 24	9 14	13 14	72
(6)	2 9	6 8	10 20	14 20	57
(7)	3 12	7 11	11 30	15 8	61
(8)	4 25	8 14	12 20	16 31	90

$\Sigma Y = 280$

Blocul	Z				B
(9)	1 21	6 10	11 35	16 32	98
(10)	2 11	7 13	12 21	13 10	55
(11)	3 10	8 16	9 15	14 24	65
(12)	4 30	5 26	10 22	15 10	88

$\Sigma Z = 306$

TABELUL 11.23: Sumele soiurilor

1 64	2 34	3 34	4 88
5 78	6 27	7 40	8 48
9 46	10 70	11 105	12 66
13 39	14 71	15 30	16 99

$\Sigma x = 939$

Scanned with OKEN Scanner

2) Calcularea valorilor lui C pentru fiecare bloc, în care C este egal cu suma tuturor liniilor din bloc în cele 3 repetiţii minus întreitul sumei blocului respectiv.

$$C = B_V - 3B$$

Pentru blocul (1) avem:

$$64 + 34 + 34 + 88 - 3.82 = -26$$

Pentru blocul (5) avem:

$$64 + 78 + 46 + 39 - 3.72 = 11$$

Valorile lui C precum şi valorile de corecţie ωC se văd în tabela 11.24.

TABELUL 11.24: Valorile lui C şi ωC

X			Y			Z		
Blocul	C	ωC	Blocul	C	ωC	Blocul	C	ωC
1	2	3	4	5	6	7	8	9
(1)	— 26	—1,04	(5)	11	0,44	(9)	1	0,04
(2)	— 20	—0,82	(6)	31	1,24	(10)	14	0,56
(3)	— 43	—1,71	(7)	26	1,04	(11)	4	0,16
(4)	— 31	—1,24	(8)	31	1,24	(12)	2	0,08
	—120 $= C_X$			99 $= C_Y$			21 $= C_Z$	

3) Calcularea *SPA*-total, *SPA*-repetiţii, *SPA*-soiuri şi *SPA*-blocuri (separată de *SPA* soiuri).

Pentru calculul *SPA*-blocuri separată de *SPA*-soiuri folosim formula:

$$\frac{SC^2}{nk(n-1)} - \frac{C_X^2 + C_Y^2 + C_z^2}{nk^2(n-1)}$$

Astfel avem

Termenul de corecţie TC: $\frac{939^2}{48} = 18369{,}19$.

Total: $23^2 + 28^2 + 17^2 + \ldots + 24^2 + 10^2 - 18369{,}19 = 3387{,}81$

Repetiţii: $\frac{353^2 + 280^2 + 306^2}{16} - 18369{,}19 = 171{,}12$

Soiuri: $\frac{64^2 + 78^2 + \ldots + 66^2 + 99^2}{3} - 18369{,}19 = 3140{,}48$

Blocuri: $\frac{(-26)^2 + (-20)^2 + \ldots + 2^2}{3 \cdot 4 \cdot 2} - \frac{(-120)^2 + 99^2 + 21^2}{3 \cdot 16 \cdot 2} = 27{,}56$

Eroare: $3387{,}81 - 171{,}12 - 3140{,}48 - 27{,}56 = 48{,}65$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultatele analizei varianței se văd în tabelul 11.25.

TABELUL 11.25: Tabelul varianțelor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2
Repetiții	171,12	2	
Soiuri	3140,48	15	
Blocuri (separată de SPA-soiuri)	27,56	9	$3,06 = s_B^2$
Eroare	48,65	21	$2,32 = s_E^2$
Total	3387,81	47	

4. Calcularea factorului de balansare ω și corectarea sumelor soiurilor:

$$\omega = \frac{s_B^2 - s_E^2}{k(n-1)\,s_B^2} = \frac{3,06 - 2,32}{4 \cdot 2 \cdot 2,32} = 0,03987$$

Deoarece s_B^2 este mai mare decît s_E^2 este necesar să corectăm sumele soiurilor. Pentru soiul 1, care se găsește în blocurile 1, 5 și 9 avem:

$$64 - 1,04 + 0,44 + 0,04 = 63,44$$

Pentru soiul 2 care se găsește în blocurile 1, 6 și 10 avem:

$$34 - 1,04 + 1,24 + 0,56 = 34,76$$

Sumele soiurilor corectate se văd în tabelul 11.26

5) Calcularea varianței efective a erorii și a diferențelor limită.

Varianța efectivă a erorii se obține înmulțind varianța inițială a erorii s_E^2 cu factorul:

TABELUL 11.26: Sumele soiurilor corectate

1 63,44	2 34,76	3 34,16	4 88,28
5 77,72	6 27,48	7 40,80	8 48,60
9 44,89	10 69,61	11 104,37	12 66,09
13 38,76	14 71,16	15 29,88	16 99,04

$\Sigma x = 939$

$$1 + \frac{nk\omega}{k+1}$$

Deci:

$$2,32\left(1 + \frac{3 \cdot 4 \cdot 0,03987}{4+1}\right) = 2,5420$$

Eroarea diferenței este:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5420}{3}} = 1.30 \text{ q/ha}$$

Diferențele limită sînt :

$DL_{5\%} = 2{,}080 \cdot 1{,}30 = 2{,}70$ q/ha

$DL_{1\%} = 2{,}831 \cdot 1{,}30 = 3{,}68$ q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}819 \cdot 1{,}30 = 4{,}96$ q/ha

Producțiile și semnificațiile diferențelor de producție față de soiul raionat (nr. 15) se văd în tabelul 11.27.

TABELUL 11.27: Semnificația diferențelor de producție a soiurilor de ovăz față de soiul raionat

Soiul	Producția de boabe		Diferența
	q/ha	%	
11	34,8	348,0	24,8***
16	33,0	330,0	23,0***
4	29,4	294,0	19,4***
5	25,9	259,0	15,9***
14	23,7	237,0	13,7***
10	23,2	232,0	13,2***
12	22,0	220,0	12,0***
1	21,1	211,0	11,1***
8	16,2	162,0	6,2***
9	15,0	150,0	5,0***
7	13,6	136,0	3,6*
13	12,9	129,0	2,9*
2	11,6	116,0	1,6
3	11,4	114,0	1,4
15	10,0	100,0	
6	9,2	92,0	—0,8
$DL_{5\%}$	2,70	27,0	
$DL_{1\%}$	3,68	36,8	
$DL_{0{,}1\%}$	4,96	49,6	

11.5 Grilajul balansat

Exemplul 11.6. Să se calculeze rezultatele unei experiențe cu 9 soiuri de orzoaică, așezată după metoda grilajului balansat de tipul 3 × 3 în 4 repetiții. Producțiile (q/ha) aranjate după planul de așezare a experienței în cîmp se văd în tabelul 11.28

TABELUL 11.28: Producţiile soiurilor de orzoaică (q/ha) aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp

Repetiţia I

Blocul	Soiul			B
(1)	1 16	2 20	3 40	76
(2)	4 30	5 25	6 16	71
(3)	7 31	8 27	9 32	90

$R_I = 237$

Repetiţia II

Blocul	Soiul			B
(4)	1 18	4 27	7 33	78
(5)	2 19	5 24	8 30	73
(6)	3 39	6 18	9 33	90

$R_{II} = 241$

Repetiţia III

Blocul	Soiul			B
(7)	1 17	5 23	9 31	71
(8)	2 23	6 17	7 30	70
(9)	3 38	4 28	8 29	95

$R_{III} = 236$

Repetiţia IV

Blocul	Soiul			B
(10)	1 19	6 15	8 31	65
(11)	2 21	4 31	9 34	86
(12)	3 41	5 25	7 32	98

$R_{IV} = 249$

$$\Sigma x = 963$$

Calculul cuprinde următoarele operaţii:

1) Calcularea sumelor blocurilor (B), sumelor repetiţiilor (R), sumelor soiurilor (V) şi a sumei totale (Σx) (Tabelele 11.28 şi 11.29).

2) Calcularea pentru fiecare soi a sumei totale (B_V) pe baza sumelor blocurilor în care apare soiul respectiv (Tabelul 11.29).

Pentru soiul nr. 1 avem:

$$B_V = 76 + 78 + 71 + 65 = 290$$

Pentru soiul nr. 5:

$$B_V = 71 + 73 + 71 + 98 = 313$$

Pentru verificarea exactităţii calculului, ΣB_V trebuie să fie egală cu kV. Deci $2889 = 3 \cdot 963$.

3) Calcularea valorilor W (Tabelul 11.29)

$$W = k \cdot V - (k + 1)\ B_V + \Sigma x$$

Scanned with OKEN Scanner

Suma valorilor W trebuie să fie egală cu zero.

Pentru soiul nr. 1 avem:

$$W = 3 \cdot 70 - (4 \cdot 290) + 963 = +13$$

4) Calcularea *SPA*-Total, *SPA*-repetiţii, *SPA*-soiuri şi *SPA*-blocuri corectată.

Pentru calcularea *SPA*-blocuri corectată, adică separată de *SPA*-soiuri se foloseşte formula:

$$\frac{\Sigma W^2}{k^3(k+1)}$$

Astfel avem:

Termenul de corecţie TC : $\frac{963^2}{36} = 25760$

Total: $16^2 + 30^2 + \ldots + 34^2 + 32^2 - 25760 = 1905$

Repetiţii: $\frac{237^2 + 241^2 + 236^2 + 249^2}{9} - 25760 = 12$

Soiuri: $\frac{70^2 + 83^2 + \ldots + 117^2 + 130^2}{4} - 25760 = 1850$

Blocuri (corectat): $\frac{13^2 + (-8)^2 + \ldots + 22^2 + 5^2}{108} = 13$

Eroare: $1905 - 12 - 1850 - 13 = 30$

TABELUL 11.29: Calcularea valorilor W

Linia	V	B_V	$W = k \cdot V - (k+1)\, B_V + \Sigma x$	ωW	$V + \omega W$
1	2	3	4	5	6
1	70	290	+13		
2	83	305	− 8		
3	158	359	+ 1		
4	116	330	− 9		
5	97	313	+ 2		
6	66	296	−23		
7	126	336	− 3		
8	117	323	+22		
9	130	337	+ 5		
	$\Sigma x = 963$	2889	0		

Scanned with OKEN Scanner

Grade de libertate:

Repetiţii k	3
Soiuri $k^2 - 1$	8
Blocuri (corectat) k^2-1	8
Eroare $(k-1)(k^2-1)$	16
Total $k^3 + k^2 + 1$	35

Rezultatele analizei varianţei se văd în tabelul 11.30.

TABELUL 11.30: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2
Repetiţii	12	3	
Soiuri	1850	8	$231{,}25 = s_V^2$
Blocuri (corectat)	13	8	$1{,}63 = s_B^2$
Eroare	30	16	$1{,}88 = s_E^2$
Total	1950	35	

Testul F

$$F = \frac{231{,}25}{1{,}88} = 123$$

Valoarea F din tabele pentru $l_1 = 8$, $l_2 = 16$, $\alpha = 1\%$ este 3,89. Reiese că soiurile se diferenţiază distinct semnificativ în ceea ce priveşte capacitatea de producţie.

Testul t

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}88}{4}} = 0{,}97 \text{ q/ha}$$

$DL_{5\%} = 2{,}120 \cdot 0{,}97 = 2{,}06$ q/ha

$DL_{1\%} = 2{,}921 \cdot 0{,}97 = 2{,}83$ q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 4{,}015 \cdot 0{,}97 = 3{,}89$ q/ha

Rezultatele finale se văd în tabelul 11.31

Faţă de soiul raionat (nr. 5) 5 soiuri dau sporuri de producţie foarte semnificative, iar 3 soiuri dau minusuri de producţie distinct, respectiv, foarte semnificative. Siguranţa ridicată a diferenţelor de producţie se explică şi prin aceea că eroarea experimentală este foarte mică.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.31: **Producţia soiurilor de orzoaică şi semnificaţia diferenţelor de producţie faţă de soiul raionat**

Soiul	Prod. de boabe q/ha	Prod. de boabe %	Diferenţa q/ha	Soiul	Prod. de boabe q/ha	Prod. de boabe %	Diferenţa q/ha
3	39,5	162,6	15,2***	5	24,3	100,0	
9	32,5	133,7	8,2***	2	20,8	85,6	—3,5⁰⁰
7	31,5	130,0	7,4***	1	17,5	72,0	—6,8⁰⁰⁰
8	29,3	120,6	5,0***	6	16,5	67,9	—7,8⁰⁰⁰
4	29,0	119,3	4,7***				
DL 1%	2,83	11,6					
DL 0,1%	3,89	16,0					

În exemplul de faţă nu s-a făcut nici o corectare a sumelor soiurilor aşa cum s-a făcut în exemplul 11.4 şi 11.5, deoarece, varianţa blocurilor (s_B^2) fiind mai mică decît cea a erorii (s_E^2), s-a considerat că eroarea suplimentară care încarcă varianţa soiurilor (s_V^2) este redusă. Dacă varianţa blocurilor (s_B^2) ar fi fost mai mare decît cea a erorii (s_E^2) era necesar să corectăm sumele soiurilor.

Corectarea sumelor soiurilor (V) (Tab. 11.29 col. 2) se face cu ajutorul *factorului de corecţie* ω

$$\omega = \frac{s_B^2 - s_E^2}{k^2 \cdot s_B^2}$$

Valorile W (Tab. 11.29 col. 4) se înmulţesc cu factorul de corecţie ω obţinîndu-se produsurile ωW (Tab. 11.29 col. 5). Produsurile respective se adaugă la sumele soiurilor necorectate obţinîndu-se sumele soiurilor corectate ($V + \omega W$) (Tab. 11.29 col. 6). Pornind de la aceste sume se calculează *varianţa soiurilor corectată* ($s_{V_c}^2$). Aceasta nu se testează faţă de varianţa erorii din tabela 11.30 (s_E^2) ci faţă de *varianţa efectivă a erorii* care se calculează cu ajutorul formulei:

$$s_{Eef}^2 = s_E^2 (1 + k\omega)$$

Deci:

$$F = \frac{s_{V_c}^2}{s_{Eef}^2}$$

Pentru examinarea semnificaţiei diferenţelor cu ajutorul testului t se calculează eroarea diferenţei pornind de la varianţa efectivă a erorii.

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{Eef}^2}{n}}$$

$$DL_{5\%} = t_{5\%} \cdot s_d$$

$$DL_{1\%} = t_{1\%} \cdot s_d$$

$$DL_{0,1\%} = t_{0,1\%} \cdot s_d$$

Scanned with OKEN Scanner

11.6. Metoda blocurilor incomplete balansate

11.6.1. Blocuri aranjate în repetiţii

Exemplul 11.7. Să se calculeze rezultatele unei experienţe cu 6 hibrizi dubli de porumb aşezată după metoda blocurilor incomplete balansate. Suprafaţa recoltabilă a unei parcele este de 30 m². Producţiile aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp se văd în tabelul 11.32. Pentru uşurarea calculului producţiile sînt reduse cu 10 kg.

TABELUL 11.32: Producţiile hibrizilor de porumb aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp

Repetiţia	Blocul	Soiul	Producţia kg/p – 10 kg	Suma blocului	Suma repetiţiei
I	1	1 2	0 2	2	17
	2	3 4	3 5	8	
	3	5 6	6 1	7	
II	4	4 6	6 2	8	23
	5	3 1	4 1	5	
	6	5 2	7 3	10	
III	7	1 4	2 7	9	29
	8	6 2	3 4	7	
	9	5 3	8 5	13	
IV	10	2 4	5 8	13	37
	11	1 5	4 9	13	
	12	6 3	4 7	11	
V	13	5 4	7 6	13	28
	14	1 6	3 3	6	
	15	2 3	4 5	9	
Suma					134

Scanned with OKEN Scanner

În tabelul 11.32 sînt redate sumele blocurilor, sumele repetițiilor și suma totală (Σ_x).

Gradele de libertate sînt:

Repetiții $n - 1 = 5 - 1 = 4$

Hibrizi $v - 1 = 6 - 1 = 5$

Blocuri $b - n = 15 - 5 = 10$

Eroare $(nv - v - b + 1) = 30 - 6 - 15 + 1 = 10$

Total $vn - 1 = 30 - 1 = 29$

Urmează analiza variantei:

Termenul de corecție TC: $\frac{134^2}{30} = 598{,}5.$

Suma patratelor abaterilor SPA

Total: $0^2 + 2^2 + \ldots + 4^2 + 5^2 - 598{,}5 = 153{,}5$

Repetiții: $\frac{17^2 + 23^2 + 29^2 + 37^2 + 28^2}{6} - 598{,}5 = 36{,}8.$

Hibrizi (necorectată): $\frac{10^2 + 18^2 + \ldots + 37^2 + 13^2}{5} - 598{,}5 = 113{,}9.$

Pentru calcularea SPA-blocuri pură este necesar să calculăm pentru fiecare variantă următoarele valori:

B_V = Suma tuturor blocurilor în care apare varianta respectivă.

$Q = kV - B_V$

$W = (v - k)\,V - (v - 1)B_V + (k - 1)\Sigma x$

Calculul lui B_V, Q și W se efectuează aranjînd datele într-un tabel după modelul tabelului 11.33.

TABELUL 11.33: Calculul valorilor B_V, Q și W

Soiul	V	kV	B_V	Q	$(v-k)V$	$(v-1)B_V$	W	ωW	$V + \omega W$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	20	35	—15	40	175	—1	—0,10	9,90
2	18	36	41	— 5	72	205	+1	+0,10	18,10
3	24	48	46	+ 2	96	230	0	0	24,00
4	32	64	51	+13	128	255	+7	+0,70	32,70
5	37	74	56	+18	148	280	+2	+0,20	37,20
6	13	26	39	—13	52	195	—9	—0,90	12,10
Suma	134 $=\Sigma x$	268 $=2\Sigma x$	268 $=2\Sigma x$	0	536 $=4\Sigma x$	1340 $=10\Sigma x$	0	0	134,0 $=\Sigma x$

$$V_1 = 0 + 1 + 2 + 4 + 3 = 10$$

etc. etc.

$$B_{V_1} = 2 + 5 + 9 + 13 + 6 = 35$$

etc. etc.

Urmează calculul *SPA*-blocuri necorectată.

Blocuri (necorectată): $\frac{2^2 + 8^2 + \ldots + 6^2 + 9^2}{2} - 598{,}5 = 76{,}5.$

Deoarece *SPA*-blocuri necorectată (76,5) cuprinde şi pe *SPA* repetiţii (36,8), este necesar, pentru a obţine pe *SPA*-blocuri pură (dar necorectată), să scădem din *SPA*-blocuri necorectată pe *SPA*-repetiţii.

SPA-blocuri pură (necorectată): 76,5 — 36,8 = 39,7

Urmează calculul *SPA*-blocuri corectată, în care scop se calculează *SPA*-hibrizi corectată după cum urmează:

SPA-hibrizi corectată: $\frac{(v-1)\Sigma Q^2}{knv(k-1)} = \frac{5[(-15)^2 + (-5)^2 + \ldots + (-13)^2]}{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 1} = 76{,}3.$

SPA-blocuri corectată = (*SPA*-blocuri necorectat) + (*SPA*-hibrizi corectată) — (*SPA*-hibrizi necorectată) = 39,7 + 76,3 — 113,9 = 2,1.

Se întocmeşte tabelul varianţelor (Tabelul 11.34).

TABELUL 11.34: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2
Repetiţii	36,8	4	
Hibrizi (necorectat)	113,9	5	
Blocuri (corectat)	2,1	10	$0{,}21 = s_P^2$
Eroare	0,7	10	$0{,}07 = s_E^2$
	153,5	29	

Deoarece s_B^2 este mai mare decît s_E^2 este necesar să facem o corectare a sumelor hibrizilor. Corectarea se face cu ajutorul unui factor de balansare ω care se calculează cu ajutorul formulei:

$$\omega = \frac{n(s_B^2 - s_E^2)}{nv(k-1)\,s_B^2 + k(b - n - v + 1)\,s_E^2}$$

$$\omega = \frac{5(0{,}21 - 0{,}07)}{5 \cdot 6 \cdot 1(0{,}21) + 2(15 - 5 - 6 + 1)(0{,}07)} = 0{,}10$$

Înmulţind valorile W din tabelul 11.33 cu factorul de balansare ω, obţinem valorile de corecţie ωW pentru fiecare variantă (Tabelul 11.33 col. 9). Adăugînd la fiecare sumă a hibrizilor (V) valoarea de corecţie respectivă (ωW) obţinem sumele corectate ($V + \omega W$) (Tab. 11.33 col. 2 şi col. 10).

De exemplu pentru hibridul 1 vom avea:

$$V_1 + \omega W_1 = 10 + (-0{,}10) = 9{,}90.$$

Suma totală a valorilor corectate trebuie să corespundă cu suma totală a valorilor necorectate (Tab. 11.33 col. 2 şi col. 10).

Împărţind sumele hibrizilor corectate la numărul repetiţiilor şi adăugînd la fiecare din valorile astfel obţinute valoarea scăzută iniţial (10 kg) obţinem mediile corectate ale hibrizilor.

Hibridul 1 = 11,98 kg

Hibridul 2 = 13,62 kg

Hibridul 3 = 14,80 kg

Hibridul 4 = 16,54 kg

Hibridul 5 = 17,44 kg

Hibridul 6 = 12,42 kg

De asemenea este necesar să corectăm varianţa erorii (s_E^2). Corectarea se face înmulţind varianţa erorii cu factorul

$$1 + (v - k)\omega$$

În felul acesta obţinem varianţa efectivă a erorii:

$$1 + (v - k)\omega = 1 + (6 - 2)\,0{,}10 = 1{,}40$$

$$0{,}07 \cdot 1{,}40 = 0{,}098$$

Testul t

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}098}{5}} = 0{,}198 \text{ kg/p sau } 66 \text{ kg/ha}$$

Valorile t din tabelă pentru $l = 10$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,23, 3,17 şi 4,59.

$DL_{5\%} = 2{,}23 \cdot 66 = 147$ kg/ha

$DL_{1\%} = 3{,}17 \cdot 66 = 209$ „

$DL_{0{,}1\%} = 4{,}59 \cdot 66 = 303$ „

Rezultatele finale de producţie se văd în tabelul 11.35.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 11.35: Producţiile hibrizilor dubli de porumb şi semnificaţia diferenţelor faţă de media lor

Hibridul dublu	Producţia de boabe		Diferenţa kg/ha
	kg/ha	%	
5	5 813	120,6	991***
4	5 513	114,3	691***
3	4 933	102,3	111
$\bar{x}$	4 822	100,0	
2	4 540	94,2	—280⁰
6	4 140	85,9	—682⁰⁰⁰
1	3 993	82,8	—829⁰⁰⁰
$DL_{1\%}$	209	4,3	
$DL_{0,1\%}$	303	6,3	

11.6.2. Blocuri nearanjate în repetiţii

Calculul rezultatelor experimentale se desfăşoară la fel ca la metoda blocurilor aranjate în repetiţii (Exemplul 11.7) exceptînd faptul că nu se calculează *SPA*-repetiţii.

Analiza varianţei se desfăşoară după următoarea schemă:

Sursa variaţiei	l	s^2
Variante (necorectat)	$v - 1$	
Blocuri (corectat)	$b - 1$	s_B^2
Eroare	$vr - v - b + 1$	s_E^2
Total	$vr - 1$	

SPA-blocuri (corectată) se obţine prin scădere ca şi în cazul metodei blocurilor aranjate în repetiţii (Exemplul 11.7).

Factorul de balansare se calculează cu ajutorul formulei:

$$\omega = \frac{(k-1)(s_B^2 - s_E^2)}{v(k-1)(b-1)s_B^2 + (v-k)(b-v)s_E^2}.$$

11.7. Patratul lui Youden

Valorificarea unei experienţe aşezate după metoda patratului lui Youden propriu-zis cuprinde următoarele etape.

1) Calcularea sumelor tratamentelor (V), sumelor coloanelor, sumelor blocurilor şi a sumei totale (Σx).

2) Calcularea pentru fiecare variantă a sumei totale (B_V) pe baza sumelor blocurilor în care apare varianța respectivă. Valorile B_V se așază într-o coloană vecină cu coloana care cuprinde valorile V ca în tabelul 11.29

3) Calculul valorilor W

$$W = (v - k)\,V - (v - 1)\,B_V + (k - 1)\Sigma x$$

ΣW trebuie să fie egală cu zero. Valorile W se așază într-o coloană vecină cu coloana valorilor B_V.

4) Analiza varianței, care se desfășoară după următoarea schemă:

Sursa variației	l	s^2
Coloane (repetiții)	$k - 1$	
Blocuri (corectat)	$v - 1$	s_B^2
Variante (necorectat)	$v - 1$	
Eroare	$(k - 2)\,(v - 1)$	s_E^2
Total	$vk - 1$	

SPA-total, *SPA*-coloane și *SPA*-variante se calculează după procedeul uzual. *SPA*-blocuri corectată (separată de *SPA*-variante) este egală cu *SPA*-*W* împărțită la $kv(v-k)\,(k-1)$. *SPA*-eroare se obține prin scădere.

5) Calculul factorului de balansare

$$\omega = \frac{s_B^2 - s_E^2}{v(k-1)\,s_E^2}$$

Suma corectată a fiecărei variante este egală cu

$$V + \omega W$$

6) Calculul varianței efective a erorii și a erorii diferenței.

$$s_{Eef}^2 = \frac{2s_E^2}{n}\,[1 + (v - k)\,\omega].$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_{Eef}^2}{n}}$$

11.8. Grilajul patratic

11.8.1. Grilajul patratic cu $\frac{(k+1)}{2}$ repetiții

La această metodă întîlnim 5 componente ale varianței totale: varianța repetițiilor, varianța variantelor, varianța blocurilor, varianța coloanelor și varianța erorii.

Analiza statistică a rezultatelor experimentale este arătată în secțiunea 4.5 exemplul 4.8

C A P I T O L U L 12

Calcularea şi interpretarea rezultatelor la experienţele polifactoriale

12.1. Experienţe cu doi factori a două gradări

Vom prezenta analiza statistică a unei experienţe cu doi factori a două gradări, adică a unei experienţe de tipul 2×2 sau 2^2.

Exemplul 12.1. Să se calculeze rezultatele unei experienţe privind acţiunea azotatului de amoniu şi a superfosfatului asupra cînepei pentru fibre pe o lăcoviste aluvionară. Dozele de îngrăşămînt aplicat au fost 200 kg azotat de amoniu şi 300 kg superfosfat la hectar. Metoda de aşezare: metoda blocurilor.

Factori	Gradări
N = azotat de amoniu	n_0 = fără azot
P = superfosfat	n_1 = 200 kg/ha azotat de amoniu
	p_0 = fără fosfor
	p_1 = 300 kg/ha superfosfat

Combinaţiile de tratamente:

$$n_0p_0 \qquad n_1p_0$$
$$n_0p_1 \qquad n_1p_1$$

Să se stabilească: a) acţiunile factorilor sau acţiunile principale (acţiunea azotului făcînd abstracţie de fosfor respectiv acţiunea fosforului făcînd abstracţie de azot), b) acţiunile combinaţiilor (acţiunea azotului în absenţa sau prezenţa fosforului comparativ cu acţiunea fosforului în absenţa sau prezenţa azotului) şi c) interacţiunea sau acţiunea reciprocă a factorilor.

Producţiile de tulpini în q/ha se văd în tabelul 12.1.

TABELUL 12.1: Producţiile de tulpini, în q/ha, obţinute la cînepa pentru fibre, prin aplicarea îngrăşămintelor minerale

Combinaţia	Blocul 1	2	3	4	5	Suma combinaţiei	Media combinaţiei
n_0p_0	30	40	25	35	41	171	34,2
n_0p_1	31	39	30	36	40	176	35,2
n_1p_0	61	70	63	65	72	331	66,2
n_1p_1	65	74	65	68	80	352	70,4
Suma blocului	187	223	183	204	233	1030	51,5

Scanned with OKEN Scanner

Urmează analiza varianței care se desfășoară ca la metoda blocurilor. Se calculează mai întîi suma patratelor abaterilor.

Termenul de corecție TC: $\frac{1030^2}{20} = 53045$.

Total: $30^2 + 31^2 + \ldots + 72^2 + 80^2 - 53045 = 6213$

Blocuri: $\frac{187^2 + 223^2 + 183^2 + 204^2 + 233^2}{4} - 53045 = 478$

Combinații: $\frac{171^2 + 176^2 + 331^2 + 352^2}{5} - 53045 = 5691$

Eroare: $6213 - 478 - 5691 = 44$

Rezultatele analizei varianței sînt arătate în tabelul 12.2.

TABELUL 12.2: Tabelul varianțelor pentru acțiunile combinațiilor

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	478	4		
Combinații	5691	3	1897	561,2**
Eroare	44	12	3,38	
Total	6213	19		

Testul F ne arată că combinațiile au o acțiune foarte pronunțată asupra producției.

Testul t:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,38}{5}} = 1,16 \text{ q/ha}.$$

$DL_{0,1\%} = 4,318 \cdot 1,16 = 5.01$ q/ha

Diferențele dintre combinații se dovedesc foarte semnificative și prin aplicarea testului t.

Pentru examinarea acțiunilor principale și interacțiunii factorilor grupăm sumele combinațiilor în funcție de cei doi factori și calculăm sumele respective (a lui N și a lui P) (Tabelul 12.3).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.3: **Tabelul pentru calculul acțiunilor principale și interacțiunii factorilor**

Factorul N	Factorul P		Suma lui N
	p_0	p_1	
n_0	171	176	347
n_1	331	352	683
Suma lui P	502	528	1030

În continuare efectuăm analiza variației.

Suma patratelor abaterilor:

$$\text{Total}: \quad \frac{171^2 + 176^2 + 331^2 + 352^2}{5} - 53045 = 5691$$

Vedem că *SPA*-total este identică cu *SPA*-combinații, în consecință putem renunța la calculul ei.

$$\text{Factorul } N: \quad \frac{347^2 + 683^2}{10} - 53045 = 5644{,}8$$

$$\text{Factorul } P: \quad \frac{501^2 + 528^2}{10} - 53045 = 33{,}8$$

$$\text{Rest}: \quad 5691 - 5645 - 34 = 12{,}4$$

Prin această analiză a variației am descompus *SPA*-combinații în 3 componente: *SPA*-acțiunea principală N, *SPA*-acțiunea principală P și *SPA*-rest.

SPA-rest reprezintă interacțiunea NP, deoarece variația datorită neomogenității solului a fost eliminată prin calcularea *SPA*-blocuri iar variația accidentală prin calcularea *SPA*-eroare (vezi tabelul 12.2). Fiecărei componente de mai sus îi corespunde 1 grad de libertate. Rezultatele analizei variației sînt redate în tabelul 12.4.

Valoarea F teoretică pentru $l_1 = 1$, $l_2 = 12$ și $\alpha = 1\%$ este 9,33. Reiese că atît azotatul de amoniu cît și superfosfatul au o acțiune distinct semnificativă asupra producției de tulpini. Firește acțiunea azotului este incomparabil mai mare decît a fosforului. Interacțiunea NP este nesemnificativă.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.4: Tabelul varianţelor pentru acţiunile principale, interacţiunea factorilor şi acţiunile combinaţiilor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
N	5644,8	1	5644,8	1670**
P	33,8	1	33,8	10.06**
NP	12,4	1	12,4	3,55
Combinaţii	5691	3	1897	561,24**
Blocuri	478	4		
Eroare	44	12	3,38	
Total	6213	19		

Pentru stabilirea acţiunii principale medii şi interacţiunii medii a factorilor plecăm de la sumele din tabelul 12.3. Astfel obţinem :

Acţiunea principală N : $\frac{683 - 347}{10} = 33{,}6.$

Acţiunea principală P : $\frac{528 - 502}{10} = 2{,}6$ q

Interacţiunea NP : $\frac{(352 + 171) - (176 + 331)}{10} = 1{,}6$ q

Azotatul de amoniu a dat în medie un spor de producţie de 33,6 q/ha iar superfosfatul un spor de 2,6 q/ha. Sporul de producţie rezultat prin interacţiunea azotului cu a fosforului este de 1,6 q/ha.

Calculul se poate efectua şi cu ajutorul *coeficienţilor* pentru *comparaţia ortogonală* (Tabelul 12.5)

TABELUL 12.5: Calculul cu ajutorul coeficienţilor pentru comparaţia ortogonală

Combinaţia	Suma combinaţiei	N	P	NP
n_0p_0	171	—1	—1	+1
n_0p_1	176	—1	+1	—1
n_1p_0	331	+1	—1	—1
n_1p_1	352	+1	+1	+1
Diferenţa		336	26	16
Patratul diferenţei		112896	676	256
Divizorul pentru SPA		20	20	20
SPA		5644,8	33,8	12,8
Divizorul pentru acţiunea medie		10	10	10
Acţiunea medie		33,6	2,6	1,6

Scanned with OKEN Scanner

Pentru examinarea semnificației diferențelor cu ajutorul testului t, aranjăm mediile producțiilor ca în tabelul 12.6.

TABELUL 12.6: Mediile producțiilor (q/ha)

	p_0	p_1	Media N
n_0	34,2	35,2	34,7
n_1	66,2	70,4	68,3
Media P	50,2	52,8	

Valorile 34,2; 35,2; 66,2 și 70,4 reprezintă mediile combinațiilor iar valorile 50,2; 52,8; 34,7 și 68,3 reprezintă mediile acțiunilor principale.

Eroarea diferenței dintre mediile combinațiilor este:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}38}{5}} = 1{,}16 \text{ q/ha}$$

$$DL_{5\%} = 2{,}179 \cdot 1{,}16 = 2{,}53 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 3{,}055 \cdot 1{,}16 = 3{,}54 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0{,}1\%} = 4{,}318 \cdot 1{,}16 = 5{,}01 \text{ q/ha}$$

Exceptînd diferența $n_0p_1 - n_0p_0$ care este nesemnificativă, toate celelalte diferențe dintre combinații sînt distinct semnificative sau foarte semnificative.

Eroarea diferenței dintre mediile acțiunilor principale este mai mică decît eroarea diferenței dintre combinații, deoarece mediile acțiunilor principale sînt calculate dintr-un număr dublu de parcele (nr. blocurilor $\times$ nr. gradărilor).

Diferențele dintre mediile acțiunilor principale sînt:

Pentru N: $68{,}3 - 34{,}7 = 33{,}6$ q/ha

Pentru P: $52{,}8 - 50{,}2 = 2{,}6$ q/ha

$DL_{5\%} = 2{,}179 \cdot 0{,}82 = 1{,}79$ q/ha

$DL_{1\%} = 3{,}055 \cdot 0{,}82 = 2{,}51$ q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 4{,}318 \cdot 0{,}82 = 3{,}54$ q/ha

Semnificația diferențelor poate fi stabilită și astfel:

Pentru N: $t = \frac{33{,}6}{0{,}82} = 409$; $t^2 = 1673$

Pentru P: $t = \frac{2{,}6}{0{,}82} = 3{,}17$; $t^2 = 10{,}05$.

Putem afirma că în ambele cazuri practic $F = t^2$.

Scanned with OKEN Scanner

Diferențele dintre mediile acțiunilor principale sînt distinct semnificative
Concluzii:
1) Azotatul de amoniu exercită o acțiune foarte semnificativă iar superfosfatul o acțiune distinct semnificativă asupra producției de tulpini la cînepă; acțiunea azotului este incomparabil mai pronunțată decît cea a fosforului.
2) Superfosfatul, în prezența azotatului de amoniu, exercită o acțiune mai mare, decît în absența acestuia.
3) Interacțiunea dintre azot și fosfor este nesemnificativă.

12.2. Experiențe cu trei factori a două gradări

Experiențele de acest tip — tipul 2^3 — se calculează la fel ca și cele de tipul 2^2.
Ca exemplu putem cita o experiență în care se cercetează acțiunea îngrășămintelor minerale N, P și K.

Factori	Gradări
N = azotat de amoniu	n_0 = fără azot
	n_1 = x kg/ha azotat de amoniu
P = superfosfat	p_0 = fără fosfor
	$p_1 = x$ kg/ha superfosfat
K = sare potasică	k_0 = fără potasiu
	$k_1 = x$ kg/ha sare potasică.

Combinațiile de tratamente:

$$n_0p_0k_0 \qquad n_1p_0k_0$$
$$n_0p_0k_1 \qquad n_1p_0k_1$$
$$n_0p_1k_0 \qquad n_1p_1k_0$$
$$n_0p_1k_1 \qquad n_1p_1k_1$$

Deci avem 8 combinații: (1), n, p, k, np, nk, pk, npk.
Numărul gradelor de libertate este $8 - 1 = 7$.
Analiza preliminară a variației cuprinde:

SPA-total

SPA-blocuri

SPA-combinații

SPA-eroare

SPA-combinaţii se descompune în 7 componente, fiecare din ele avînd un grad de libertate.

a) Acţiuni principale

N

P

K

b) Interacţiuni de primul grad

NP

NK

PK

c) Interacţiuni de gradul al doilea:

NPK

SPA pentru acţiunile şi interacţiunile de mai sus se calculează cu ajutorul coeficienţilor pentru comparaţia ortogonală (Tabelul 12.7).

TABELUL 12.7: **Schema coeficienţilor pentru calculul unei experienţe de tipul 2^3**

Combinaţia	Suma combinaţiei	N	P	K	NP	NK	PK	NPK
(1)		−1	−1	−1	+1	+1	+1	−1
n		+1	−1	−1	−1	−1	+1	+1
p		−1	+1	−1	−1	+1	−1	+1
k		−1	−1	+1	+1	−1	−1	+1
np		+1	+1	−1	+1	−1	−1	−1
nk		+1	−1	+1	−1	+1	−1	−1
pk		−1	+1	+1	−1	−1	+1	−1
npk		+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Diferenţa								
Patratul diferenţei								
Divizorul pentru *SPA*								
SPA								
Divizorul pentru acţiunea medie								
Acţiunea medie								

Coeficienţii se stabilesc astfel: în cazul N, combinaţiile fără N primesc semnul minus iar cele cu N semnul plus. La fel se procedează în cazul P şi K. Semnele coeficienţilor pentru NP se obţin prin multiplicarea coeficienţilor pentru N şi P. La fel se stabilesc coeficienţii pentru NK şi PK. Semnele coeficienţilor pentru NPK se stabilesc prin multiplicarea coeficienţilor pentru N şi PK.

Scanned with OKEN Scanner

Divizorul pentru *SPA* este $8n$ iar pentru acţiunea medie $4n$.

Formula pentru calculul erorii diferenţei este diferită în funcţie de felul comparaţiei.

Astfel în cazul cînd se compară gradările unui factor la aceeaşi gradare a celorlalţi doi factori (de exemplu $n_1p_0k_0 - n_0p_0k_0$) sau gradările unui factor la gradări diferite ale factorului al doilea şi la aceeaşi gradare a factorului al treilea (de exemplu $n_1p_1k_0 - n_0p_0k_0$) sau gradările unui factor la gradări diferite ale celorlalţi doi factori (de exemplu $n_1p_1k_1 - n_0p_0k_0$) se foloseşte formula:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}$$

Atunci cînd se compară gradările unui factor la aceeaşi gradare a factorului al doilea, fără a lua în considerare factorul al treilea (de exemplu $n_1p_0 - n_0p_0$) sau cînd se compară gradările unui factor la gradări diferite ale factorului al doilea, făcînd abstracţie de al treilea (de exemplu $n_1p_1 - n_0p_0$) folosim formula:

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

În sfîrşit cînd comparăm gradările unui factor făcînd abstracţie de ceilalţi doi (de exemplu $n_1 - n_0$) folosim formula:

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{2n}}$$

12.3. Experienţe cu mai mult de 3 factori

Este vorba de experienţe cu mai mult de 3 factori a două sau mai multe gradări. Cu cît creşte numărul factorilor cu atît sporeşte numărul acţiunilor principale şi numărul interacţiunilor. În acelaşi timp interacţiunile devin de un ordin din ce în ce mai mare.

Aşa de exemplu la o experienţă cu 4 factori (*A*, *B*, *C* şi *D*) avem următoarele acţiuni principale şi interacţiuni:

Patru acţiuni principale: *A*, *B*, *C*, *D*.
Şase interacţiuni de primul ordin: *AB*, *AC*, *AD*, *BC*, *BD*, *CD*.
Patru interacţiuni de ordinul al doilea: *ABC*, *ABD*, *ACD*, *BCD*.
O interacţiune de ordinul al treilea: *ABCD*.

Nu se recomandă să se execute experienţe cu mai mult de 3 factori pentru următoarele motive:

a) Rezultatele obţinute se interpretează greu

b) Interacţiunile se cuplează cu varianţa erorii. Cuplarea este cu atît mai pronunţată cu cît interacţiunile sînt de un ordin mai mare.

c) Interacţiunile de ordin superior (de ordinul al 3-lea al 4-lea etc.) nu prezintă vreun interes deosebit.

Scanned with OKEN Scanner

Experiențele cu mai mulți factori a două gradări fiecare de exemplu experiențele de tipul 2^4 pot fi calculate cu ajutorul coeficienților pentru comparația ortogonală.

12.4. Metoda parcelelor subdivizate

Prezentăm, în cele ce urmează, metoda de calculare și interpretare a experiențelor cu doi și trei factori, așezate după metoda parcelelor subdivizate (I. Bachér, 1958; W. G. Cochran-G. M. Cox, 1957; A. Mudra, 1952, 1958, Davies L. Owen, 1956; V. G. Panse-P. V. Sukhatme, 1957; H. Rüther, 1958; G. W. Snedecor, 1957).

12.4.1. Experiențe cu doi factori

Exemplul 12.2. (N. Ceapoiu, 1963). Să se calculeze rezultatele unei experiențe privind influența azotatului de amoniu în doze diferite, asupra diferitelor soiuri de grîu de toamnă.

Factori	Gradări
A = Îngrășământ	a_0 = neîngrășat
	a_1 = îngrășat mijlociu (200 kg/ha NO_3NH_4)
	a_2 = îngrășat abundent (400 kg/ha NO_3NH_4)
B = Soi	b^0 = soiul 1
	b_1 = soiul 2
	b_2 = soiul 3.

Combinații de tratamente:

$$\begin{array}{lll} a_0b_0 & a_1b_0 & a_2b_0 \\ a_0b_1 & a_1b_1 & a_2b_1 \\ a_0b_2 & a_1b_2 & a_2b_2 \end{array}$$

Metoda de așezare: metoda parcelelor subdivizate în cadrul căreia parcelele mari și mici au fost așezate după metoda blocurilor. Experiența este de tipul 3×3 în 5 blocuri. Suprafața recoltată a parcelei mari 60 m² iar a parcelei mici 20 m².

Producțiile aranjate pe combinații și blocuri se văd în tabelul 12.8.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.8: **Producţiile soiurilor de grîu de toamnă (kg/parcelă) diferit îngrăşate aranjate pe combinaţii şi blocuri**

Combinaţii	Blocuri				
	1	2	3	4	5
a_0b_0	4,0	4,8	5,1	4,6	3,6
a_0b_1	5,0	5,6	6,4	5,2	4,6
a_0b_2	5,8	7,0	7,4	6,8	5,2
a_1b_0	5,0	5,6	6,0	4,9	4,6
a_1b_1	7,4	8,4	9,0	8,0	7,0
a_1b_2	8,0	8,9	9,4	8,2	7,7
a_2b_0	5,6	6,2	6,6	5,4	4,8
a_2b_1	9,5	10,2	11,0	10,4	9,1
a_2b_2	7,2	7,9	8,5	8,1	7,1
Suma blocului	57,5	64,6	69,4	61,6	53,7

$$\Sigma x = 306{,}8$$

Grade de libertate:

Experienţa întreagă $N - 1 = 45 - 1 = 44$

Parcele mari (a)

Total $na - 1 = 5 \cdot 3 - 1 = 14$

Blocuri $n - 1 = 5 - 1 = 4$

A (azotat de amoniu) $a - 1 = 3 - 1 = 2$

Eroare (a) $(n-1)(a-1) = 4.2 = 8$

Parcele mici (b)

Total $(N-1) - (n \cdot a - 1) = 44 - 14 = 30$

B (soiuri) $b - 1 = 3 - 1 = 2$

AB $(a-1)(b-1) = 2 \cdot 2 = 4$

Eroare (b) $a(n-1)(b-1) = 3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$

Analiza varianţei implică următoarele operaţii:

Termenul de corecţie TC: $\frac{306{,}8^2}{45} = 2091{,}69$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Experiența întreagă: $4{,}0^2 + 5{,}0^2 + \ldots + 9{,}1^2 + 7{,}1^2 - 2091{,}69 = 152{,}97$

Total parcele mari (plecînd de la producțiile parcelelor mari din tabelul 12.9):

$$\frac{14{,}8^2 + 20{,}4^2 + 22{,}3^2 + \ldots + 19{,}3^2 + 21{,}0^2}{3} - 2091{,}69 = 64{,}63.$$

TABELUL 12.9: **Producțiile parcelelor mari (kg/parcelă)**

Parcela	Blocuri					Suma *A*
	1	2	3	4	5	
a_0	14,8	17,4	18,9	16,6	13,4	81,1
a_1	20,4	22,9	24,4	21,1	19,3	108,1
a_2	22,3	24,3	26,1	23,9	21,0	117,6
Suma blocului	57,5	64,6	69,4	61,6	53,7	306,8 = Σx

a_0 (blocul 1) $= 4{,}0 + 5{,}0 + 5{,}8 = 14{,}8$

a_1 (blocul 1) $= 5{,}0 + 7{,}4 + 8{,}0 = 20{,}4$

a_2 (blocul 1) $= 5{,}6 + 9{,}5 + 7{,}2 = 22{,}3$

$$\text{Blocuri} = \frac{57{,}5^2 + 64{,}6^2 + 69{,}4^2 + 61{,}6^2 + 53{,}7^2}{9} - 2091{,}69 = 16{,}53.$$

$$\text{Factorul } A: \frac{81{,}1^2 + 108{,}1^2 + 117{,}6^2}{15} - 2091{,}69 = 47{,}81$$

Eroare (*a*) $64{,}63 - 16{,}53 - 47{,}81 = 0{,}29$

Putem considera experiența noastră ca fiind alcătuită din două experiențe: o experiență privind influența îngrășămintelor și altă experiență privind influența soiurilor.

Prin efectuarea calculului de mai sus, am eliminat din variația „experienței întregi" variația datorată „experienței cu îngrășăminte". Variația care a mai rămas este determinată de „experiența cu soiuri". Această variație, adică *SPA*-total parcele mici, se află scăzînd pe *SPA*-total parcele mari din *SPA*-experiența întreagă.

$$152{,}97 - 64{,}63 = 88{,}34$$

Pentru a afla componentele lui *SPA*-parcele mici, ne servim de sumele combinațiilor și sumele factorilor din tabelul 12.10.

$$a_0b_0 = 4{,}0 + 4{,}8 + 5{,}1 + 4{,}6 + 3{,}6 = 22{,}1 \ldots \text{ etc}$$
$$\text{etc.} \quad \ldots \quad \text{etc.}$$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.10: Sumele combinaţiilor şi sumele factorilor

Factorul A	Factorul B			Suma lui A
	b_0	b_1	b_2	
a_0	22,1	26,8	32,2	81,1
a_1	26,1	39,8	42,2	108,1
a_2	28,6	50,2	38,8	117,6
Suma lui B	76,8	116,8	113,2	306,8

Suma patratelor abaterilor SPA :

Combinaţii : $\frac{22,1^2 + 26,1^2 + \ldots + 42,2^2 + 38,8^2}{5} - 2091,69 = 134,91.$

Factorul B : $\frac{76,8^2 + 116,8^2 + 113,2^2}{15} - 2091,69 = 65,29.$

Interacţiunea AB se obţine scăzînd din SPA -combinaţii pe $SPA-A$ şi $SPA-B$:

AB : $134,91 - 47,81 - 65,29 = 21,81$

Eroare (b) : $88,34 - 65,29 - 21,81 = 1,24$

Rezultatele analizei varianţei sînt arătate în tabelul 12.11.

TABELUL 12.11: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	SPA	l	s^2	F
Experienţa întreagă	152,97	44		
Parcele mari				
Total	64,63	14		
Blocuri	16,53	4		
A	47,81	2	23,90	663,9**
Eroare (a)	0,29	8	0,036	
Parcele mici				
Total	88,34	30		
B	65,29	2	32,64	627,7**
AB	21,81	4	5,45	104,8**
Eroare (b)	1,24	24	0,052	

Valorile F pentru factorii A şi B s-au dedus împărţind varianţele factorilor A şi B la varianţele erorilor respective (a) şi (b). Valoarea F pentru interacţiunea AB s-a dedus împărţind varianţa acţiunii reciproce AB la varianţa erorii (b).

Scanned with OKEN Scanner

Se constată că atît factorul A cît și factorul B au o acțiune distinct semnificativă. De asemenea este distinct semnificativă interacțiunea dintre A și B.

Testul t:

a) Între două medii ale factorului A (de exemplu $a_1 - a_0$):

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_A^2}{nb}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}036}{5 \cdot 3}} = 0{,}07 \text{ kg/parcelă}$$

Valorile t din tabelă pentru $l = 8$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,31 ; 3,36 ; 5,04.

$DL_{5\%} = 2{,}31 \cdot 0{,}07 = 0{,}16$ kg/parcelă sau 80 kg/ha.

$DL_{1\%} = 3{,}36 \cdot 0{,}07 = 0{,}24$ kg/p sau 120 kg/ha

$DL_{0{,}1\%} = 5{,}04 \cdot 0{,}07 = 0{,}35$ kg/p sau 175 kg/ha

b) Între două medii ale factorului B (de exemplu $b_1 - b_0$):

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_B^2}{na}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}052}{5 \cdot 3}} = 0{,}08 \text{ kg/parcelă}$$

Valorile t pentru $l = 24$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,06 ; 2,80 ; 3,74.

$DL_{5\%} = 2{,}06 \cdot 0{,}08 = 0{,}16$ kg/p sau 80 kg/ha

$DL_{1\%} = 2{,}80 \cdot 0{,}08 = 0{,}22$ kg/p sau 110 kg/ha

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}74 \cdot 0{,}08 = 0{,}30$ kg/p sau 150 kg/ha

c) Între cele două medii ale factorului B la aceeași gradare a factorului a (de exemplu $a_1b_1 - a_1b_0$):

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_B^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}052}{5}} = 0{,}14 \text{ kg/parcelă}$$

Valorile t teoretice sînt aceleași ca și la punctul b

$DL_{5\%} = 2{,}06 \cdot 0{,}14 = 0{,}29$ kg/p sau 145 kg/ha

$DL_{1\%} = 2{,}80 \cdot 0{,}14 = 0{,}39$ kg/p sau 195 kg/ha

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}74 \cdot 0{,}14 = 0{,}52$ kg/p sau 260 kg/ha

d) Între două medii ale factorului A la aceeași gradare sau la gradări diferite ale factorului B (de exemplu $a_1b_1 - a_0b_0$):

$$s_d = \sqrt{\frac{2[(b-1)s_B^2 + s_A^2]}{nb}} = \sqrt{\frac{2[(2 \cdot 0{,}052) + 0{,}036]}{5 \cdot 3}} = 0{,}14 \text{ kg/parcelă.}$$

Pentru stabilirea valorii t este necesar un anumit număr de grade de libertate, or formula de mai sus are două variante ale erorii cu două grade de libertate diferite. De aceea este necesar să stabilim, fie un număr mediu de

grade de libertate, fie o valoare medie a lui t. Vom folosi ultima alternativă utilizînd pentru calculul valorii medii a lui t următoarea formulă (W. G. Cochran — G. M. Cox, 1957)

$$t = \frac{(b-1)s_B^2 t_B + s_A^2 t_A}{(b-1)s_B^2 + s_A^2}$$

în care t_A şi t_B reprezintă valorile t găsite pentru factorii A şi B respectiv gradele de libertate pentru erorile (a) şi (b) adică $l = 8$ şi $l = 24$.

$$t_{5\%} = \frac{(3-1)\,0{,}052 \cdot 2{,}06 + 0{,}036 \cdot 2{,}31}{(3-1)\,0{,}052 + 0{,}036} = 2{,}12$$

$$t_{1\%} = \frac{(3-1)\,0{,}052 \cdot 2{,}80 + 0{,}036 \cdot 3{,}36}{(3-1)\,0{,}052 + 0{,}036} = 2{,}94$$

$$t_{0{,}1\%} = \frac{(3-1)\,0{,}052 \cdot 3{,}74 + 0{,}036 \cdot 5{,}04}{(3-1)\,0{,}052 + 0{,}036} = 4{,}07$$

$$DL_{5\%} = 2{,}12 \cdot 0{,}14 = 0{,}29 \text{ kg/p sau } 145 \text{ kg/ha}$$

$$DL_{1\%} = 2{,}94 \cdot 0{,}14 = 0{,}41 \text{ kg/p sau } 205 \text{ kg/ha}$$

$$DL_{0{,}1\%} = 4{,}07 \cdot 0{,}14 = 0{,}57 \text{ kg/p sau } 285 \text{ kg/ha}$$

În scopul stabilirii diferenţelor de producţie (d) folosim sumele factorilor şi sumele combinaţiilor (Tabelul 12.12).

Modalitatea de calcul al diferenţelor de producţie la parcelă şi la hectar şi semnificaţia diferenţelor se văd în tabelul 12.12.

Din rezultatele prezentate mai sus se pot desprinde următoarele concluzii: a) soiul de grîu nr. 2 reacţionează puternic la azot, dînd sporuri de producţie foarte semnificative atît la îngrăşarea mijlocie cît şi la cea abundentă, b) soiul nr. 3 reacţionează puternic la îngrăşarea mijlocie şi slab la cea abundentă, dînd în cazul îngrăşării abundente un minus de producţie foarte semnificativ faţă de doza mijlocie de azot, dovedindu-se astfel un soi cu o capacitate limitată de valorificare a îngrăşămintelor, c) Soiul nr. 1, avînd un potenţial redus de valorificare a îngrăşămintelor, este net inferior celorlalte două.

12.4.2. Experienţe cu trei factori

Exemplul 12.3. (N. Ceapoiu, 1963). Să se calculeze rezultatele unei experienţe executate în 1960 la staţiunea experimentală Braşov privind influenţa diferitelor măsuri agrotehnice asupra producţiei de rădăcini la sfecla de zahăr.

TABELUL 12.12: Diferenţele de producţie şi semnificaţiile lor

		Producţii kg/p	*d* kg/p	Producţii kg/ha	*d* kg/ha	Semnificaţia
$a_1 - a_0$	108,1/15— 81,1/15	7,2—5,4	1,8	3600—2700	900	***
$a_2 - a_0$	117,6/15— 81,1/15	7,8—5,4	2,4	3900—2700	1200	***
$a_2 - a_1$	117 6/15—108,1/15	7,8—7,2	0,6	3900—3600	300	***
	$DL_{5\%}$	0,16		80		
	$DL_{1\%}$	0,24		120		
	$DL_{0,1\%}$	0,35		175		
$b_1 - b_0$	116,8/15— 76,8/15	7,8—5,1	2,7	3900—2550	1350	***
$b_2 - b_0$	113,2/15— 76,8/15	7,5—5,1	2,4	3750—2550	1200	***
$b_2 - b_1$	113,2/15—116,8/15	7,5—7,8	—0,3	3750—3900	—150	000
	$DL_{5\%}$	0,16		80		
	$DL_{1\%}$	0,22		110		
	$DL_{0,1\%}$	0,30		150		
$a_0\ b_1 - a_0\ b_0$	26,8/5—22,1/5	5,4—4,4	1,0	2700—2200	500	***
$a_0\ b_2 - a_0\ b_0$	32,2/5—22,1/5	6,4—4,4	2,0	3200—2200	1000	***
$a_0\ b_2 - a_0\ b_1$	32,2/5—26,8/5	6,4—5,4	1,0	3200—2700	500	***
$a_1\ b_1 - a_1\ b_0$	39,8/5—26,1/5	7,9—5,2	2,7	3950—2600	1350	***
$a_1\ b_2 - a_1\ b_0$	42,2/5—26,1/5	8,4—5,2	3,2	4200—2600	1600	***
$a_1\ b_2 - a_1\ b_1$	42,2/5—39,8/5	8,4—7,9	0,5	4200—3950	250	**
$a_2\ b_1 - a_2\ b_0$	50,2/5—28,6/5	10,0—5,7	4,3	5000—2850	2150	***
$a_2\ b_2 - a_2\ b_0$	38,8/5—28,6/5	7,8—5,7	2,1	3900—2850	1050	***
$a_2\ b_2 - a_1\ b_1$	38,8/5—50,2/5	7,8—10,0	—2,2	3900—5000	—1100	000
	$DL_{5\%}$	0,29		145		
	$DL_{1\%}$	0,39		195		
	$DL_{0,1\%}$	0,52		260		
$a_1\ b_0 - a_0\ b_0$	26,1/5—22,1/5	5,2—4,4	0,8	2600—2200	400	***
$a_2\ b_0 - a_0\ b_0$	28,6/5—22,1/5	5,7—4,4	1,3	2850—2200	650	***
$a_2\ b_0 - a_1\ b_0$	28,6/5—26,1/5	5,7—5,2	0,5	2850—2600	250	***
$a_1\ b_1 - a_0\ b_1$	39,8/5—26,8/5	7,9—5,4	2,5	3950—2700	1250	***
$a_2\ b_1 - a_0\ b_1$	50,2/5—26,8/5	10,0—5,4	4,6	5000—2700	2300	***
$a_2\ b_1 - a_1\ b_1$	50,2/5—39,8/5	10,0—7,9	2,1	5000—3950	1050	***
$a_1\ b_2 - a_0\ b_2$	42,2/5—32,2/5	8,4—6,4	2,0	4200—3200	1000	***
$a_2\ b_2 - a_0\ b_2$	38,8/5—32,2/5	7,8—6,4	1,4	3900—3200	700	***
$a_2\ b_2 - a_1\ b_2$	38,8/5—42,2/5	7,8—8,4	—0,6	3900—4200	—300	000
	$DL_{5\%}$	0,29		145		
	$DL_{1\%}$	0,41		205		
	$DL_{0,1\%}$	0,57		285		

Scanned with OKEN Scanner

Factori	Gradări
A = Epoca de semănat	a_0 = epoca 1 semănat imediat la desprimăvărare
	a_1 = epoca a 2-a : semănat după 15 zile
B = Adîncimea de semănat	b_0 = 3 cm
	b_1 = 6 cm
C = Cantitatea de sămînță la ha + distanța de semănat	c_0 = 6 kg/ha la 50 × 20 cm
	c_1 = 6 kg/ha la 45 × 15 cm
	c_2 = 10 kg/ha la 50 × 20 cm
	c_3 = 10 kg/ha la 45 × 15 cm
	c_4 = 12 kg/ha la 50 × 20 cm
	c_5 = 12 kg/ha la 45 × 15 cm

Combinații de tratamente:

$a_0b_0c_0$	$a_0b_1c_0$	$a_1b_0c_0$	$a_1b_1c_0$
$a_0b_0c_1$	$a_0b_1c_1$	$a_1b_0c_1$	$a_1b_1c_1$
$a_0b_0c_2$	$a_0b_1c_2$	$a_1b_0c_2$	$a_1b_1c_2$
$a_0b_0c_3$	$a_0b_1c_3$	$a_1b_0c_3$	$a_1b_1c_3$
$a_0b_0c_4$	$a_0b_1c_4$	$a_1b_0c_4$	$a_1b_1c_4$
$a_0b_0c_5$	$a_0b_1c_5$	$a_1b_0c_5$	$a_1b_1c_5$

Metoda de așezare: metoda parcelelor subdivizate în cadrul căreia parcelele au fost așezate după metoda blocurilor. Experiența este de tipul $2\times2\times6$ în 6 repetiții. Suprafața recoltabilă a parcelelor mici 10 m².

Producțiile de rădăcini de sfeclă de zahăr (kg/parcelă) aranjate pe variante și blocuri se văd în tabelul 12.13.

Rezultatele experimentale se calculează prin metoda analizei varianței care cuprinde următoarele operațiuni:

1) *Stabilirea gradelor de libertate*

Experiența întreagă $N - 1 = 144 - 1 = 143$

Parcele mari (a)

Total $n \cdot a - 1 = 6.2 - 1 = 11$

Blocuri $n - 1 = 6 - 1 = 5$

A $a - 1 = 2 - 1 = 1$

Eroare (a) $(n - 1)(a - 1) = 5 \cdot 1 = 5$

TABELUL 12.13: **Producţiile de rădăcini de sfeclă de zahăr (kg/parcelă) aranjate pe combinaţii de tratamente şi blocuri**

Variante	Blocuri					
	1	2	3	4	5	6
$a_0\ b_0\ c_0$	34,0	24,5	28,0	28,5	25,0	27,0
$a_0\ b_0\ c_1$	28,0	24,7	28,0	33,0	22,5	22,8
$a_0\ b_0\ c_2$	27,5	26,5	29,0	32,9	26,0	26,5
$a_0\ b_0\ c_3$	28,0	24,6	27,7	29,6	24,0	28,0
$a_0\ b_0\ c_4$	30,5	27,5	30,0	30,5	28,0	31,3
$a_0\ b_0\ c_5$	30,5	26,0	28,7	30,6	24,0	28,0
$a_0\ b_1\ c_0$	19,6	14,0	28,2	22,9	23,9	19,0
$a_0\ b_1\ c_1$	26,5	16,0	26,5	23,6	22,5	18,0
$a_0\ b_1\ c_2$	23,0	23,0	30,4	28,0	23,0	24,0
$a_0\ b_1\ c_3$	23,0	17,0	29,6	25,5	25,0	21,0
$a_0\ b_1\ c_4$	26,6	24,5	21,4	28,0	26,0	24,5
$a_0\ b_1\ c_5$	26,5	21,5	28,0	27,5	23,5	23,5
$a_1\ b_0\ c_0$	16,0	15,0	22,3	26,8	21,4	25,0
$a_1\ b_0\ c_1$	18,0	18,0	20,0	26,0	24,3	24,8
$a_1\ b_0\ c_2$	23,0	18,0	23,6	27,9	24,0	21,5
$a_1\ b_0\ c_3$	21,5	21,0	20,0	29,5	25,0	24,0
$a_1\ b_0\ c_4$	22,0	20,5	23,5	29,0	24,7	20,2
$a_1\ b_0\ c_5$	19,6	20,0	24,0	28,0	25,6	28,0
$a_1\ b_1\ c_0$	24,0	14,0	25,0	22,8	15,0	20,3
$a_1\ b_1\ c_1$	23,0	12,5	28,5	21,5	14,5	19,6
$a_1\ b_1\ c_2$	24,2	17,0	24,7	27,0	24,5	29,7
$a_1\ b_1\ c_3$	23,3	17,0	28,3	27,5	19,5	19,5
$a_1\ b_1\ c_4$	22,0	22,5	26,0	28,0	25,0	23,0
$a_1\ b_1\ c_5$	22,0	20,5	27,5	27,0	22,5	22,5
ΣBl	582,3	485,8	628,9	661,6	559,3	571,7

$$\Sigma x = 3489{,}6$$

Parcele mijlocii (b)

Total $n \cdot a(b-1) = 6 \cdot 2\,(2-1) = 12$

B $b-1 = 2-1 = 1$

AB $(a-1)\,(b-1) = 1 \cdot 1 = 1$

Eroare (b) $a(n-1)\,(b-1) = 2(6-1)\,(2-1) = 10$

Parcele mici (c)

Total $n \cdot a \cdot b(c-1) = 6 \cdot 2 \cdot 2(6-1) = 120$

C $c-1 = 6-1 = 5$

AC $(a-1)\,(c-1) = (2-1)\,(6-1) = 5$

BC $(b-1)\,(c-1) = (2-1)\,(6-1) = 5$

ABC $(a-1)\,(b-1)\,(c-1) = (2-1)\,(2-1)\,(6-1) = 5$

Eroare (c) $a \cdot b(n-1)\,(c-1) = 2 \cdot 2(6-1)\,(6-1) = 100$

Scanned with OKEN Scanner

2) *Calcularea sumei patratelor abaterilor SPA*. Mai întîi calculăm termenul de corecţie *TC*.

$$TC = \frac{3498,6^2}{144} = 84564,6$$

SPA — Experienţa întreagă:

$$34,0^2 + 28,0^2 + 27,5^2 + \ldots + 22,5^2 - 84564,6 = 2555,6$$

Calcularea lui *SPA* — Total parcele mari se bazează pe producţiile parcelelor mari care se obţin însumînd producţiile tuturor parcelelor mici din cadrul fiecărei parcele mari pentru fiecare bloc în parte. De exemplu pentru parcela a_0 din blocul 1 avem:

$$34,0 + 28,0 + 27,5 + \ldots + 26,5 = 323,7$$

Producţiile parcelelor mari se văd în tabelul 12.14.

TABELUL 12.14: **Producţiile parcelelor mari (kg/parcelă)**

Parcela	Blocuri						ΣA
	1	2	3	4	5	6	
a_0	323,7	269,5	335,5	340,6	293,3	293,6	1856,5
a_1	258,6	216,0	293,4	321,0	266,0	278,1	1633,1
ΣBl	582,3	485,8	628,9	661,6	559,3	571,7	3489,6

SPA — Total parcele mari:

$$\frac{323,7^2 + 258,6^2 + \ldots + 278,1^2}{12} - 84564,6 = 1195,3$$

Împărţirea s-a făcut la 12 deoarece producţia fiecărei parcele mari provine din însumarea producţiilor celor 12 parcele mici din cadrul parcelei mari.

SPA—Total parcele mari se descompune în *SPA*—Blocuri, *SPA*—Factorul A şi *SPA*-Eroare (*a*).

SPA — Blocuri se calculează plecînd de la sumele blocurilor (ΣBl) din tabelul 12.13 sau 12.14.

SPA — Blocuri:

$$\frac{582,3^2 + 485,8^2 + \ldots + 571,7^2}{24} - 84564,6 = 767,1$$

Împărţirea s-a făcut la 24, deoarece producţia fiecărui bloc provine din însumarea producţiilor celor 24 combinaţii de tratamente ale blocului respectiv.

Scanned with OKEN Scanner

SPA—Factorul *A* se calculează plecînd de la sumele factorului *A*(ΣA) din tabelul 12.14.

$$\frac{1856{,}5^2 + 1633{,}1^2}{72} - 84564{,}6 = 346{,}6$$

Patratele sumelor au fost împărţite la 72, deoarece fiecare sumă provine din producţiile a 72 parcele mici (12 combinaţii de tratamente în 6 repetiţii).

SPA-eroare (*a*) se obţine scăzînd din *SPA*-Total parcele mari pe *SPA*-Blocuri şi *SPA*-Factorul *A* :

$$1195{,}3 - 767{,}1 - 346{,}6 = 81{,}6$$

Prin aplicarea calculului de mai sus s-a scos din experienţa întreagă „experienţa privind factorul *A*". Variaţia care a mai rămas este condiţionată de „experienţele privind factorii *B* şi *C*".

În continuare trecem la calcularea lui *SPA*-Total parcele mijlocii (Tabelul 12.15), care se obţine adunînd producţiile parcelelor mici din cadrul fiecărei parcele mijlocii. De exemplu pentru parcela mijlocie a_0b_0 din blocul 1 avem :

$$34{,}0 + 28{,}0 + 27{,}5 + 28{,}0 + 30{,}5 + 30{,}5 = 178{,}5$$

TABELUL 12.15: **Producţiile parcelelor mijlocii (kg/parcelă)**

Parcela	Blocuri					
	1	2	3	4	5	6
a_0 b_0	178,5	153,8	171,4	185,1	149,5	163,6
a_0 b_1	145,2	116,0	164,1	155,5	143,8	130,0
a_1 b_0	120,1	112,5	133,4	167,2	145,0	143,5
a_1 b_1	138,5	103,5	160,0	153,8	121,0	134,6

$\Sigma x = 3489{,}6$

SPA — Total parcele mijlocii :

$$\left[\frac{178{,}5^2 + 145{,}2^2 + \ldots + 134{,}6^2}{6} - 84564{,}6\right] - 1195{,}3 =$$

$$= (86309{,}1 - 84564{,}6) - 1195{,}3 = 1774{,}5 - 1195{,}3 = 549{,}2$$

Pentru a afla componentele lui *SPA*-Total parcele mijlocii adică *SPA*-Factorul *B*, *SPA*-Acţiunea reciprocă *AB* şi *SPA*-Eroare (*b*) ne servim de datele din tabelul 12.16 în care sînt redate sumele combinaţiilor *ab* şi sumele factorilor *A* şi *B* (ΣA şi ΣB).

Sumele combinaţiilor *ab* se obţin plecînd de la producţiile parcelelor mijlocii din tabelul 12.15. De exemplu pentru combinaţia a_0b_0 avem :

$$178{,}5 + 153{,}8 + 171{,}4 + 185{,}1 + 149{,}5 + 163{,}6 = 1001{,}9$$

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.16: Sumele combinațiilor *ab* și sumele factorilor

Factorul *A*	Factorul *B*		ΣA
	b_0	b_1	
a_0	1001,9	854,6	1856,5
a_1	821,7	811,4	1633,1
ΣB	1823,6	1666,0	3489,6

SPA—Combinații *ab*:

$$\frac{1001{,}9^2 + 821{,}7^2 + \ldots + 811{,}4^2}{36} - 84564{,}6 = 649{,}4$$

Patratele sumelor au fost împărțite la 36, deoarece fiecare sumă provine din însumarea producțiilor a 6 parcele mici din 6 blocuri.

SPA—Factorul *B* se calculează plecînd de la sumele factorului $B(\Sigma B)$ din tabelul nr. 12.16. Patratele sumelor se împart la 72, deoarece fiecare sumă provine din producțiile a 72 parcele mici:

$$\frac{1823{,}6^2 + 1666{,}0^2}{72} - 84564{,}6 = 172{,}5$$

SPA—*AB* se obține scăzînd din *SPA* — Combinații *ab* pe *SPA*-Factorul *A* și *SPA*-Factorul *B*:

$$649{,}4 - 346{,}6 - 172{,}5 = 130{,}3$$

SPA-Eroare (*b*):

$$549{,}2 - 172{,}5 - 130{,}3 = 246{,}4$$

SPA-Total parcele mici se obține scăzînd din *SPA*-Experiența întreagă pe *SPA*-Total parcele mari și pe *SPA*-Total parcele mijlocii:

$$2555{,}6 - 1195{,}3 - 549{,}2 = 811{,}1$$

Pentru a afla componentele lui *SPA*-Total parcele mici: adică pe *SPA*-Factorul *C*; *SPA*-Acțiunea reciprocă *AC*; *SPA*-Acțiunea reciprocă *BC*; *SPA*-Acțiunea reciprocă *ABC* și *SPA*-Eroare (*c*) ne servim de sumele factorului *C* și de sumele combinațiilor *ac*, *bc* și *abc*.

SPA-Factorul *C* se calculează plecînd de la sumele factorului *C* (ΣC) (Tabelul 12.17) care se obține adunînd producțiile parcelelor cu gradarea respectivă din întreaga experiență.

SPA-Factorul *C*:

$$\frac{542{,}1^2 + 542{,}8^2 + \ldots + 605{,}5^2}{24} - 84564{,}6 = 221{,}5$$

Patratele sumelor s-au împărțit la 24 deoarece fiecare gradare a lui *c* ocupă 24 parcele.

TABELUL 12.17: Sumele factorului *C*

Factorul *C*	Σ*C*
c_0	542,1
c_1	542,8
c_2	604,9
c_3	579,1
c_4	615,2
c_5	605,5

$\Sigma x = 3489{,}6$

TABELUL 12.18: Sumele combinațiilor *ac*

Combinația	Suma
$a_0\ c_0$	294,5
$a_0\ c_1$	292,1
$a_0\ c_2$	319,8
$a_0\ c_3$	303,0
$a_0\ c_4$	328,8
$a_0\ c_5$	318,3
$a_1\ c_0$	247,6
$a_1\ c_1$	250,7
$a_1\ c_2$	285,1
$a_1\ c_3$	276,1
$a_1\ c_4$	286,4
$a_1\ c_5$	287,2

$\Sigma x = 3489{,}6$

SPA-Combinații *ac* se calculează plecînd de la sumele combinațiilor *ac* din tabelul 12.18. Sumele combinațiilor se obțin adunînd producțiile fiecărei combinații din toate blocurile.

SPA-Combinații *ac*:

$$\frac{294{,}5^2 + 292{,}1^2 + \ldots + 287{,}2^2}{12} - 84564{,}6 = 580{,}1$$

SPA-AC se obține scăzînd din *SPA*-Combinații *ac* pe *SPA*-Factorul *A* și *SPA*-Factorul *C*:

$$580{,}1 - 346{,}6 - 221{,}5 = 12{,}0$$

TABELUL 12.19: Sumele combinațiilor *bc*

Combinația	Suma
$b_0\ c_0$	293,5
$b_0\ c_1$	290,1
$b_0\ c_2$	306,4
$b_0\ c_3$	302,9
$b_0\ c_4$	317,7
$b_0\ c_5$	313,0
$b_1\ c_0$	248,6
$b_1\ c_1$	252,7
$b_1\ c_2$	298,5
$b_1\ c_3$	276,2
$b_1\ c_4$	297,5
$b_1\ c_5$	292,5

$\Sigma x = 3489{,}6$

SPA-Combinații *bc* se calculează plecînd de la sumele combinațiilor *bc* din tabelul 12.19:

$$\frac{293{,}5^2 + 290{,}1^2 + \ldots + 292{,}5^2}{12} - 84564{,}6 = 430{,}6$$

SPA-BC se obține scăzînd din *SPA*-Combinații *bc* pe *SPA*-Factorul *B* și *SPA*-Factorul *C*:

$$430{,}6 - 172{,}5 - 221{,}5 = 36{,}6.$$

SPA-Combinații *abc* se calculează folosind sumele combinațiilor *abc* din tabelul 12.20

SPA-Combinații *abc*:

$$\frac{167{,}0^2 + 150{,}0^2 + \ldots + 142{,}0^2}{6} - 84564{,}6 = 938{,}7$$

TABELUL 12.20: **Sumele combinaţiilor** *abc*

Combinaţia	Suma	Combinaţia	Suma
$a_0\ b_0\ c_0$	167,0	$a_1\ b_0\ c_0$	126,5
$a_0\ b_0\ c_1$	159,0	$a_1\ b_0\ c_1$	131,1
$a_0\ b_0\ c_2$	168,4	$a_1\ b_0\ c_2$	138,0
$a_0\ b_0\ c_3$	161,9	$a_1\ b_0\ c_3$	141,0
$a_0\ b_0\ c_4$	177,8	$a_1\ b_0\ c_4$	139,9
$a_0\ b_0\ c_5$	167,8	$a_1\ b_0\ c_5$	145,2
$a_0\ b_1\ c_0$	127,5	$a_1\ b_1\ c_0$	121,1
$a_0\ b_1\ c_1$	133,1	$a_1\ b_1\ c_1$	119,6
$a_0\ b_1\ c_2$	151,4	$a_1\ b_1\ c_2$	147,1
$a_0\ b_1\ c_3$	141,1	$a_1\ b_1\ c_3$	135,1
$a_0\ b_1\ c_4$	151,0	$a_1\ b_1\ c_4$	146,5
$a_0\ b_1\ c_5$	150,2	$a_1\ b_1\ c_5$	142,0

$$\Sigma x = 3489{,}6$$

SPA-ABC :

$$938{,}7 - 346{,}6 - 172{,}5 - 221{,}5 - 130{,}3 - 12{,}0 - 36{,}6 = 19{,}2$$

SPA-Eroare (*c*) se obţine scăzînd din *SPA*-Total parcele mici pe *SPA*-Factorul *C*, *SPA-AC*, *SPA-BC* şi *SPA-ABC* :

$$811{,}1 - 221{,}5 - 12{,}0 - 36{,}6 - 19{,}2 = 521{,}8$$

3) *Întocmirea tabelului variantelor* (Tabelul 12.21).

TABELUL 12.21: **Tabelul variantelor**

	SPA	*l*	s^2	*F*
Experienţa întreagă	2555,6	143		
Parcele mari				
Total	1195,3	11		
Blocuri	767,1	5		
A	346,6	1	346,6	21,24**
Eroare (*a*)	81,6	5	16,32	
Parcele mijlocii				
Total	549,2	12		
B	172,5	1	172,5	7,00*
AB	130,3	1	130,3	5,29*
Eroare (*b*)	246,4	10	24,64	
Parcele mici				
Total	811,1	120		
C	221,5	5	44,30	8,49**
AC	12,0	5	2,40	0,46
BC	36,6	5	7,32	1,40
ABC	19,2	5	3,84	0,74
Eroare (*c*)	521,8	100	5,22	

Valorile F pentru factorii A, B, şi C s-au dedus împărţind varianţa factorilor A, B şi C la varianţa erorilor respective (a), (b) şi (c.) Valorile F pentru acţiunile reciproce AB, AC, BC şi ABC s-au dedus împărţind varianţa acţiunii reciproce AB, AC, BC şi ABC la varianţa erorii (b) respectiv (c). Semnificaţia valorilor F calculate se stabileşte comparînd aceste valori cu valorile F teoretice pentru $\alpha = 5\%$ şi $\alpha = 1\%$ din tabele.

Se constată că factorii A (epoca de semănat) şi C (cantitatea de sămînţă + distanţa de semănat) au o acţiune distinct semnificativă asupra producţiei iar factorul B (adîncimea de semănat) o acţiune semnificativă. Se constată o interacţiune între factorii AB.

4) *Calcularea diferenţelor limită* (DL)

a) Între 2 medii ale factorului A (de exemplu $a_1 - a_0$) :

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s_A^2}{nbc}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16{,}32}{6 \cdot 2 \cdot 6}} = 0{,}67$$

Valorile t pentru $l = 5$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,57 ; 4,03 ; 6,87.

$DL_{5\%} = 2{,}57 \cdot 0{,}67 = 1{,}72$ kg/parcelă sau 1720 kg/ha
$DL_{1\%} = 4{,}03 \cdot 0{,}67 = 2{,}70$ „ „ 2700 „
$DL_{1.0\%} = 6{,}87 \cdot 0{,}67 = 4{,}60$ „ „ 4600 „

b) Între 2 medii ale factorului B (de ex. $b_1 - b_0$) :

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s_B^2}{nac}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24{,}64}{6 \cdot 2 \cdot 6}} = 0{,}80.$$

Valorile t pentru $l = 10$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,23 ; 3,17 ; 4,59.

$DL_{5\%} = 2{,}23 \cdot 0{,}80 = 1{,}78$ kg/parc. sau 1784 kg/ha
$DL_{1\%} = 3{,}17 \cdot 0{,}80 = 2{,}54$ „ „ 2536 „
$DL_{0{,}1\%} = 4{,}59 \cdot 0{,}80 = 3{,}67$ „ „ 3672 „

c) Între două medii ale factorului C (de ex. $c_1 - c_0$) :

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s_C^2}{nab}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}22}{6 \cdot 2 \cdot 2}} = 0{,}66.$$

Valorile t pentru $l = 100$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 1,98 ; 2,63 ; 3,39.

$DL_{5\%} = 1{,}98 \cdot 0{,}66 = 1{,}31$ kg/parc. sau 1310 kg/ha
$DL_{1\%} = 2{,}63 \cdot 0{,}66 = 1{,}74$ „ „ 1740 „
$DL_{0{,}1\%} = 3{,}39 \cdot 0{,}66 = 2{,}24$ „ „ 2240 „

Scanned with OKEN Scanner

d) Între 2 medii ale factorului A la aceeași gradare a factorului B (a_1b_0 — — a_0b_0) :

$$s_d = \sqrt{\frac{2[(b-1)\,s_B^2 + s_A^2]}{nab}} = \sqrt{\frac{2\,[(2-1)\cdot 24{,}64 + 16{,}32]}{6\cdot 2\cdot 2}} = 1{,}85$$

Întrucît în formula pentru calculul lui s_d intră două varianțe ale erorii cu două grade de libertate diferite este necesar pentru calcularea lui DL, să găsim o valoare medie a lui t care se obține cu ajutorul formulei următoare :

$$t = \frac{(b-1)\,s_B^2 t_B + s_A^2 t_A}{(b-1)\,s_B^2 + s_A^2}$$

în care t_A și t_B reprezintă valorile t pentru factorul A și factorul B. Valorile t medii pentru $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt :

$$t_{5\%} = \frac{(2-1)\,24{,}64\cdot 2{,}23 + 16{,}32\cdot 2{,}57}{(2-1)\cdot 24{,}64 + 16{,}32} = 2{,}37$$

$$t_{1\%} = \frac{(2-1)\cdot 24{,}64\cdot 3{,}17 + 16{,}32\cdot 4{,}03}{(2-1)\cdot 24{,}64 + 16{,}32} = 3{,}51$$

$$t_{0{,}1\%} = \frac{(2-1)\cdot 24{,}64\cdot 4{,}59 + 16{,}32\cdot 6{,}87}{(2-1)\cdot 24{,}64 + 16{,}32} = 5{,}50.$$

$DL_{5\%} = 2{,}37\cdot 1{,}85 = 4{,}38$ kg/parcelă sau 4385 kg/ha
$DL_{1\%} = 3{,}51\cdot 1{,}85 = 6{,}49$ „ „ 6494 „
$DL_{0{,}1\%} = 5{,}50\cdot 1{,}85 = 10{,}17$ „ „ 10175 „

e) Între 2 medii ale factorului A la diferite gradări ale factorului C (de ex. a_1c_1 — a_0c_0) :

$$s_d = \sqrt{\frac{2\cdot s_C^2}{nb}} = \sqrt{\frac{2\cdot 5{,}22}{6\cdot 2}} = 0{,}93$$

Valorile t pentru $l = 100$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ și $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 1,98 ; 2,63 ; 3,39

$DL_{5\%} = 1{,}98\cdot 0{,}93 = 1{,}84$ kg/parcelă sau 1840 kg/ha
$DL_{1\%} = 2{,}63\cdot 0{,}93 = 2{,}44$ „ „ 2440 „
$DL_{0{,}1\%} = 3{,}39\cdot 0{,}93 = 3{,}15$ „ „ 3150 „

f) Între 2 medii ale factorului B la aceeași gradare a lui A (de ex. a_0b_1— — a_0b_0)

$$s_d = \sqrt{\frac{2\cdot s_B^2}{nc}} = \sqrt{\frac{2\cdot 24{,}64}{6\cdot 6}} = 1{,}17$$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile t pentru $l = 10$, $\alpha = 5\%$, $\alpha = 1\%$ şi $\alpha = 0{,}1\%$ sînt 2,23; 3,17 şi 4,59.

$DL_{5\%} = 2{,}23 \cdot 1{,}17 = 2{,}61$ kg/parc. sau 2609 kg/ha

$DL_{1\%} = 3{,}17 \cdot 1{,}17 = 3{,}70$ „ „ 3709 „

$DL_{0{,}1\%} = 4{,}59 \cdot 1{,}17 = 5{,}37$ „ „ 5370 „

g) Între 2 medii ale factorului B la diferite gradări ale lui C (de ex. b_1c_1 — — b_0c_0):

$$s_d = \sqrt{\frac{2\,[(c-1)\,s_C^2 + 2s_B^2]}{nac}} = \sqrt{\frac{2\,[(6-1)\cdot 5{,}22 + 24{,}64]}{6 \cdot 2 \cdot 6}} = 1{,}41$$

Pentru calcularea valorii medii a lui t folosim următoarea formulă:

$$t = \frac{(c-1)\,s_C^2 t_c + s_B^2 t_B}{(c-1)\,t_C^2 + s_B^2}$$

$$t_{5\%} = \frac{(6-1 \cdot 5{,}22 \cdot 1{,}98 + 24{,}64 \cdot 2{,}23}{(6-1)\cdot 5{,}22 + 24{,}64} = 2{,}19.$$

$$t_{1\%} = \frac{(6-1)\cdot 5{,}22 \cdot 2{,}63 + 24{,}64 \cdot 3{,}17}{(6-1)\ 5{,}22 + 24{,}64} = 2{,}89$$

$$t_{0{,}1\%} = \frac{(6-1)\cdot 5{,}22 \cdot 3{,}39 + 24{,}64 \cdot 4{,}59}{(6-1)\ 5{,}22 + 24{,}64} = 3{,}97.$$

$DL_{5\%} = 2{,}19 \cdot 1{,}41 = 3{,}09$ kg/parcelă sau 3090 kg/ha

$DL_{1\%} = 2{,}89 \cdot 1{,}41 = 4{,}07$ „ „ 4070 „

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}97 \cdot 1{,}41 = 5{,}60$ „ „ 5600 „

h) Între 2 medii ale factorului C la aceeaşi gradare a lui A (de ex. a_0c_1 — — a_0c_0)

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s_C^2}{nb}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}22}{6 \cdot 2}} = 0{,}93.$$

$DL_{5\%} = 1{,}98 \cdot 0{,}93 = 1{,}84$ kg/parcelă sau 1840 kg/ha

$DL_{1\%} = 2{,}63 \cdot 0{,}93 = 2{,}44$ „ „ 2440 „

$DL_{0{,}1\%} = 3{,}39 \cdot 0{,}93 = 3{,}15$ „ „ 3150 „

5) *Calcularea diferenţelor de producţie (d) şi stabilirea semnificaţiei diferenţelor.* În scopul stabilirii diferenţelor folosim sumele factorilor (Tabelele 12.16 şi 12.17) şi sumele combinaţiilor (Tabelele 12.16, 12.18 şi 12.19).

Modalitatea de calcul a diferenţelor de producţie la parcelă şi la hectar şi semnificaţia diferenţelor se văd în tabelul 12.22.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.22: Calculul diferențelor de producție și semnificația lor

		Producții kg/parcelă.	*d* kg/parcelă	Producții kg/ha	*d* kg/ha	Gradul semnificației
$a_1 - a_0$	1633,1/72—1856,5/72	22,7 —25,8	—3,1	22682—25785	—3103	00
	DL 5%	1,72		1720		
	DL 1%	2,70		2700		
	DL 0.1%	4,60		4603		
$b_1 - b_0$	1666,0/72—1823,6/72	23,1 —25,3	—2,2	23139—25328	—2189	0
	DL 5%	1,78		1784		
	DL 1%	2,54		2536		
	DL 0,1%	3,67		3672		
$c_1 - c_0$	542,8/24—542,1/24	22,62—22,59	0,03	22617—22587	303	
$c_2 - c^0$	604,9/24—542,1/24	25,2 —22,6	2,6	25204—22587	2617	***
$c_3 - c_0$	579,1/24—542,1/24	24,1 —22,6	1,5	24129—22587	1542	*
$c_4 - c_0$	615,2/24—542,1/24	25,6 —22,6	3,0	25633—22587	3046	***
$c_5 - c_0$	605,5/24—542,1/24	25,2 —22,6	2,6	25229—22587	2642	***
$c_3 - c_2$	579,1/24—604,9/24	24,1 —25,2	—1,1	24129—25204	—1075	000
$c_4 - c_2$	615,2/24—604,9/24	25,6 —25,2	0,4	25633—25204	429	
$c_5 - c_2$	605,5/24—604,9/24	25,2 —25,2	0,0	25229—25204	25	
	DL 5%	1,31		1310		
	DL 1%	1,74		1740		
	DL 0,1%	2,24		2240		
$a_1b_0 - a_0b_0$	821,7/36—1001,9/36	22,8 —27,8	—5,0	22825—27830	—5005	0
$a_1b_1 - a_0b_1$	811,4/36— 854,6/36	22,5 —23,7	—1,2	22539—23739	—1200	
	DL 5%	4,38		4385		
	DL 1%	6,49		6494		
	DL 0,1%	10,17		10175		

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.22 *(continuare)*

		Producţii kg/parcelă	*d* kg/parcelă	Producţii kg/ha	*d* kg/ha	Gradul semnificaţiei
$a_0b_1 - a_0b_0$	854,6/36—1001/36	23,7 —27,8	—4,1	23739—27830	—4091	00
$a_1b_1 - a_1b_0$	811,4/36— 821,7/36	22,5—22,8	—0,3	22539—22825	— 286	
	DL 5%	2,61		2609		
	DL 1%	3,70		3709		
	DL 0,1%	5,37		5370		
$a_1c_1 - a_0c_0$	250,7/12— 294,5/12	20,9 —24,5	—3,6	20892—24542	—3650	000
$a_1c_2 - a_0c_0$	285,1/12— 294,5/12	23,7 —24,5	—0,8	23758—24542	— 784	
$a_1c_3 - a_0c_0$	276,1/12— 294,5/12	23,0 —24,5	—1,5	23008—24542	—1534	
$a_1c_4 - a_0c_0$	286,4/12— 294,5/12	23,9 —24,5	—0,6	23867—24542	— 675	
$a_1c_5 - a_0c_0$	287,2/12— 294,5/12	23,9 —24,5	—0,6	23933—24542	— 609	
	DL 5%	1,84		1840		
	DL 1%	2,44		2440		
	DL 0,1%	3,15		3150		
$a_0c_1 - a_0c_0$	292,1/12— 294,5/12	24,3 —24,5	—0,2	24342—24542	— 200	
$a_0c_2 - a_0c_0$	319,8/12— 294,5/12	26,6 —24,5	2,1	26650—24542	2108	
$a_0c_3 - a_0c_0$	303,0/12— 294,5/12	25,2 —24,5	0,7	25250—24542	708	
$a_0c_4 - a_0c_0$	328,8/12— 294,5/12	27,4 —24,5	2,9	27400—24542	2858	**
$a_0c_5 - a_0c_0$	318,3/12— 294,5/12	26,5 —24,5	2,0	26525—24542	1983	*
$a_0c_4 - a_0c_2$	328,8/12— 319,8/12	27,5 —26,6	—0,8	27400—26650	750	
$a_0c_5 - a_0c_2$	318,3/12— 319,8/12	26,5 —26,6	—0,1	26525—26650	— 125	
$a_1c_1 - a_1c_0$	250,7/12— 247,6/12	20,9 —20,6	0,3	20892—20633	259	
$a_1c_2 - a_1c_0$	285,1/12— 247,6/12	23,7 —20,6	3,1	23758—20633	3125	**
$a_1c_3 - a_1c_0$	276,1/12— 247,6/12	23,0 —20,6	2,4	23008—20633	2375	*
$a_1c_4 - a_1c_0$	286,4/12— 247,6/12	23,8 —20,6	3,2	23867—20633	3234	***
$a_1c_5 - a_1c_0$	287,2/12— 247,6/12	23,9 —20,6	3,3	23933—20633	3300	***
	DL 5%	1,84		1840		
	DL 1%	2,44		2440		
	DL 0,1%	3,15		3150		

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.22 *(continuare)*

		Producții kg/parcelă.	*d* kg/ parcelă	Producții kg/ha	*d* kg/ha	Gradul semnificației
$b_1c_1 - b_0c_0$	252,7/12— 293,5/12	21,1 —24,5	—3,4	21058—24458	—3400	0
$b_1c_2 - b_0c_0$	298,5/12— 293,5/12	24,9 —24,5	0,4	24875—24458	417	
$b_1c_3 - b_0c_0$	276,2/12— 293,5/12	23,0—24,5	—1,5	23017—24458	—1441	
$b_1c_4 - b_0c_0$	297,5/12— 293,5/12	24,8 —24,5	0,3	24792—24458	334	
$b_1c_5 - b_0c_0$	292,5/12— 293,5/12	24,4 —24,5	—0,1	24375—24458	— 83	
	DL 5%	3,09		3090		
	DL 1%	4,07		4070		
	DL 0,1%	5,60		5600		
$b_0c_1 - b_0c_0$	290,1/12— 293,5/12	24,2 —24,5	—0,3	24175—24458	— 283	
$b_0c_2 - b_0c_0$	306,4/12— 293,5/12	25,5 —24,5	1,0	25533—24458	1075	
$b_0c_3 - b_0c_0$	302,9/12— 293,5/12	25,2 —24,5	0,7	25242—24458	784	
$b_0c_4 - b_0c_0$	317,7/12— 293,5/12	26,5 —24,5	2,0	26475—24458	2017	*
$b_0c_5 - b_0c_0$	313,0/12— 293,5/12	26,1 —24,5	1,6	26083—24458	1625	
$b_0c_4 - b_0c_2$	317,7/12— 306,4/12	26,5 —25,5	1,0	26475—25533	942	
$b_1c_1 - b_1c_0$	252,7/12— 248,6/12	21,1 —20,7	0,4	21058—20717	341	
$b_1c_2 - b_1c_0$	298,5/12— 248,6/12	24,9 —20,7	4,2	24875—20717	4158	***
$b_1c_3 - b_1c_0$	276,2/12— 248,6/12	23,0 —20,7	2,3	23017—20717	2300	*
$b_1c_4 - b_1c_0$	297 ,5/12— 248,6/12	24,8 —20,7	4,1	24792—20717	4075	***
$b_1c_5 - b_1c_0$	292,5/12— 248,6/12	24,4 —20,7	3,7	24375—20717	3658	***
	DL 5%	1,84		1840		
	DL 1%	2,44		2440		
	DL 0,1%	3,15		3150		

Scanned with OKEN Scanner

6) *Interpretarea rezultatelor.* a) Epoca I de semănat (imediat la desprimăvărare) dă sporuri de producție distinct semnificative sau foarte semnificative, indiferent de adîncimea de semănat și cantitatea de sămînță la hectar; b) Adîncimea de 3 cm dă sporuri de producție semnificative față de adîncimea de 6 cm; c) Cantitatea de sămînță de 10—12 kg/ha dă sporuri de producție distinct semnificative sau foarte semnificative față de cantitatea de 6 kg/ha indiferent de epoca, adîncimea sau distanța de semănat. Sporurile de producție ale variantelor cu 10 și 12 kg/ha din cadrul epocii a II-a și adîncimea de 6 cm ($a_1b_1c_2$, $a_1b_1c_3$, $a_1b_1c_4$, $a_1b_1c_5$) nu pot fi luate în considerare, deoarece dau producții totale inferioare variantelor care cuprind epoca I și adîncimea de 3 cm ($a_0b_0c_2$, $a_0b_0c_3$, $a_0b_0c_4$, $a_0b_0c_5$); d) Diferențele de producție dintre cantitatea de 10 kg/ha și cantitatea de 12 kg/ha sînt nesemnificative indiferent de epoca și adîncimea de semănat.

În concluzie, complexul cel mai favorabil de factori pentru sfecla de zahăr cultivată în condițiile de la Brașov este: semănat imediat la desprimăvărare, la adîncimea de 3 cm, cu cantitatea de 10 kg/ha, la 50 × 20 cm distanță.

12.5. Variante ale metodei parcelelor subdivizate

12.5.1. Parcele subdivizate cu gradările factorului *B* în benzi

Date privitoare la analiza statistică a experiențelor așezate după această metodă se găsesc în lucrările lui W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957; A. Mudra 1958; V. G. Panse și P. V. Sukhatme, 1954. Ultimii doi autori prezintă o schemă completă.

Exemplul 12.4. Să se valorifice o experiență privind influența azotatului de amoniu asupra cepei de arpagic.

Factori:	Gradări:
A = soiul	a_0 = soiul 1
	a_1 = soiul 2
	a_2 = soiul 3
B = azotatul de amoniu	b_0 = neîngrășat
	b_1 = 40 kg/ha N
	b_2 = 60 kg/ha N

Producţiile de arpagic aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp sînt arătate în tabelul 12.23.

TABELUL 12.23: **Producţiile de arpagic în to./ha aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp**

Blocul I

	a_0	a_2	a_1
b_1	6,8	12,0	10,0
b_0	5,6	9,7	7,5
b_2	8,9	16,6	11,7
Suma			88,8

Blocul II

	a_1	a_0	a_2
b_0	7,8	5,7	10,0
b_2	12,0	9,5	17,3
b_1	10,3	7,2	12,4
Suma			92,2

Blocul III

	a_1	a_0	a_2
b_1	11,0	7,5	13,0
b_2	12,9	10,0	17,7
b_0	8,5	6,0	10,4
Suma			97,0

Blocul IV

	a_1	a_2	a_0
b_2	14,0	18,9	11,1
b_0	8,9	11,0	6,4
b_1	11,5	14,0	8,1
Suma			103,9

Blocul V

	a_2	a_0	a_1
b_0	10,3	6,0	8,3
b_2	18,5	10,3	13,1
b_1	13,9	7,8	10,9
Suma			99,1

Blocul VI

	a_1	a_2	a_0
b_2	12,2	18,0	9,7
b_1	9,8	12,7	7,0
b_0	7,3	9,4	5,7
Suma			91,8

$$\Sigma x = 572{,}8$$

Grade de libertate:

Experienţa întreagă $N - 1 = n \cdot a \cdot b - 1 = 54 - 1 = 53$

Parcela a

Total $n \cdot a - 1 = 6 \cdot 3 - 1 = 17$

Blocuri $n - 1 = 6 - 1 = 5$

A $a - 1 = 3 - 1 = 2$

Eroare (a) $(n - 1)(a - 1) = (6 - 1)(3 - 1) = 10$

Parcele b

Total $n \cdot b - 1 = 6 \cdot 3 - 1 = 17$

B $b - 1 = 3 - 1 = 2$

Eroare (b) $(n - 1)(b - 1) = (6 - 1)(3 - 1) = 10$

AB $(a - 1)(b - 1) = (3 - 1)(3 - 1) = 4$

Eroare (c) $(n - 1)(a - 1)(b - 1) = (6 - 1)(3 - 1)(3 - 1) = 20$

Eroarea (a) servește la testarea acțiunii factorului A, eroarea (b) la testarea acțiunii factorului B iar eroarea (c) la testarea interacțiunii AB.

Pentru aplicarea analizei variației este necesar să întocmim 3 tabele: un tabel cu valorile aranjate pe blocuri și soiuri în care se găsesc producțiile parcelelor a și sumele factorului A (Tabelul 12.24); un tabel cu valorile aranjate pe blocuri și îngrășăminte în care se găsesc producțiile parcelelor b și sumele factorului B (Tabelul 12.25) și un tabel cu valorile aranjate pe combinații de soiuri și îngrășăminte (Tabelul 12.26).

TABELUL 12.24: Producțiile parcelelor a și sumele factorului A

Parcela	Blocul						Suma A
	I	II	III	IV	V	VI	
a_0	21,3	22,4	23,5	25,6	24,1	22,4	139,3
a_1	29,2	30,1	32,4	34,4	32,3	29,3	187,7
a_2	38,3	39,7	41,1	43,9	42,7	40,1	245,8
Suma blocului	88,8	92,2	97,0	103,9	99,1	91,8	572,8

TABELUL 12.25: Producțiile parcelelor b și sumele factorului B

Parcela	Blocul						Suma B
	I	II	III	IV	V	VI	
b_0	22,8	23,5	24,9	26,3	24,6	22,4	144,5
b_1	28,8	29,9	31,5	33,6	32,6	29,5	185,9
b_2	37,2	38,8	40,6	44,0	41,9	39,9	242,4
Suma blocului	88,8	92,2	97,0	103,9	99,1	91,8	572,8

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.26: Producțiile combinațiilor ab

	a_0	a_1	a_2	Suma
b_0	35,4	48,3	60,8	144,5
b_1	44,4	63,5	78,0	185,9
b_2	59,5	75,9	107,0	242,4
Suma	139,3	187,7	245,8	572,8

AV se desfășoară astfel:

Termenul de corecție TC: $\frac{572,8^2}{54} = 6075,92$

Suma patratelor abaterilor pentru experiența întreagă:

$$6,8^2 + 5,6^2 + \ldots + 7,0^2 + 5,7^2 - 6075,92 = 631,24$$

În continuare calculăm suma patratelor abaterilor pentru fiecare tabel în parte:

Tabelul 12.24

Total: $\frac{21,3^2 + 29,2^2 + \ldots + 29,3^2 + 40,1^2}{3} - 6075,92 = 334,04$

Blocuri: $\frac{88,8^2 + 92,2^2 + \ldots + 99,1^2 + 91,8^2}{9} - 6075,92 = 17,25$

Factorul A: $\frac{139,3^2 + 187,7^2 + 245,8^2}{18} - 6075,92 = 315,94$

Eroare (a): $334,04 - 17,25 - 315,94 = 0,85$

Tabelul 12.25

Total: $\frac{22,8^2 + 28,8^2 + \ldots + 29,5^2 + 39,9^2}{3} - 6075,92 = 287,29$

Blocuri: $\frac{88,8^2 + 92,2^2 + \ldots + 99,1^2 + 91,8^2}{9} - 6075,92 = 17,25$

Factorul B: $\frac{144,5^2 + 185,9^2 + 242,4^2}{18} - 6075,92 = 268,35$

Eroare (b): $287,29 - 17,25 - 268,35 = 1,69$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 12.26

Combinații ab: $\frac{35,4^2 + 44,4^2 + \ldots + 78,0^2 + 107,0^2}{6} - 6075,92 = 610,81$

Interacțiunea AB: $610,81 - 315,94 - 268,35 = 26,52$

Eroare (c): $631,24 - 17,25 - 315,94 - 0,85 - 268,35 - 1,69 - 26,52 = 0,64$

TABELUL 12.27: Tabelul varianțelor pentru exemplul 12.4

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Experiența întreagă	631,24	53		
Parcele a				
Total	334,04	17		
Blocuri	17,25	5		
A	315,94	2	157,97	1858,47**
Eroare (a)	0,85	10	0,085	
Parcele b				
Total	287,29	17		
B	268,35	2	134,18	793,96**
Eroare (b)	1,69	10	0,169	
AB	26,52	4	6,63	207,19**
Eroare (c)	0,64	20	0,032	

Atît acțiunile principale cît și interacțiunea factorilor sînt foarte asigurate, Notînd cu s_A^2, s_B^2 și s_C^2 erorile (a), (b) și (c), cu n numărul blocurilor, cu a numărul gradărilor factorului A și cu b numărul gradărilor factorului B, erorile standard pentru examinarea semnificației diferențelor dintre mediile combinațiilor se calculează cu ajutorul următoarelor formule:

$a_1 - a_0$ $\qquad \sqrt{\frac{2s_A^2}{n \cdot b}}$

$b_1 - b_0$ $\qquad \sqrt{\frac{2s_B^2}{n \cdot a}}$

$a_1b_1 - a_0b_1$ $\qquad \sqrt{\frac{2\left[(b-1)\, s_C^2 + s_A^2\right]}{n \cdot b}}$

$a_1b_1 - a_1b_0$ $\qquad \sqrt{\frac{2\left[(a-1)\, s_C^2 + s_B^2\right]}{n \cdot a}}$

Scanned with OKEN Scanner

12.6. Metoda înlănţuirii (Confounding)

După cum am arătat în secţiunea 10.2.2.3.1 există numeroase tipuri de experienţe înlănţuite. Vom exemplifica valorificarea cu o experienţă de tipul 2^3 cu înlănţuire totală, o experienţă de tipul 2^3 şi una de tipul 3^3, ambele cu înlănţuire parţială. Detalii privind calculul experienţelor executate după metoda înlănţuirii se găsesc în lucrările lui *R.* A. Fisher, 1942; *F.* Yates, 1935, 1937; W. G. Cochran şi G. M. Cox, 1957; O. Kempthorne, 1952; D. J. Finney, 1952; F. E. Binet, 1955; D. D. Paterson, 1939; A. Linder 1959, ş.a.

12.6.1. Înlănţuire totală

Exemplul 12.5. (după A. Linder, 1959). Este vorba de o experienţă privind influenţa îngrăşămintelor asupra cartofului.

Factorii şi gradările respective sînt:

Sulfatul de amoniu (N): 0 şi 0,4 cwt/acru

Superfosfatul (P): 0 şi 1,0 cwt/acru

Sulfatul de potasiu (K): 0 şi 1,0 cwt/acru

Producţiile aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp sînt prezentate în tabelul 12.28.

TABELUL 12.28. **Producţiile de cartofi în lb/parcelă aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp**

Repetiţia 1

Blocul I		Blocul II	
k 156	*npk* 219	(1) 158	*nk* 195
p 170	*n* 128	*pk* 228	*np* 245

Repetiţia 2

Blocul III		Blocul IV	
npk 243	*k* 151	*nk* 164	(1) 144
n 147	*p* 177	*np* 212	*pk* 179

Repetiţia 3

Blocul V		Blocul VI	
np 160	*nk* 83	*npk* 202	*k* 134
pk 102	(1) 66	*p* 154	*n* 108

Repetiţia 4

Blocul VII		Blocul VIII	
nk 152	*np* 164	*p* 143	*k* 96
(1) 125	*pk* 184	*n* 99	*npk* 203

Scanned with OKEN Scanner

Cele 8 combinaţii sînt aşezate în 4 repetiţii, fiecare repetiţie avînd două blocuri iar fiecare bloc 4 parcele.

Cu 8 blocuri şi 4 parcele în interiorul fiecărui bloc avem 7 grade de libertate pentru diferenţele dintre blocuri şi $8 \cdot 3 = 24$ grade de libertate pentru diferenţele dintre parcelele din interiorul blocurilor.

Din cele 7 grade de libertate pentru blocuri, 3 corespund diferenţelor dintre repetiţii, 1 corespunde interacţiunii NPK, care este înlănţuită cu diferenţele dintre blocuri şi 3 corespund interacţiunii NPK × repetiţii.

Cele 24 grade de libertate se repartizează astfel: cîte 1 grad de libertate acţiunilor principale N, P, K, cîte 1 grad de libertate interacţiunilor NP, NK şi PK iar 18 grade de libertate reprezintă restul.

Numărul total al gradelor de libertate este 31.

Pentru testarea interacţiunii NPK se foloseşte ca eroare interacţiunea NPK × repetiţii cu 3 grade de libertate.

Pentru efectuarea calculului aşezăm valorile individuale pe combinaţii şi blocuri (tabelul 12.29)

TABELUL 12.29: **Producţiile aranjate pe combinaţii şi blocuri**

Combinaţia	Blocul								Suma
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
(1)	....	158	....	144	66	....	125	....	493
n	128	....	147	....	....	108	....	99	482
p	170	....	177	....	....	154	....	143	644
np	....	245	....	212	160	....	164	....	781
k	156	....	151	....	....	134	....	96	537
nk	....	195	....	164	83	....	152	....	594
pk	....	228	....	179	102	....	184	....	693
npk	219	....	243	....	....	202	....	203	867
Suma	673	826	718	699	411	598	625	541	5091
	1499		1417		1009		1166		

Pentru calculul SPA a acţiunilor principale şi SPA a interacţiunilor este necesar să calculăm sumele şi diferenţele a cîte două valori ale celor 8 combinaţii, folosind în acest scop schema dată de F. Yates (tabelul 12.30).

TABELUL 12.30: Sumele şi diferenţele combinaţiilor

		1	2	3	
(1)	493	975	2400	5091	Suma
n	482	1425	2691	357	N
p	644	1131	126	879	P
np	781	1560	231	265	NP
k	537	—11	450	291	K
nk	594	137	429	105	NK
pk	693	57	148	—21	PK
npk	867	174	117	—31	NPK

Sumele se alcătuiesc astfel:

$493 + 482 = 975$ $\qquad$ $975 + 1425 = 2400$

$644 + 781 = 1425$ $\qquad$ $1131 + 1560 = 2691$

$537 + 594 = 1131$ $\qquad$ etc.

etc.

Diferenţele se formează astfel:

$482 - 493 = -11$ $\qquad$ $1425 - 975 = 450$

$781 - 644 = 137$ $\qquad$ $1560 - 1131 = 429$

etc. $\qquad$ etc.

Analiza varianţei se desfăşoară astfel:

Termenul de corecţie $TC = \frac{5091^2}{32} = 809946{,}281.$

Suma patratelor abaterilor SPA

Total: $128^2 + 170^2 + \ldots + 96^2 + 203^2 - 809946{,}281 = 63582{,}719.$

Repetiţii: $\frac{1499^2 + 1417^2 + 1009^2 + 1166^2}{8} - 809946{,}281 = 19119{,}594.$

Blocuri: $\frac{673^2 + 826^2 + \ldots + 625^2 + 541^2}{4} - 809946{,}281 = 27343{,}969.$

În continuare calculăm SPA pentru acţiunile principale şi interacţiuni folosind sumele şi diferenţele din tabelul 12.30 ultima coloană. Divizorul este în toate cazurile $8.4 = 32$.

N	$= 357^2 : 32 =$	3982,781
P	$= 879^2 : 32 =$	24145,031
NP	$= 265^2 : 32 =$	2194,531
K	$= 291^2 : 32 =$	2646,281
NK	$= 105^2 : 32 =$	344,531
PK	$= 21^2 : 32 =$	13,781
NPK	$= 31^2 : 32 =$	30,031
Suma		33356,967

După cum am arătat NPK este înlănțuită cu diferențele dintre blocuri în toate repetițiile; cu toate acestea am calculat-o pentru control, deoarece vrem să știm dacă suma de mai sus (33356,967) corespunde cu SPA, a combinațiilor de tratamente care se calculează astfel:

$$\text{Combinații de tratamente: } \frac{493^2 + 482^2 + \ldots + 693^2 + 867^2}{4} - 809946{,}281 = 33356{,}969$$

Interacțiunea $NPK \times$ repetiții:

$$27343{,}969 - 30{,}031 - 19119{,}594 = 8194{,}344$$

Între parcelele din interiorul blocurilor:

$$63582{,}719 - 27343{,}969 = 36238{,}750$$

Rest, în interiorul blocurilor:

$$36238{,}750 - 33326{,}936 = 2911{,}814$$

Cu aceasta s-a încheiat calculul SPA pentru toate componentele AV și putem alcătui tabelul variantelor (tabelul12.31).

Împărțind variantele acțiunilor principale și interacțiunile de primul ordin la varianța erorii ($s^2 = 161{,}767$) găsim că acțiunile principale N, P, K și interacțiunea NP sînt foarte asigurate.

În ceea ce privește interacțiunea NPK, care este testată cu varianța $NPK \times$ repetiții ($s^2 = 2731{,}448$), se constată că nu este asigurată, deoarece numărul gradelor de libertate este foarte mic. În cazul înlănțuirii totale, interacțiunile înlănțuite pot fi just examinate numai dacă numărul gradelor de libertate este suficient de mare.

Concluzia care trebuie trasă din exemplul de mai sus este că prin înlănțuire, precizia experienței crește.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.31: Tabelul varianţelor pentru exemplul 12.5

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
NPK	30,031	1	30,031	
Repetiţii	19119,594	3	6373,198	
Interacţiunea *NPK* × repetiţii	8194,344	3	2731,448	
Blocuri	27343,969	7	3906,281	
N	3982,781	1	3982,781	24,062**
P	24145,031	1	24145,031	143,076**
K	2646,281	1	2646,281	16,358**
NP	2194,531	1	2194,531	13,566**
NK	344,531	1	344,531	2,123
PK	13,781	1	13,781	0,085
Combinaţii de tratamente (fără *NPK*)	33326,936	6		
Rest în interiorul blocurilor	2911,814	18	161,767	
Între parcelele din interiorul blocurilor	36238,750	24		
Total	63582,719	31		

Pentru a stabili cu cît s-a mărit precizia încercării exemplificate mai sus în comparaţie cu o experienţă fără înlănţuire, să admitem că avem de a face cu o experienţă oarbă, fără înlănţuire. Renunţîndu-se la înlănţuire repetiţiile nu mai au cîte două blocuri fiecare, ci sînt identice cu blocurile, adică fiecare bloc are 8 parcele.

Schema *AV* ar fi în acest caz următoarea:

Sursa variaţiei	Grade de libertate
Blocuri	3
Combinaţii de tratamente	7
Rest	21
Total	31

Pentru stabilirea varianţelor acestei experienţe oarbe trebuie mai întîi să descompunem *SPA*-blocuri în două componente şi anume: *SPA*-repetiţii şi *SPA*-blocuri în interiorul repetiţiilor (tabelul 12.32).

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 12.32: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2
Blocuri	27343,969	7	
Repetiţii	19119,594	3	
Blocuri în interiorul repetiţiilor	8224,375	4	2056,094

Variantele experienţei fără înlănţuire se află după următoarea schemă (Tabelul 12.33).

TABELUL 12.33: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*		s^2
Repetiţii		3		
N P K		1	4	
NPK × repetiţii	8224,375	3		2056,094
Blocuri		7		
Combinaţii de tratamente (fără NPK)		6	24	
Rest în interiorul blocurilor	3882,408	18		161,767
Între parcelele din interiorul blocurilor		24		
Total	12106,783	31	28	

Eroarea pentru experienţa fără înlănţuire este:

$$12106{,}783 : 28 = 432{,}385 = s_2^2$$

Eroarea pentru experienţa cu înlănţuire a fost

$$s_1^2 = 161{,}767$$

Cu înlănţuire eroarea experimentală are 18 grade de libertate, iar fără înlănţuire, din contra, 21 grade de libertate. Deci $l_1 = 18$ iar $l_2 = 21$.

Pentru compararea experienţei cu înlănţuire cu cea fără înlănţuire se calculează aşa numitul *grad de acţiune relativă* folosind formula propusă de R. A. Fisher.

$$\frac{(l_1 + 1)(l_2 + 3)\, s_2^2}{(l_2 + 1)(l_1 + 3)\, s_1^2}$$

În exemplul nostru avem:

$$\frac{19 \cdot 24 \cdot 432{,}385}{22 \cdot 21 \cdot 161{,}767} = 2{,}638.$$

Pentru acţiunile N, P, K şi interacţiunile NP, NK şi PK gradul de acţiune relativă a experienţei cu înlănţuire este de 2,6 ori mai mare în comparaţie cu experienţa fără înlănţuire. Creşterea preciziei se datoreşte faptului că interacţiunea NPK a fost sacrificată, fiind cuplată cu blocurile în toate repetiţiile.

12.6.2. Înlănţuire parţială

Exemplul 12.6. Prezentăm după A. L i n d e r, 1959, o experienţă privind influenţa îngrăşămintelor la cartof, în care unele interacţiuni sînt parţial înlănţuite.

Factorii şi gradările sînt:

Sare potasică 30% (K) : 0 şi 120 kg/K_2O la ha.

Făina lui Thomas (P): 0 şi 80 kg P_2O_5 la ha.

Azotat de calciu (N): 0 şi 60 kg N la ha.

Mărimea parcelei a fost de 0,430 ari. Producţiile aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp sînt arătate în tabelul 12.34.

TABELUL 12.34: **Producţiile de cartofi în kg/parcelă aranjate după planul de aşezare a experienţei în cîmp**

Repetiţia 1				Repetiţia 2			
Blocul I		Blocul II		Blocul III		Blocul IV	
(1) 79,6	*pk* 94,6	*n* 87,5	*p* 94,8	*np* 87,5	*k* 89,7	*nk* 69,8	*p* 81,8
np 78,1	*nk* 85,8	*npk* 98,3	*k* 93,4	*npk* 97,2	(1) 86,2	*n* 69,0	*pk* 84,5
Repetiţia 3				**Repetiţia 4**			
Blocul V		Blocul VI		Blocul VII		Blocul VIII	
npk 88,8	*p* 81,8	*k* 84,3	*pk* 92,2	*n* 82,2	*pk* 93,9	*p* 68,5	*np* 64,4
nk 74,7	(1) 78,3	*np* 89,0	*n* 75,8	(1) 77,8	*npk* 92,9	*k* 75,1	*nk* 64,1

Combinaţiile de tratamente sînt distribuite accidental în interiorul blocurilor; de asemenea sînt distribuite accidental blocurile în sînul repetiţiilor.

Interacţiunile sînt înlănţuite în felul următor:

NPK în repetiţia 1
NP în repetiţia 2
NK în repetiţia 3
PK în repetiţia 4

Scanned with OKEN Scanner

Pentru buna desfăşurare a calculului aşezăm producţiile pe combinaţii şi blocuri (tabelul 12.35).

TABELUL 12.35: **Producţiile aranjate pe combinaţii şi blocuri**

Combinaţia	1		2		3		4		Suma
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
(1)	79,6	....	86,2	....	78,3	....	77,8	....	321,9
n	....	87,5	....	69,0	....	75,8	82,2	....	314,5
p	....	94,8	....	81,8	81,8	....	....	68,5	326,9
np	78,1	....	87,5	....	....	89,0	....	64,4	319,0
k	....	93,4	89,7	....	....	84,3	....	75,1	342,5
nk	85,8	....	....	69,8	74,7	....	....	64,1	294,4
pk	94,6	....	....	84,5	....	92,2	93,9	....	365,2
npk	....	98,3	97,2	....	88,8	....	92,9	....	377,2
Suma	338,1	374,0	360,6	305,1	323,6	341,3	346,8	372,1	2661,0
	—	+	+	—	+	—	+	—	
Diferenţa	+35,9 *NPK*		+55,5 *NP*		—17,7 *NK*		+74,7 *PK*		

Pentru calculul *SPA* a acţiunilor principale şi interacţiunilor calculăm sumele şi diferenţele celor 8 combinaţii de tratamente utilizînd aceeaşi schemă a lui F. Yates ca şi la înlănţuirea totală (tabelul 12.36). Pentru interacţiunile înlănţuite facem corecţiile respective care constau în scăderea din sumele şi diferenţele calculate a diferenţelor dintre blocuri (tabelul 12.36, coloana 6). Divizorul pentru *SPA* a acţiunilor principale este 32 iar pentru *SPA* a interacţiunilor este 24. Sumele patratelor abaterilor pentru acţiunile principale şi pentru interacţiuni se văd în tabelul 12.36 coloana 7.

TABELUL 12.36: **Sumele, diferenţele şi sumele patratelor abaterilor** *SPA*

Combinaţia	Sumele şi diferenţele combinaţiilor				Acţiunea	*SPA*
(1)	321,9	636,4	1282,3	2661,6	... Suma	.....
n	314,5	645,9	1379,3	—51,4	—51,4 *N*	$(-51,4)^2/32=82,56$
p	326,9	636,9	—15,3	115,0	115,0 *P*	$(115)^2/32=413,28$
np	319,0	742,4	—36,1	59,6	59,6—55,5 *NP*	$(4,1)^2/24=0,70$
k	342,5	—7,4	9,5	97,0	97,0 *K*	$(97)^2/32=294,03$
nk	294,4	—7,9	105,5	— 20,8	—20,8+17,7 *NK*	$(-3,1)^2/24=0,40$
pk	365,2	—48,1	—0,5	96,0	96,0—74,7 *PK*	$(21,3)^2/24=18,90$
npk	377,2	12,0	60,1	60,6	60,6—35,9 *NPK*	$(24,7)^2/24=25,42$
						Suma 835,29

Scanned with OKEN Scanner

În continuare calculăm SPA pentru total, blocuri și rest ținînd seama că termenul de corecție TC este $\frac{2661,6^2}{32} = 221378,58$.

Total: $79,6^2+78,1^2 + ... +75,1^2+64,1^2-221378,58=2850,24$.

Blocuri: $\frac{338,1^2 + 374,0^2 + ... + 346,8^2 + 272,1^2}{4} - 221378,58 = 1825,74$.

Rest: $2850,24-1825,74-835,29=189,21$.

Rezultatele AV se văd în tabelul 12.37.

TABELUL 12.37: Tabelul varianțelor pentru exemplul 12.6

Sursa variației	SPA	l	s^2	F
N	82,56	1	82,56	7,42*
P	413,28	1	413,28	37,13**
K	294,03	1	294,03	26,42**
NP	0,70	1	0,70	0,06
NK	0,40	1	0,40	0,04
PK	18,90	1	18,90	1,70
NPK	25,42	1	25,42	2,27
Suma	835,29	7		
Blocuri	1825,74	7		
Rest	189,21	17	11,13	
Total	2850,24	31		

Se constată că acțiunea N este semnificativă iar acțiunea P și K distinct semnificative. În ceea ce privește interacțiuniile nici una nu e asigurată.

Exemplul 12.7. Prezentăm o experiență de tipul 3^3 așezată după metoda confounding privind influența îngrășămintelor chimice asupra producției de tulpini, de cînepă, în care interacțiunea de ordinul al doilea este parțial înlănțuită cu blocurile. Îngrășămintele s-au aplicat sub formă de azotat de amoniu (N), superfosfat (P) și sare potasică 40% (K) în 0, 1 și 2 doze. Producțiile în tone/ha sînt arătate în tabelul 12.38. Prelucrarea datelor s-a făcut după metoda indicată de D. D. Paterson, 1939 și A. Vessereau, 1960.

TABELUL 12.38: Producţiile de tulpini de cinepă în to/ha aranjate după planul de aşezare a experienţei în cimp

	Combinaţia	Repetiţia 1	Repetiţia 2	Suma
Blocul I	$N_0\ P_0\ K_0$	20	15	35
	$N_0\ P_1\ K_1$	19	27	46
	$N_0\ P_2\ K_2$	25	22	47
	$N_1\ P_2\ K_0$	50	55	105
	$N_1\ P_0\ K_1$	40	50	90
	$N_1\ P_1\ K_2$	55	60	115
	$N_2\ P_1\ K_0$	70	75	145
	$N_2\ P_2\ K_1$	82	76	158
	$N_2\ P_0\ K_2$	65	70	135
		426	450	876
Blocul II	$N_0\ P_2\ K_0$	30	35	65
	$N_0\ P_0\ K_1$	35	32	67
	$N_0\ P_1\ K_2$	31	38	69
	$N_1\ P_1\ K_0$	70	75	145
	$N_1\ P_2\ K_1$	75	69	144
	$N_1\ P_0\ K_2$	68	77	145
	$N_2\ P_0\ K_0$	90	80	170
	$N_2\ P_1\ K_1$	88	98	186
	$N_2\ P_2\ K_2$	98	106	204
		585	610	1195
Blocul III	$N_0\ P_1\ K_0$	17	15	32
	$N_0\ P_2\ K_1$	20	26	46
	$N_0\ P_0\ K_2$	18	22	40
	$N_1\ P_0\ K_0$	30	40	70
	$N_1\ P_1\ K_1$	43	47	90
	$N_1\ P_2\ K_2$	49	55	104
	$N_2\ P_2\ K_0$	72	70	142
	$N_2\ P_0\ K_1$	55	60	115
	$N_2\ P_1\ K_2$	70	77	147
		374	412	786
Suma		1385	1472	2857

Termenul de corecţie TC: $\frac{2857^2}{54} = 151156{,}46.$

Suma patratelor abaterilor pentru total

SPA_T : $20^2+15^2+ \ldots . +70^2+77^2-151156{,}46=32918{,}54$

Să presupunem că experienţa este aşezată după *metoda blocurilor*, adică cele două repetiţii nu sînt divizate în cîte 3 blocuri fiecare, ci sînt întregi şi că cele 27 combinaţii sînt repartizate la întîmplare. Analiza varianţei s-ar desfăşura în acest caz în felul următor:

Suma patratelor abaterilor *SPA*

Blocuri (identice cu repetiţiile): $\frac{1385^2 + 1472^2}{27} - 151156{,}46 = 140{,}16.$

Combinaţii de tratamente: $\frac{35^2 + 46^2 + \ldots + 115^2 + 147^2}{2} - 151156{,}46 =$

$= 32363{,}54.$

Eroare: $32918{,}54 - 140{,}16 - 32363{,}54 = 414{,}84$

TABELUL 12.39: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	140,16	1		
Combinaţii de tratamente	32363,54	26	1244,75	77,99**
Eroare	414,84	26	15,96	
Total	32918,54	53		

Testul *F* indică o puternică diferenţiere între combinaţiile de tratamente.

Pentru calculul *SPA* al acţiunilor principale şi al interacţiunilor de primul şi al doilea ordin folosim sumele combinaţiilor şi sumele factorilor din tabelele 12.40, 12.41 şi 12.42.

TABELUL 12.40: Sumele combinaţiilor azot-fosfor şi sumele factorilor *N* şi *P*

		Azot			Suma
		N_0	N_1	N_2	
Fosfor	P_0	142	305	420	867
	P_1	147	350	478	975
	P_2	158	353	504	1015
Suma		447	1008	1402	2857

TABELUL 12.41: Sumele combinaţiilor azot-potasiu şi sumele factorilor N şi K

		Potasiu			Suma
		K_0	K_1	K_2	
Azot	N_0	132	159	156	447
	N_1	320	324	364	1008
	N_2	457	459	486	1402
Suma		909	942	1006	2857

TABELUL 12.42: Sumele combinaţiilor fosfor-potasiu şi sumele factorilor P şi K

		Potasiu			Suma
		K_0	K_1	K_2	
Fosfor	P_0	275	272	320	867
	P_1	322	322	331	975
	P_2	312	348	355	1015
Suma		909	942	1006	2857

Acţiuni principale

Azot (N): $\frac{447^2 + 1008^2 + 1402^2}{18} - 151156{,}46 = 25592{,}26.$

Fosfor (P): $\frac{867^2 + 975^2 + 1015^2}{18} - 151156{,}46 = 651{,}26.$

Potasiu (K): $\frac{909^2 + 942^2 + 1006^2}{18} - 151156{,}46 = 270{,}26.$

Interacţiuni de primul ordin

NP: $\frac{142^2 + 147^2 + \ldots + 478^2 + 504^2}{6} - 151156{,}46 - 25592{,}26 - 651{,}26 = 228{,}52$

NK: $\frac{132^2 + 320^2 + \ldots + 364^2 + 486^2}{6} - 151156{,}46 - 25592{,}26 - 270{,}26 = 87{,}52.$

PK: $\frac{275^2 + 322^2 + \ldots + 331^2 + 355^2}{6} - 151156{,}46 - 651{,}26 - 270{,}26 = 157{,}18.$

Scanned with OKEN Scanner

Interacţiunea de ordinul al doilea

NPK: $32363{,}54 - 25592{,}26 - 651{,}26 - 270{,}26 - 228{,}52 - 87{,}52 - 157{,}18 = 5376{,}54$

TABELUL 12.43 **Tabelul varianţelor**

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
N	25592,26	2	12796,13	801,76**
P	651,26	2	325,63	20,40**
K	270,26	2	135,13	8,47**
NP	228,52	4	57,13	3,58**
NK	87,52	4	21,88	1,37
PK	157,18	4	39,29	2,46
NPK	5376,54	8	672,07	42,11**
Total	32363,54	26		

Se constată că efectul azotului este deosebit de puternic; fosforul şi potasiul exercită o influenţă semnificativă, dar incomparabil mai mică faţă de cea a azotului. Interacţiunea *NP* este semnificativă iar interacţiunea *NPK* distinct semnificativă.

Să calculăm experienţa de mai sus prin *metoda confounding* ţinînd seama de faptul că repetiţiile nu sînt identice cu blocurile ca în cazul precedent ci că fiecare din ele are cîte 3 blocuri care diferă în ceea ce priveşte fertilitatea solului, iar interacţiunea NPK este parţial înlănţuită cu diferenţele dintre blocuri.

Începem analiza varianţei cu componenta „blocuri" luînd în considerare că fiecare bloc cuprinde numai o treime din numărul combinaţiilor.

$$\text{Blocuri}: \frac{426^2 + 450^2 + 585^2 + 610^2 + 374^2 + 412^2}{9} - 151156{,}46 = 5279{,}20.$$

Partea înlănţuită a interacţiunilor *NPK* se calculează pornind de la sumele blocurilor:

$$\frac{876^2 + 1195^2 + 786^2}{18} - 151156{,}46 = 5132{,}26.$$

Partea neînlănțuită a interacțiunii NPK se obține prin diferență:

$$5376{,}54 - 5132{,}26 = 244{,}28$$

Eroarea se obține scăzînd din *SPA* — Total pe *SPA* — Blocuri și *SPA* — Combinații de tratamente. Nu trebuie să uităm că *SPA* — Combinații de tratamente este mai mică decît cea din tabelul 12.39, deoarece din ea trebuie să scădem partea înlănțuită a interacțiunii NPK (32363,54—5132,26= =27231,28). Deci vom avea:

$$32918{,}54 - 5279{,}20 - 27231{,}28 = 408{,}06$$

Rezultate *AV* sînt redatn în tabelul 12.44.

Rezultatele *AV* din tabelul 12.44 confirmă pe cele din tabelul 12.43 cu deosebire că interacțiunea NPK nu mai este semnificativă, deoarece în acest caz am testat partea neînlănțuită a interacțiunii, care este lipsită de erori ale solului și care este foarte mică în comparație cu partea înlănțuită.

TABELUL 12.44: Tabelul varianțelor pentru exemplul 12.7

Sursa variației	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	5279,20	5		
N	25592,26	2	12796,13	752,71**
P	651,26	2	325,63	19,15**
K	270,26	2	135,13	7,95**
NP	228,52	4	57,13	3,36*
NK	87,52	4	21,88	1,29
PK	157,18	4	39,29	2,31
NPK	244,28	6	40,71	2,39
Combinații de tratamente	27231,28	24	1134,64	66,74**
Eroare	408,06	24	17,00	
Total	32918,54	53		

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL 13

Calcularea şi interpretarea grupelor de experienţe

13.1. Generalităţi

Prin grupe (serii) de experienţe se înţeleg:

a) Experienţele executate în acelaşi an, în mai multe localităţi.

b) Experienţele executate timp de mai mulţi ani în aceeaşi localitate.

c) Experienţele executate timp de mai mulţi ani în localităţi diferite.

Se iau în considerare atît experienţele monofactoriale cît şi cele polifactoriale.

Condiţii: metoda de aşezare, variantele şi numărul de repetiţii nu pot fi schimbate în cursul experimentării. În cazul unor metode de exemplu metoda blocurilor numărul de repetiţii poate fi diferit.

13.2. Experienţe monofactoriale

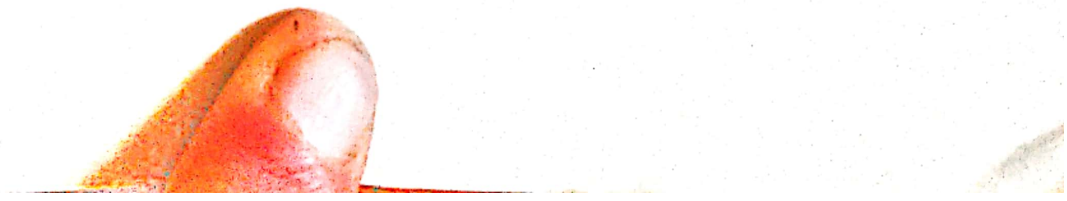
Prezentăm în secţiunile următoare cîteva scheme de calcul pentru categoriile de experienţe menţionate în 13.1 (W. G. Cochran şi G. M. Cox, 1957; A. Mudra, 1952, 1958; Erna Weber, 1961; A. Vessereau, 1960; V. G. Panse şi P. V. Sukhatme, 1954).

13.2.1. Experienţe executate în acelaşi an în localităţi diferite

Experienţele executate în acelaşi an în localităţi diferite din punct de vedere ecologic pot fi considerate ca experienţe polifactoriale cu factorii „variante" şi „localităţi" în care avem 3 componente ale variaţiei: varianţa „variantelor", varianţa „localităţilor" şi varianţa acţiunii reciproce „variante × localităţi", aceasta din urmă îndeplinind funcţia de varianţă a erorii la testarea diferenţelor de producţie ale variantelor încercate în localităţi cu condiţii deosebite.

13.2.1.1. *Experienţe cu acelaşi număr de repetiţii*

Exemplul 13.1. Din experienţa republicană cu soiuri de grîu de toamnă executată în 1966 în reţeaua experimentală a ICCA au fost reţinute pentru calcul 3 experienţe: cîte una la Staţiunile experimentale Dobrogea, Brăila



și Mărculești[1]. Soiurile încercate cu fost: 1 = Bezostaia 1, 2 = Triumph, 3 = Skorospelka 3, 4= București 1, 5 = Nr. 301, 6 = A 15. Metoda de așezare: metoda blocurilor; numărul repetițiilor =5; Producțiile parțial modificate se văd în tabelul 13.1.

TABELUL 13.1: **Producțiile de boabe ale soiurilor de grîu de toamnă (q/ha)**

Localitatea	Blocul	Soiul						Suma
		1	2	3	4	5	6	
Dobrogea	1	49	48	48	39	37	35	256
	2	53	46	50	42	39	33	263
	3	47	45	50	37	36	37	252
	4	52	51	47	40	40	34	264
	5	50	42	49	43	41	36	261
	Suma	251	232	244	201	193	175	1296
Brăila	1	40	33	29	27	25	19	173
	2	38	35	33	30	27	24	187
	3	39	30	30	28	29	20	176
	4	37	37	28	25	28	22	177
	5	41	34	32	26	26	20	179
	Suma	195	169	152	136	135	105	892
Mărculești	1	34	27	30	25	19	22	157
	2	31	30	32	27	22	17	159
	3	35	31	27	21	20	19	153
	4	33	29	31	24	19	18	154
	5	30	28	29	22	20	16	145
	Suma	163	145	149	119	100	92	768
Suma		609	546	545	456	428	372	2956

Calculăm prin metoda analizei variației fiecare experiență în parte. Rezultatele se văd în tabelul 13.2.

TABELUL 13.2: **Tabelul variațelor pentru experiențele individuale**

Sursa variației	Dobrogea			Brăila			Mărculești		
	SPA	*l*	s^2	*SPA*	*l*	s^2	*SPA*	*l*	s^2
Blocuri	17,13	4		18,54	4		19,20	4	
Variante	940,00	5	188,0**	965,07	5	193,01**	823,20	5	164,64**
Eroare	107,67	20	5,38	76,26	20	3,81	72,80	20	3,64
Total	1064,80	29		1059,87	29		915,20	29	

[1] Din materialul pentru „Consfătuirea grîului" 1966

Se constată că varianța soiurilor este distinct semnificativă în toate experiențele de unde rezultă că între soiuri există diferențe foarte asigurate în toate stațiunile.

În continuare calculul se desfășoară luînd în considerare valorile tuturor experiențelor, adică efectuînd un calcul de sinteză. Pe această cale se stabilește dacă soiurile au reacționat sau nu la condițiile ecologice locale.

Schema gradelor de libertate pentru seriile de experiențe este următoarea:

Total: $v \Sigma n - 1$

Blocuri $(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \ldots + (n_l - 1) = \Sigma n - l$

Combinații
- Variante $= v - 1$
- Localități $= l - 1$
- Variante × Localități $= (v - 1)(l - 1)$

Eroare $= (v\Sigma n - 1) - (\Sigma n - l) - (vl - 1)$

în care:

$n_1, n_2 \ldots n_l$ reprezintă numărul blocurilor din experiențele respective,

Σn = numărul blocurilor din toate experiențele iar

l = numărul experiențelor (localităților).

Pentru patratul și dreptunghiul latin schema de mai sus se completează cu gradele de libertate pentru coloane, $l_c = \Sigma c - l$ în care c reprezintă numărul coloanelor.

Numărul gradelor de libertate pentru seria noastră de experiențe este:

Total $90-1=89$

Blocuri $15-3=12$

Combinații
- Variante $6-1=5$
- Localități $3-1=2$
- Variante × Localități $5 \cdot 2=10$

Eroare $89-12-17=60$

Termenul de corecție TC: $\frac{2956^2}{90} = 97088,18$

Suma patratelor abaterilor SPA:

Total: $49^2 + 53^2 + 47^2 + \ldots + 16^2 - 97088,18 = 8121,82$

Blocuri (se calculează însumînd valorile pentru SPA_B de la cele 3 experiențe)

$$17,13 + 18,54 + 19,20 = 54,87$$

Scanned with OKEN Scanner

Combinaţii : $\frac{251^2 + 232^2 + \ldots + 92^2}{5} - 97088{,}18 = 7810{,}22$

care se repartizează astfel :

Variante : $\frac{609^2 + 546^2 + \ldots + 372^2}{15} - 97088{,}18 = 2613{,}55$

Localităţi : $\frac{1296^2 + 892^2 + 768^2}{30} - 97088{,}18 = 5081{,}95$

Variante × Localităţi : 7810,22—2613,55—5081,95 =114,72

Eroare : 8121,82—54,87—2613,55—5081,95—114,72 =256,73

Rezultatele *AV* sînt prezentate în tabelul 13.3

TABELUL 13.3: **Tabelul varianţelor pentru toate experienţele**

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	Testul *F* faţă de s^2_E	Testul *F* faţă de s^2_{AR}
Blocuri	54,87	12		522,71 : 4,28 = = 122,13**	522,71 : 11,47 = = 45,57**
Variante	2613,55	5	522,71		
Localităţi	5081,95	2			
Variante × Localităţi	114,72	10	11,47	11,47 : 4,28 = 2,68**	
Eroare	256,73	60	4,82		
Total	8121,82	89			

1) Testul *F* variante/eroare arată că există diferenţe distinct semnificative între soiuri în cele 3 staţiuni.

2) Testul *F* acţiune reciprocă/eroare arată că există deosebiri distinct semnificative între soiuri în ceea ce priveşte reacţia lor la condiţiile ecologice locale.

3) Testul *F* variante/acţiune reciprocă arată că există foarte multe şanse ca diferenţele dintre soiuri să fie semnificative cu toată reacţia lor la condiţiile ecologice. Cu alte cuvinte este de aşteptat ca unele soiuri să fie superioare respectiv inferioare indiferent în care din cele 3 localităţi vor fi încercate.

Pentru examinarea semnificaţiei diferenţelor dintre diferitele soiuri apelăm la testul *t*, folosind la testare varianţa acţiunii reciproce s^2_{AR} şi nu varianţa erorii s^2_E cum se obişnuieşte la experienţele executate într-o singură localitate sau într-un singur an. Se foloseşte s^2_{AR} deoarece diferenţele dintre

soiuri vor fi cu atît mai sigure cu cît s^2_{AR}, respectiv reacţia soiurilor la condiţiile locale, va fi mai mică.

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{AR}}{l}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,47}{3}} = 2,76 \text{ q/ha}$$

$$DL_{5\%} = 2,228 \cdot 2,76 = 6,15 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 3,169 \cdot 2,76 = 8,75 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0,1\%} = 4,587 \cdot 2,76 = 12,66 \text{ q/ha}$$

În tabelul 13.4 prezentăm producţiile medii ale soiurilor, diferenţele de producţie şi semnificaţia diferenţelor.

TABELUL 13.4: Producţiile medii ale soiurilor de grîu de toamnă încercate la staţiunile Dobrogea, Brăila şi Mărculeşti şi semnificaţia diferenţelor de producţie

Soiul		Producţia de boabe		Diferenţa q/ha
		q/ha	%	
Bezostaia 1	(1)	40,6	164	15,8***
Triumph	(2)	36,4	147	11,6**
Skorospelka 3	(3)	36,3	146	11,5**
Bucureşti 1	(4)	30,4	123	5,6
Nr. 301	(5)	28,5	114	3,7
A 15 (mt.)	(6)	24,8	100	
	$DL_{5\%}$	6,15	24,8	
	$DL_{1\%}$	8,75	35,3	
	$DL_{0,1\%}$	12,66	51,0	

13.2.1.2. *Experienţe cu număr diferit de repetiţii*

Exemplul 13.2. Să luăm ca exemplu aceeaşi experienţă cu soiuri de grîu de toamnă menţionată în exemplul 13.1 la care să adăugăm o altă localitate şi anume Fundulea, unde soiurile au fost încercate numai în 3 repetiţii.

Producţiile soiurilor încercate la cele 4 staţiuni se văd în tabelul 13.5.

TABELUL 13.5: Producţiile de boabe ale soiurilor de grîu de toamnă (q/ha)

Localitatea	Blocul	Soiul						Suma
		1	2	3	4	5	6	
Dobrogea	1	49	48	48	39	37	35	256
	2	53	46	50	42	39	33	263
	3	47	45	50	37	36	37	252
	4	52	51	47	40	40	34	264
	5	50	42	49	43	41	36	261
	Suma	251	232	244	201	193	175	1296
Brăila	1	40	33	39	27	25	19	173
	2	38	35	33	30	27	24	187
	3	39	30	30	28	29	20	176
	4	37	37	28	25	28	22	177
	5	41	34	32	26	26	20	179
	Suma	195	169	152	136	135	105	892
Mărculeşti	1	34	27	30	25	19	22	157
	2	31	30	32	27	22	17	159
	3	35	31	27	21	20	19	153
	4	33	29	31	24	19	18	154
	5	30	28	29	22	20	16	145
	Suma	163	145	149	119	100	92	768
Fundulea	1	42	38	34	38	30	25	207
	2	39	37	37	34	28	27	202
	3	44	40	35	36	29	23	207
	Suma	125	115	106	108	87	75	616
Suma		734	661	651	564	515	447	3572

Scanned with OKEN Scanner

Rezultatele *AV* pentru fiecare experienţă în parte sînt prezentate în tabelul 13.6.

TABELUL 13.6: **Tabelul varianţelor pentru experienţele individuale**

Sursa variaţiei	Dobrogea			Brăila		
	SPA	*l*	s^2	*SPA*	*l*	s^2
Blocuri	17,13	4		18,54	4	
Variante	940,00	5	188,0**	965,07	5	193,01**
Eroare	107,67	20	5,38	76,26	20	3,81
Total	1064,80	29		1059,87	29	

	Mărculeşti			Fundulea		
Blocuri	19,20	4		2,79	2	
Variante	823,00	5	164,64**	567,12	5	113,42**
Eroare	72,80	20	3,64	37,21	10	3,72
Total	915,20	29		607,12	17	

Se observă că şi la Fundulea diferenţele dintre soiuri sînt distinct semnificative.

Urmează calculul experienţei în ansamblu.

Gradele de libertate se stabilesc după aceeaşi schemă ca şi la experienţele cu acelaşi număr de repetiţii (vezi secţiunea 13.1.2.1). Trebuie să luăm însă în considerare că experienţa de la Fundulea participă numai cu 3 repetiţii:

Total $108-1=107$

Blocuri $18-4=14$

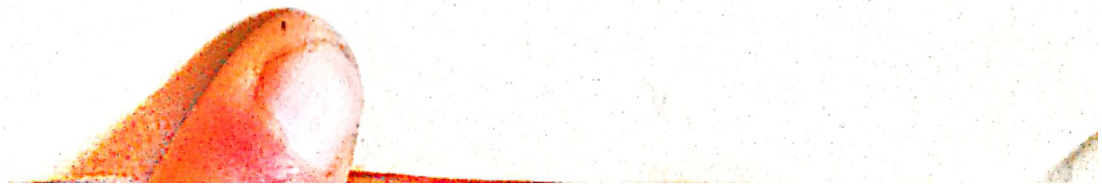
Combinaţii { Variante $6-1=5$; Localităţi $4-1=3$; Variante × Localităţi $5\times3=15$

Eroare $107-14-23=70$

Termenul de corecţie $TC: \frac{3572^2}{108} = 118140{,}59$

Suma patratelor abaterilor *SPA*

Total: $49^2 + 53^2 + 47^2 + \ldots + 23^2 - 118140{,}59 = 8757{,}41$



Blocuri : $17{,}13 + 18{,}54 + 19{,}20 + 2{,}79 = 57{,}66$

Combinații : $\frac{251^2 + 232^2 + \ldots + 92^2}{5} + \frac{125^2 + \ldots + 75^2}{3} - 118140{,}59 = 8405{,}81$

care se repartizează astfel :

Variante : $\frac{734^2 + 661^2 + \ldots + 447^2}{18} - 118140{,}59 = 3115{,}41$

Localități : $\frac{1296^2 + 892^2 + 768^2}{30} + \frac{616^2}{18} - 118140{,}59 = 5110{,}42$

Variante × Localități : $8405{,}81 - 3115{,}41 - 5110{,}42 = 179{,}98$

Eroare : $8757{,}41 - 57{,}66 - 3115{,}41 - 5110{,}42 - 179{,}98 = 293{,}94$

Rezultatele AV se văd în tabelul 13.7.

TABELUL 13.7: **Tabelul varianțelor pentru toate experiențele**

Sursa variației	SPA	l	s^2	Testul F față de s^2_E	Testul F față de s^2_{AR}
Blocuri	57,66	14			
Variante	3115,41	5	623,08	623,08 : 4,20 = = 144,35**	623,08 : 12,00 = = 51,92**
Localități	5110,42	3			
Variante × Localități	179,98	15	12,00	12,00 : 4,20 = = 2,86**	
Eroare	293,94	70	4,20		
Total	8757,41	107			

Testul F variante/eroare, acțiune reciprocă/eroare și variante/acțiune reciprocă duce la aceleași concluzii ca și în exemplul 13.1, dar mai întărite.

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot s^2_{AR}}{l}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12{,}0}{4}} = 2{,}45 \text{ q/ha}$$

$DL_{5\%} = 2{,}131 \cdot 2{,}45 = 5{,}22$ q/ha

$DL_{1\%} = 2{,}947 \cdot 2{,}45 = 7{,}22$ q/ha

$DL_{0{,}1\%} = 4{,}073 \cdot 2{,}45 = 9{,}98$ q/ha

Producțiile medii ale soiurilor, diferențele de producție și semnificația lor sînt prezentate în tabelul 13.8.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 13.8 **Producţiile medii ale soiurilor de grîu de toamnă încercate la staţiunile Dobrogea, Brăila, Mărculeşti şi ICCPT Fundulea şi semnificaţia diferenţelor de producţie**

Soiul		Producţia de boabe		Diferenţa
		q/ha	%	
Bezostaia 1	(1)	40,8	165	16,0***
Triumph	(2)	36,7	148	11,9***
Skorospelka 3	(3)	36,2	146	11,4***
Bucureşti 1	(4)	31,3	126	6,5*
Nr. 301	(5)	28,6	115	3,8
A. 15 (mt.)	(6)	24,8	100	
	$DL_{5\%}$	5,22	21,0	
	$DL_{1\%}$	7,22	29,1	
	$DL_{0,1\%}$	9,98	40,2	

Se confirmă superioritatea soiurilor Bezostaia 1, Triumph şi Skorospelka 3.

13.2.2. Experienţe executate în aceeaşi localitate timp de mai mulţi ani

Experienţele de acest gen se calculează după aceeaşi schemă ca şi experienţele executate în acelaşi an în mai multe localităţi cu singura deosebire că în analiza varianţei înlocuim cuvîntul „localitate" prin cuvîntul „an". În consecinţă în loc de interacţiunea „variante × localităţi" vom avea interacţiunea „variante × ani".

Ca şi experienţele precedente, aceste experienţe sînt experienţe bifactoriale cu factorii „variante" şi „ani", avînd 3 componente ale varianţei: varianţa „variantelor", varianţa „anilor" şi varianţa interacţiunii „variante × ani", aceasta din urmă suplinind varianţa erorii.

13.2.3. Experienţe executate în localităţi diferite timp de mai mulţi ani

13.2.3.1. *Calcul fără utilizarea repetiţiilor*

Experienţele executate în localităţi diferite, timp de mai mulţi ani, pot fi considerate de asemenea experienţe polifactoriale cu factorii: „variante", „localităţi" şi „ani". Componentele varianţei sînt: varianţa „variantelor", varianţa „localităţilor", varianţa „anilor", varianţa interacţiunii „variante × localităţi", varianţa interacţiunii „variante × ani", varianţa interacţiunii „localităţi × ani" şi varianţa interacţiunii „variante × localităţi × ani" care îndeplineşte funcţia de varianţă a erorii.

Scanned with OKEN Scanner

În cele ce urmează prezentăm o metodă de calcul care constă în renunțarea la repetițiile din experiențele individuale, folosindu-se mediile aritmetice (E r n a W e b e r, 1961; A. M u d r a, 1952).

Exemplul 13.3 Din experiența republicană cu soiuri de grîu de toamnă executată în anii 1964, 1965 și 1966 în rețeaua experimentală a I.C.C.A. au fost reținute pentru calcul cîte o experiență din fiecare an la stațiunile Turda, Tg. Mureș și Brașov[1]. Soiurile încercate au fost: 1 = Bezostaia 1, 2 = Harrach, 3 = București 1, 4 = Cenad 117 (mt.). Metoda de așezare: metoda blocurilor. Producțiile parțial modificate sînt prezentate în tabelul 13.9.

TABELUL 13.9: Producțiile soiurilor de grîu de toamnă (q/ha)

Localitatea	Anul	Soiul				Suma
		1	2	3	4	
Turda	1964	45	41	37	34	157
	1965	59	48	46	38	191
	1966	56	43	43	36	178
	Suma	160	132	126	108	526
Tg. Mureș	1964	43	40	34	30	147
	1965	46	45	43	39	173
	1966	44	35	35	32	146
	Suma	133	120	112	101	466
Brașov	1964	39	30	29	25	123
	1965	45	37	37	36	155
	1966	41	36	35	33	145
	Suma	125	103	101	94	423
	1964	127	111	100	89	427
	1965	150	130	126	113	519
	1966	141	114	113	101	469
	Suma	418	355	339	303	1415

Analiza variației se desfășoară astfel:

Termenul de corecție $TC: \frac{1415^2}{36} = 55617$

Suma patratelor abaterilor SPA

[1] Din materialul pentru „Consfătuirea grîului" din 1964, 1965 și 1966.

Total: $45^2 + 59^2 + \ldots + 36^2 + 33^2 - 55617 = 1752$

Soiuri: $\frac{418^2 + 355^2 + 339^2 + 303^2}{9} - 55617 = 770$

Localităţi: $\frac{526^2 + 466^2 + 423^2}{12} - 55617 = 446$

Ani: $\frac{427^2 + 519^2 + 469^2}{12} - 55617 = 354$

SPA Soiuri × Localităţi, se obţine plecînd de la sumele hibrizilor pe localităţi.

$$\frac{160^2 + 132^2 + \ldots + 101^2 + 94^2}{3} - 55617 = 1273$$

de unde:

Soiuri × Localităţi: $1273 - 770 - 446 = 57$

SPA soiuri × ani, se deduce plecînd de la sumele soiurilor pe ani:

$$\frac{127^2 + 111^2 + \ldots + 113^2 + 101^2}{3} - 55617 = 1137$$

de unde:

Soiuri × Ani: $1137 - 770 - 354 = 13$

Pentru calculul interacţiunii „localităţi × ani" plecăm de la sumele din ultima coloană a tabelului 13.9

$$\frac{157^2 + 191^2 + \ldots + 155^2 + 145^2}{4} - 55617 = 845$$

de unde:

Localitaţi × Ani: $845 - 446 - 354 = 45$

În sfîrşit

Soiuri × Localitaţi × Ani:

$$1752 - 770 - 446 - 354 - 57 - 13 - 45 = 67$$

Prezentăm în tabelul 13.10 rezultatele *AV*.

TABELUL 13.10: Tabelul varianţelor pentru exemplul 13.3

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Total	1752	35		
Soiuri	770	3	256,67	45,99**
Localităţi	446	2	223,00	39,96**
Ani	354	2	177,00	31,72**
Soiuri × Localităţi	57	6	9,50	1,70
Soiuri × Ani	13	6	2,17	0,39
Localităţi × Ani	45	4	11,25	2,02
Rest	67	12	5,58	

Varianța restului reprezintă interacțiunea „soiuri × localități × ani" (s^2_{AR}), care îndeplinește funcția de varianță a erorii. Pentru a vedea dacă varianțele se deosebesc semnificativ de varianța interacțiunii „soiuri × localități × × ani", calculăm valorile F (tabelul 13.10 col. 5). Pe baza testului F putem face următoarele interpretări:

1) Oscilațiile de producție ale soiurilor de la o localitate la alta și de la un an la altul datorită acțiunii condițiilor ecologice sînt distinct semnificative. Cu toate acestea ele nu acoperă diferențele de producție dintre soiuri care sînt foarte asigurate.

2) Interacțiunile „soiuri × localități" și „soiuri × ani" sînt nesemnificative.

3) Interacțiunea „localități × ani" este de asemenea nesemnificativă, ceea ce înseamnă că condițiile anuale nu au influențat diferit de la o localitate la alta.

Urmează examinarea semnificației diferențelor de producție dintre soiuri cu ajutorul testului t. Notînd cu l numărul localităților și cu a numărul anilor eroarea diferenței este:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{AR}}{l \cdot a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}58}{3 \cdot 3}} = 1{,}12 \text{ q/ha}$$

$$DL_{5\%} = 2{,}179 \cdot 1{,}12 = 2{,}44 \text{ q/ha}$$

$$DL_{1\%} = 3{,}055 \cdot 1{,}12 = 3{,}42 \text{ q/ha}$$

$$DL_{0{,}1\%} = 4{,}318 \cdot 1{,}12 = 4{,}84 \text{ q/ha}$$

Producțiile medii ale soiurilor de grîu de toamnă și semnificația diferențelor sînt prezentate în tabelul 13.11.

TABELUL 13.11: Producțiile medii ale soiurilor de grîu de toamnă încercat în anii 1964-1966 la stațiunile Turda, Tg. Mureș și Brașov

Soiul		Producția medie de boabe		Diferența de producție q/ha
		q/ha	%	
Bezostaia 1	(1)	46,4	138	12,7***
Harrach	(2)	39,4	117	5,7***
București 1	(3)	37,7	112	4,0**
Cenad 117 (mt.)	(4)	33,7	100	

$DL_{5\%}$	2,44
$DL_{1\%}$	3,42
$DL_{0{,}1\%}$	4,84

Semnificația diferențelor dintre mediile soiurilor poate fi examinată și cu ajutorul unui rest nou format din suma grupelor de variație nesemnificative adăugată la vechiul rest (tabelul 13.12).

TABELUL 13.12: Calcularea restului nou

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2
Soiuri × Localităţi	57	6	
Soiuri × Ani	13	6	
Localităţi × Ani	45	4	
Restul vechi: Soiuri × Localităţi × Ani	67	12	
	182	28	6,50

În continuare aplicăm testul Duncan (vezi secţiunea 3.6)

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{6,50}{9}} = 0,85$$

n reprezintă numărul valorilor individuale care alcătuiesc sumele soiurilor.

p	2	3	4
$q(\alpha = 5\%, l = 28)$	2,888	3,055	3,130
R_p	2,45	2,60	2,66

TABELUL 13.13: Mediile soiurilor

Media	$\bar{x}_3$ 37,7	$\bar{x}_2$ 39,4	$\bar{x}_1$ 46,4
$\bar{x}_4$ 33,7	4,0	5,7	12,7
$\bar{x}_3$ 37,7		1,7	8,7
$\bar{x}_2$ 39,4			7,0

În afară de diferenţa $\bar{x}_2 - \bar{x}_3 = 1,7$, toate celelalte diferenţe sînt asigurate.

Metoda de calcul a experienţelor executate în mai multe localităţi timp de mai mulţi ani, cu renunţarea la repetiţii, prezentată mai sus, este o metodă simplă şi rapidă. Deşi nu se utilizează în calcul repetiţiile, ea ne dă suficiente indicaţii asupra acţiunilor factorilor şi asupra interacţiunilor factorilor.

13.2.3.2. *Calcul cu utilizarea repetiţiilor*

Metodele de calcul cu folosirea repetiţiilor sînt mai precise decît metoda prezentată în secţiunea 13.2.3.1. Ele sînt însă mai complicate necesitînd un volum mare de calcul.

O caracteristică a acestor metode o constituie faptul că blocurile (repetițiile) sînt considerate ca un factor. În consecință în afară de acțiunile și interacțiunile menționate la metoda precedentă (13.2.3.1), la această metodă se adaugă acțiunea privind blocurile precum și o serie de interacțiuni între blocuri și ceilalți factori. În afară de aceasta, eroarea experimentală nu este definită prin tripla acțiune „variante × localități × ani", ci printr-un complex de interacțiuni în care participă blocurile.

Vom schița în cele ce urmează o astfel de metodă (W. H. Leonard și A. G. Clark, 1939; A. Vessereau, 1960). Schema generală a *AV* în cazul unei experiențe executate după metoda blocurilor este cea din tabelul 13.14.

TABELUL 13.14: Schema analizei variației în cazul unei experiențe executate în mai multe localități timp de mai mulți ani (metoda blocurilor).

Sursa variației	Grade de libertate
Tratamente T	
T	$t - 1$
$T \times S$	$(t - 1)\ (s - 1)$
$T \times A$	$(t - 1)\ (a - 1)$
$T \times S \times A$	$(t - 1)\ (s - 1)\ (a - 1)$
Stațiuni S	$s - 1$
Ani A	$a - 1$
Interacțiune $S \times A$	$(s - 1)\ (a - 1)$
Blocuri B	
B	
$B \times S$	$s \cdot a(b - 1)$
$B \times A$	
$B \times S \times A$	
Eroare	
$B \times T$	
$B \times T \times S$	$s \cdot a(b - 1)\ (t - 1$
$B \times T \times A$	
$B \times T \times S \times A$	
Total	$b \cdot t \cdot s \cdot a - 1$

Scanned with OKEN Scanner

În cazul patratului latin schema analizei varianței este cea din tabelul 13.15.

TABELUL 13.15: Schema analizei varianței în cazul unei experiențe executate în mai multe localități timp de mai mulți ani (patratul latin).

Sursa variației	Grade de libertate
Tratamente T	
T	$n - 1$
$T \times S$	$(n - 1)\ (s - 1)$
$T \times A$	$(n - 1)\ (a - 1)$
$T \times S \times A$	$(n - 1)\ (s - 1)\ (a - 1)$
Stațiuni S	$s - 1$
Ani A	$a - 1$
Interacțiuni $S \times A$	$(s - 1)\ (a - 1)$
Rînduri și coloane	$2(n - 1)\ s \cdot a$
Eroare	$(n - 1)\ (n - 2)\ s \cdot a$
Total	$n^2 \cdot s \cdot a - 1$

Dacă ne referim de exemplu la o experiență cu 5 tratamente, în 3 blocuri, executată timp de 3 ani la 3 stațiuni diferite, rezultatele experienței se aranjează într-un tabel de felul celui de mai jos (13.16).

TABELUL 13.16

Tratametul	1960				1961				1962				Total g-ral
	I	II	III	Total	I	II	III	Total	I	II	III	Total	
Stațiunea *A*													
1													
2													
3													
4													
5													
Total													
Stațiunea *B*													
1													
2													
3													
4													
5													
Total													

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 13. 16 (continuare)

Tratamentul	1960				1961				1962				Total g-ral
	I	II	III	Total	I	II	III	Total	I	II	III	Total	
Staţiunea													
C													
1													
2													
3													
4													
5													
Total													
Total g-ral													

1,2. ..... 5 = tratamente; I, II, III = blocuri

Analiza varianţei se desfăşoară astfel:

1) Se efectuează analiza separată a fiecărei experienţe, pentru fiecare staţiune şi an în parte. Rezultatele obţinute ne dau indicaţii asupra existenţei anumitor interacţiuni.

2) Se efectuează analiza de ansamblu a experienţei care cuprinde:

a) Calculul termenului de corecţie *TC*, folosind totalul general din tabelul 13.16; nr. total al valorilor individuale =135.

b) Calculul *SPA* pentru total, folosind valorile individuale aranjate într-un tabel de felul tabelului 13.16.

c) Calculul *SPA* pentru acţiunile principale: tratamente, staţiuni, ani şi blocuri, folosind valorile aranjate în tabele de genul tabelelor 13.17 şi 13.18.

Totalurile rîndurilor din tabelul 13.17 au la bază 27 valori iar totalurile coloanelor 45 valori.

Totalurile rîndurilor precum şi totalurile coloanelor din tabelul 13.18 au la bază 45 valori.

TABELUL 13.17: Blocuri şi tratamente

Tratamentul	Blocul			Total
	I	II	III	
1				
2				
3				
4				
5				
Total				

TABELUL 13.18: Staţiuni şi ani

Staţiunea	Anul			Total
	1960	1961	1962	
A				
B				
C				
Total				

d) Calculul *SPA* pentru interacţiunile de primul ordin.

Pe baza sumelor combinaţiilor *BT* şi *SA* aranjate în tabele similare cu abelele 13.17 şi 13.18 calculăm *SPA* pentru combinaţiile *BT* şi *SA*. Pentru

Scanned with OKEN Scanner

obţinerea $SPA - BT$ împărţirea se face la 9 iar pentru $SPA - SA$ la 15. Scăzînd din SPA pentru combinaţii pe SPA pentru acţiunile principale obţinem SPA pentru interacţiunile $B \times T$ şi $S \times A$.

$$(B \times T) = (BT) - (B) - (T)$$

$$(S \times A) = (SA) - (S) - (A)$$

Pentru calculul SPA a celorlalte interacţiuni de primul ordin utilizăm sumele combinaţiilor BS, BA, TS şi TA care sînt aranjate în tabele de felul tabelelor 13.19, 13.20, 13.21 şi 13.22. Calculăm mai întîi SPA pentru cele 4 combinaţii. Pentru obţinerea $SPA - BS$ şi $SPA - BA$ împărţirea se face la 15 iar pentru $SPA - TS$ şi $SPA - TA$ împărţirea se face la 9.

TABELUL 13.19: Blocuri şi staţiuni

Staţiunea	Blocul I	Blocul II	Blocul III
A			
B			
C			

TABELUL 13.20: Blocuri şi ani

Anul	Blocul I	Blocul II	Blocul III
1960			
1961			
1962			

TABELUL 13.21: Tratamente şi staţiuni

Tratamentul	Staţiunea *A*	Staţiunea *B*	Staţiunea *C*
1			
2			
3			
4			
5			

TABELUL 13.22: Tratamente şi ani

Tratamentul	Anul 1960	Anul 1961	Anul 1962
1			
2			
3			
4			
5			

Deducem interacţiunile $B \times S$, $B \times A$, $T \times A$ şi $T \times S$.

$$(B \times S) = (BS) - (B) - (S)$$

$$(B \times A) = (BA) - (B) - (A)$$

$$(T \times A) = (TA) - (T) - (A)$$

$$(T \times S) = (TS) - (T) - (S)$$

e) Calculul SPA pentru interacţiunile de ordinul al doilea. Trebuie să luăm în considerare SPA pentru combinaţiile BTS, BTA, TSA şi BSA, care se calculează folosind sumele combinaţiilor, aranjate în tabele de felul tabelelor 13.23 şi 13.24. Pentru obţinerea SPA pentru combinaţiile BTS, BTA şi TSA împărţirea se face la 3 iar pentru BSA la 5.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 13.23: Blocuri, tratamente, staţiuni; Blocuri, tratamente, ani tratamente, staţiuni, ani

Blocuri x Tratamente x Staţiuni				Blocuri x Tratamente x Ani				Tratamente x Staţiuni x Ani			
Tratamentul	Staţiunea	Blocul	Total	Tratamentul	Anul	Blocul	Total	Tratamentul	Anul	Staţiunea	Total
1	*A*	I		1	1960	I		1	1960	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	B	I			1961	I			1961	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	C	I			1962	I			1962	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
2	*A*	I		2	1960	I		2	1960	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	B	I			1961	I			1961	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	C	I			1962	I			1962	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
3	*A*	I		3	1960	I		3	1960	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	B	I			1961	I			1961	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	C	I			1962	I			1962	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
4	*A*	I		4	1960	I		4	1960	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	B	I			1961	I			1961	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	C	I			1962	I			1962	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
5	*A*	I		5	1960	I		5	1960	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	
	B	I			1961	I			1961	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				C	
	C	I			1962	I			1962	*A*	
		II				II				*B*	
		III				III				*C*	

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 13.24: Blocuri, staţiuni şi ani

Blocul I			Blocul II			Blocul III		
Anul	Staţiunea	Total	Anul	Staţiunea	Total	Anul	Staţiunea	Total
1960	*A*		1960	*A*		1960	*A*	
	B			*B*			*B*	
	C			*C*			*C*	
1961	*A*		1961	*A*		1961	*A*	
	B			*B*			*B*	
	C			*C*			*C*	
1962	*A*		1962	*A*		1962	*A*	
	B			*B*			*B*	
	C			*C*			*C*	

Scăzînd din *SPA* pentru combinaţiile *BTS*, *BTA*, *TSA* şi *BSA* pe *SPA* pentru acţiunile principale şi *SPA* pentru interacţiunile de primul ordin obţinem interacţiunile de ordinul al doilea.

$$(B \times T \times S) = (BTS) - (B) - (T) - (S) - (B \times T) - (B \times S) - (T \times S)$$

$$(B \times T \times A) = (BTA) - (B) - (T) - (A) - (B \times T) - (B \times A) - (T \times A)$$

$$(T \times S \times A) = (TSA) - (T) - (S) - (A) - (T \times S) - (T \times A) - (S \times A)$$

$$(B \times S \times A) = (BSA) - (B) - (S) - (A) - (B \times S) - (B \times A) - (S \times A)$$

f) Calculul *SPA* privind interacţiunea de ordinul al treilea $B \times T \times S \times A$. *SPA*—$(B \times T \times S \times A)$ se obţine scăzînd din *SPA* pentru total pe *SPA* pentru acţiunile principale, *SPA* pentru interacţiunile de primul ordin şi *SPA* pentru interacţiunile de ordinul al doilea.

Rezultatele *AV* sînt arătate în tabelul 13.25.

În partea stîngă a tabelului 13.25 sînt prezentate elementele detailate ale *AV*. În partea dreaptă elementele *AV* sînt grupate după modelul experienţelor polifactoriale în care un factor este reprezentat prin blocuri.

Grupa termenilor B, $B \times S$, $B \times A$, $B \times S \times A$ definesc efectul global al blocurilor.

Grupa termenilor $B \times T$, $B \times T \times S$, $B \times T \times A$ şi $B \times T \times S \times A$ definesc eroarea experimentală.

Testarea varianţelor nu se face la varianţa interacţiunii, $B \times T \times S \times A$ ci la varianţa erorii definită prin grupa termenilor $B \times T$, $B \times T \times S$, $B \times T \times A$ şi $B \times T \times S \times A$. Prima avînd un număr mai mic de grade de libertate (în cazul exemplului nostru 32) este de obicei mai mare decît ultima care are un număr mai mare de grade de libertate (în cazul nostru 72).

g) Interpretarea rezultatelor. Se calculează raportul F pentru tratamente, staţiuni, ani; tratamente x staţiuni; tratamente x ani; staţiuni x ani şi tratamente x staţiuni × ani.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 13.25: Tabelul varianţelor

Sursa variaţiei	SPA	l	Sursa variaţiei	SPA	l	s^2
Blocuri B		2	Blocuri: (B, $B \times S$, $B \times A$, $B \times S \times A$)		18	
Tratamente T		4	Tratamente T		4	
Staţiuni S		2	Staţiuni S		2	
Ani A		2	Ani A		2	
Interacţiuni:			—			
B × T		8	—	—	—	—
$B \times S$		4	—	—	—	—
$B \times A$		4		—	—	—
$T \times S$		8	Interacţiuni: $T \times S$		8	
$T \times A$		8	$T \times A$	—	8	
			$S \times A$	—	4	
$S \times A$		4		—	—	—
$B \times T \times S$		16	—	—	—	—
$B \times T \times A$		16	—	—	—	—
$B \times S \times A$		8	—	—	—	—
$T \times S \times A$		16	$T \times S \times A$	—	16	
$B \times T \times S \times A$		32	Eroare: ($B \times T$, $B \times T \times S$, $B \times T \times A$, $B \times T \times S \times A$)			
Total		134	Total		134	

Pentru examinarea semnificaţiei diferenţelor dintre medii se aplică testul t folosind la calculul erorii diferenţei varianţa erorii definită în sensul de mai sus.

La valorificarea seriilor de experienţe se pune întrebarea dacă trebuie să includem în calcul experienţele de pe cuprinsul întregii ţări sau trebuie să ne limităm la principalele zone ecologice. La această întrebare putem da un răspuns pozitiv ţinînd seama de reacţia variantelor la factorii ecologici. Dacă se constată o reacţie slabă a variantelor la factorii ecologici din diferitele zone, putem extinde valorificarea la întreaga reţea republicană. Dacă dimpotrivă condiţiile ecologice din diferitele zone şi-au lăsat amprenta în rezultatele experienţelor executate în zonele respective, este imperios necesar să facem o grupare a localităţilor pe zone ecologice sau pe grupe de zone asemănătoare şi să valorificăm fiecare serie de experienţe în parte.

13.3. Experienţe polifactoriale

În cadrul seriilor de experienţe polifactoriale citărn:

a) experienţele executate în acelaşi an în localităţi diferite;
b) experienţele executate în aceeaşi localitate timp de mai mulţi ani;
c) experienţele executate în localităţi diferite timp de mai mulţi ani.

Scanned with OKEN Scanner

Ca şi la seriile de experienţe monofactoriale se pune problema unei valorificări de sinteză a acestor experienţe pentru a face recomandări pentru practică.

În timp ce pentru seriile de experienţe monofactoriale există metode de calcul, pentru seriile de experienţe polifactoriale astfel de metode încă nu se cunosc. Dificultatea elaborării acestor metode rezidă în faptul că este foarte greu de a separa acţiunile şi interacţiunile factorilor studiaţi de acţiunile factorilor ecologici şi interacţiunile dintre factorii studiaţi şi factorii ecologici.

Pentru orientare dăm cîteva indicaţii generale privind valorificarea de ansamblu a experienţelor menţionate mai sus.

a) Cazul cînd influenţa factorilor ecologici este nesemnificativă.

În situaţia în care oscilaţiile de producţie (de la o localitate la alta sau de la un an la altul sau de la o localitate la alta şi de la un an la altul) ale combinaţiilor de tratamente studiate sînt mici, este suficient să calculăm pentru fiecare combinaţie media generală ($\bar{\bar{x}}$) iar pentru fiecare grupă de combinaţii media varianţelor erorii ($\bar{s}^2$). Dacă numărul repetiţiilor este acelaşi se utilizează următoarele formule:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \ldots + \bar{x}_e}{e}$$

în care:

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots \bar{x}_e$ reprezintă mediile individuale (din fiecare experienţă) ale combinaţiei respective iar

e — numărul experienţelor.

$$\bar{s}^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \ldots + s_e^2}{e}$$

în care:

$s_1^2, s_2^2, s_3^2 \ldots s_e^2$ reprezintă varianţele individuale (din fiecare experienţă) pentru grupa respectivă de combinaţii

Într-o experienţă cu doi factori A şi B aşezată după metoda parcelelor subdivizate avem două varianţe ale erorii şi anume s_A^2 şi s_B^2 iar într-o experienţă cu trei factori A, B şi C avem trei varianţe ale erorii: s_A^2, s_B^2 şi s_C^2.

Să luăm ca exemplu o experienţă cu diferite soiuri de grîu de toamnă (factorul A) îngrăşate cu doze crescînde de azotat de amoniu (factorul B), aşezată după metoda parcelelor subdivizate şi executată în trei localităţi. Producţiile medii de exemplu ale combinaţiei a_1b_1 în cele trei localităţi au fost $\bar{x}_1 = 4500$ kg/ha, $\bar{x}_2 = 4000$ kg/ha, $\bar{x}_3 = 4300$ kg/ha.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{4500 + 4000 + 4300}{3} = 4300 \text{ kg/ha}$$

Să comparăm combinaţia a_1b_1 cu a_1b_0. Varianţa erorii pentru grupa respectivă de combinaţii este s_B^2. Valorile lui s_B^2 în cele trei experienţe (localităţi) sînt 0,055, 0,100 şi 0,040.

$$\bar{s}^2 = \frac{0{,}055 + 0{,}100 + 0{,}040}{3} = 0{,}065$$

Dacă se compară combinația a_1b_1 cu altă combinație de exemplu a_0b_0 va trebui să calculăm variantele medii $\bar{s}^2_B$ și $\bar{s}^2_A$.

Pentru examinarea diferențelor dintre mediile generale aplicăm testul t dedus pe baza variantelor medii ale erorii.

Dacă numărul repetițiilor este diferit de la o experiență la alta se vor aplica următoarele formule:

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3 + \ldots + n_e\bar{x}_e}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_e}$$

iar

$$\bar{s}^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2 + n_3 s_3^2 + \ldots + n_e s_e^2}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_e}$$

în care:

n_1, n_2 reprezintă numărul repetițiilor din experiența nr. 1, nr. 2.

b) Cazul cînd influența factorilor ecologici este semnificativă. Dacă variațiile de producție (de la o localitate la alta sau de la un an la altul sau de la o localitate la alta și de la un an la altul) ale combinațiilor de tratamente sînt mari trebuie să considerăm experiența în cauză ca o experiență monofactorială în care combinațiile de factori să fie socotite ca simple variante unifactoriale iar întreaga experiență să fie calculată potrivit indicațiilor din secțiunile 13.2.1, 13.2.2 și 13.2.3. Pe această cale determinăm gradul interacțiunii dintre combinațiile de tratamente în ansamblu și factorii ecologici, dar nu putem stabili care anume combinații au fost influențate mai mult de condițiile ecologice. Pentru a răspunde și la această întrebare trebuie să efectuăm calcule separate după aceleași metode (ca în secțiunile 13.2.1, 13.2.2 și 13.2.3) pentru diferitele grupe de combinații. Datele experimentale pentru grupele respective se iau din tabelele de combinații ce se întocmesc cu prilejul analizei statistice a fiecărei experiențe polifactoriale în parte.

13.4. Experiențe cu plantele perene

Experiențele cu plantele perene sînt cele ce se execută în pomicultură, viticultură și silvicultură.

Una din dificultățile ce se ivesc în astfel de experiențe este neuniformitatea indivizilor, datorită cauzelor genetice, edafice, patologice ș.a. Pentru înlăturarea variabilității genetice este necesar să se folosească material provenit din clonare. Pentru evitarea variabilității datorită factorilor edafici este necesar ca plantația experimentală să fie plasată pe soluri omogene ca fertilitate, relief, expoziție, repartiție a apei în sol etc. Tăierile să fie uniforme iar combaterea bolilor și dăunătorilor obligatorie.

Pentru valorificarea acestor experiențe se poate folosi în principiu schema de calcul utilizată la metoda parcelelor subdivizate în care anii constituie subunități. Așa de exemplu o experiență cu 5 soiuri de măr, executată în 5 blocuri, timp de 3 ani, poate fi calculată prin AV după următoarea schemă:

Scanned with OKEN Scanner

Sursa variaţiei	Grade de libertate
Blocuri	$5 - 1 = 4$
Soiuri	$5 - 1 = 4$
Eroare (a)	$4 \cdot 4 = 16$
Total	$= 24$
Ani	$3 - 1 = 2$
Soiuri × Ani	$4 \cdot 2 = 8$
Eroare (b)	40
Total	74

Avem de a face cu un factor principal reprezentat prin soiuri şi cu un factor subsidiar reprezentat prin ani. Testarea acţiunii soiurilor se face cu ajutorul erorii (a) iar testarea acţiunii anilor şi interacţiunii „soiuri x ani" prin eroarea (b).

Prezentăm mai jos o metodă de calcul a acestor experienţe (D. D. Paterson, 1939; A. Vessereau, 1960). În această metodă intervine o nouă interacţiune faţă de schema AV prezentată mai sus şi anume interacţiunea „blocuri x ani". Eroarea (a) serveşte la testarea factorului principal reprezentat prin variante. Ea se calculează ca interacţiunea „blocuri x variante" având $(b-1)$ $(v-1)$ grade de libertate. Eroarea (b) serveşte la testarea factorului subsidiar ani şi a interacţiunii „variante x ani" şi se calculează ca interacţiunea „blocuri x variante x ani" având $(b-1)(v-1)(a-1)$ grade de libertate.

Exemplul 13.4. Într-o experienţă cu 5 soiuri de viţă de vie pentru struguri de vin executată în anii 1960 şi 1961 în condiţiile podgoriei Aiud s-au obţinut producţiile de struguri indicate în tabelul 13.26. Să se stabilească care a fost influenţa anilor asupra producţiei.

TABELUL 13.26: **Producţiile de struguri ale soiurilor de viţă de vie pentru struguri de vin în 1960 şi 1961 în condiţiile podgoriei Aiud (tone/ha)**

Soiul	Anul	Blocul I		Blocul II		Blocul III		Blocul IV		Blocul V		Total	Media
1	1960	17,4	31,7	18,0	34,1	15,8	29,0	19,1	33,1	16,6	32,1	160,0	16,00
	1961	14,3		16,1		13,2		14,0		15,5			
2	1960	16,9	30,5	18,1	33,1	14,7	28,5	17,3	31,9	15,4	28,1	152,1	15,21
	1961	13,6		15,0		13,8		14,6		12,7			
3	1960	12,9	24,0	14,2	24,2	12,5	22,7	13,5	25,6	11,8	22,3	118,8	11,88
	1961	11,1		10,0		10,2		12,1		10,5			
4	1960	7,9	14,5	8,3	15,4	8,2	15,4	9,3	17,3	7,8	14,9	77,5	7,75
	1961	6,6		7,1		7,2		8,0		7,1			
5	1960	9,9	16,4	11,2	18,3	8,8	15,5	10,7	18,7	9,8	17,3	86,2	8,62
	1961	6,5		7,1		6,7		8,0		7,5			
Total		117,1		125,1		111,1		126,6		114,7		594,6	

Pentru desfășurarea calculului mai este necesar să prezentăm un tabel cu sumele combinațiilor soiuri-ani (VA) (tabelul 13.27) și un tabel cu sumele combinațiilor blocuri-ani (BA) (tabelul 13.28).

TABELUL 13.27: Soiuri și ani (VA)

Anul	Soiul					Total
	1	2	3	4	5	
1960	86,9	82,4	64,9	41,5	50,4	326,1
1961	73,1	69,7	53,9	36,0	35,8	268,5
Total	160,0	152,1	118,8	77,5	86,2	594,6

TABELUL 13.28: Blocuri și ani (BA)

Anul	Blocul					Total
	I	II	III	IV	V	
1960	65,0	69,8	60,0	69,9	61,4	326,1
1961	52,1	55,3	51,1	56,7	53,3	268,5
Total	117,1	125,1	111,1	126,6	114,7	594,6

Grade de libertate:

Blocuri B $\quad b - 1 = 5 - 1 = 4$

Soiuri V $\quad v - 1 = 5 - 1 = 4$

Eroare (a) $\quad (b - 1)\ (v - 1) = 4 \cdot 4 = 16$

Total $\quad b \cdot v - 1 = 25 - 1 = 24$

Ani A $\quad (a - 1) = 2 - 1 = 1$

Interacțiune $V \times A$ $\quad (v - 1)\ (a - 1) = 4 \cdot 1 = 4$

Interacțiune $B \times A$ $\quad (b - 1)\ (a - 1) = 4 \cdot 1 = 4$

Eroare (b) $\quad (b - 1)\ (v - 1)\ (a - 1) = 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$

Total general $N - 1$ sau $b \cdot v \cdot a - 1 = 50 - 1 = 49$

AV se desfășoară astfel:

Termenul de corecție TC: $\frac{594,6}{50} = 7070,98$

Suma patratelor abaterilor *SPA* :

Total: $17{,}4^2 + 14{,}3^2 + \ldots + 9{,}8^2 + 7{,}5^2 - 7070{,}98 = 665{,}60$

Blocuri : $\frac{117{,}1^2 + 125{,}1^2 + \ldots + 114{,}7^2}{10} - 7070{,}98 = 17{,}95$

Soiuri : $\frac{160{,}0^2 + 152{,}1^2 + \ldots + 77{,}5^2 + 86{,}2^2}{10} - 7070{,}98 = 557{,}47$

Combinaţii *BV* : $\frac{31{,}7^2 + 30{,}5^2 + \ldots + 17{,}3^2 + 18{,}7^2}{2} - 7070{,}98 = 583{,}31$

Eroare (*a*) : $583{,}31 - 17{,}95 - 557{,}47 = 7{,}89$

Ani : $\frac{326{,}1^2 + 268{,}5^2}{25} - 7070{,}98 = 66{,}36$

Combinaţii *VA* : $\frac{86{,}9^2 + 73{,}1^2 + \ldots + 50{,}4^2 + 35{,}8^2}{5} - 7070{,}98 = 629{,}09$

Interacţiune $V \times A$: $629{,}09 - 557{,}47 - 66{,}36 = 5{,}26$

Combinaţii *BA* : $\frac{65{,}0^2 + 52{,}1^2 + \ldots + 61{,}4^2 + 53{,}3^2}{5} - 7070{,}98 = 87{,}52$

Interacţiune $B \times A$: $87{,}52 - 17{,}95 - 66{,}36 = 3{,}21$

Eroare (*b*) : $665{,}60 - 17{,}95 - 557{,}47 - 7{,}89 - 66{,}36 - 5{,}26 - 3{,}21 = 7{,}46$

TABELUL 13.29: Tabelul varianţelor pentru exemplul 13.4

Sursa variaţiei	*SPA*	*l*	s^2	*F*
Blocuri	17,95	4		
Soiuri	557,47	4	139,37	284,43**
Eroare (*a*)	7,89	16	0,49	
Total	583,31	24		
Ani	66,36	1	66,36	141,19**
Interacţiune $V \times A$	5,26	4	1,32	2,81
Interacţiune $B \times A$	3,21	4	0,80	0,17
Eroare (*b*)	7,46	16	0,47	
Total general	665,60	49		

Scanned with OKEN Scanner

Se constată că diferenţele de producţie dintre soiuri sînt foarte asigurate. De asemenea, se constată o puternică influenţă a anilor asupra producţiei. În ceea ce priveşte interacţiunea $V \times A$, practic o putem considera semnificativă, deoarece valoarea F găsită (2,81) este foarte apropiată de cea teoretică ($F_{5\%} = 3{,}01$).

Pentru examinarea diferenţelor dintre diferitele soiuri (mediile soiurilor sînt redate în tabelul 13.26, ultima coloană) aplicăm testul t, folosind ca varianţă a erorii, eroarea (a) ($s_A^2 = 0{,}49$).

După acelaşi procedeu se calculează experienţele cu leguminoase perene (lucernă, trifoi, sparcetă etc.) şi graminee perene. Calculul se efectuează pentru fiecare coasă în parte.

13.5 Coeficientul de ereditate (heritability)

În experienţele de hibridare privind capacitatea de transmitere a unor însuşiri cantitative ale liniilor şi soiurilor valoroase de plante agricole, este foarte important să determinăm contribuţia factorilor ereditari, contribuţia factorilor mediului ambiant precum şi aportul interacţiunii dintre cele două categorii de factori la realizarea fenotipului. Pentru aceasta este necesar să încercăm hibrizii F_1 şi F_2 comparativ cu formele parentale în decurs de mai mulţi ani. Analiza varianţei se desfăşoară după schema unei experienţe bifactoriale descompunînd varianţa totală în 3 componente: varianţa „liniilor", varianţa „anilor" şi varianţa interacţiunii „linii x ani" + acţiunea factorilor accidentali. Influenţa factorilor accidentali nu poate fi separată de interacţiunea „linii x ani", deoarece obişnuit experienţele nu se execută în repetiţii. În cazul cînd experienţele se fac în repetiţii putem calcula atît varianţa interacţiunii „linii x ani" cît şi varianţa factorilor accidentali. Pentru testare ne servim, la experienţele fără repetiţii, de varianţa interacţiunii + acţiunea factorilor accidentali iar la experienţele în repetiţii, de varianţa factorilor accidentali (varianţa erorii).

Tabelul varianţelor cuprinde pe lîngă SPA, l, s^2, F şi acţiunea factorilor exprimată în % şi anume acţiunea factorului „linii" (genotip), acţiunea factorului „ani" (mediul ambiant) şi acţiunea „restului" (interacţiune + eroare).

Acţiunea factorilor se poate calcula prin două metode. Prima metodă constă în exprimarea sumelor patratelor abaterilor individuale în % din suma patratelor abaterilor pentru total (N. Plochinski, 1961). A doua metodă constă în exprimarea varianţelor individuale în % din varianţa totală (G. Pollmer, 1957). Ambele metode dau rezultate asemănătoare. Metoda lui Plochinski este mai simplă.

Pentru aplicarea testului t ne servim fie de varianţa interacţiunii „linii x ani" + eroare (la experienţele fără repetiţii) fie de" varianţa erorii "(la experienţele în repetiţii).

Exemplul 13.5. Pentru studiul capacităţii de transmitere a elementelor de productivitate ale unor linii valoroase de grîu de toamnă s-au făcut hibri-

Scanned with OKEN Scanner

dări între aceste linii. Hibrizii F_1 și F_2 au fost încercați alături de formele parentale timp de 4 ani. Pentru fiecare element al productivității s-au făcut în fiecare an determinări la 50 plante, la hibrizi și la formele parentale. La hibrizii dintre liniile *A* și *B* s-au obținut, în ceea ce privește numărul mediu de boabe la spic următoarele rezultate (Tabelul 13.30).

TABELUL 13.30: Numărul mediu de boabe al unui spic la hibrizii de grîu $A \times B$

Anul	Linia				Suma	Media
	A	*B*	F_1	F_2		
1962	44	37	57	48	186	46,5
1963	50	41	59	50	200	50,0
1964	37	30	45	43	155	38,8
1965	56	45	68	60	229	57,2
Suma	187	153	229	201	770	
Media	46,8	38,3	57,2	50,2		

Analiza variantei se desfășoară astfel:

Termenul de corecție $TC: \frac{770^2}{16} = 37056{,}25$

Suma patratelor abaterilor *SPA*:

Total: $44^2 + 50^2 + \ldots + 43^2 + 60^2 - 37056{,}25 = 1491{,}75$

Linii: $\frac{187^2 + 153^2 + 229^2 + 201^2}{4} - 37056{,}25 = 748{,}75$

Ani: $\frac{186^2 + 200^2 + 155^2 + 229^2}{4} - 37056{,}25 = 709{,}25$

Interacțiune „linii x ani" + eroare:

$$1491{,}75 - 748{,}75 - 709{,}25 = 33{,}75$$

TABELUL 13.31: Tabelul variantelor

Sursa variației	*SPA*	*	s^2	*F*	Acțiunea factorilor
Linii	748,75	3	249,58	66,55**	50,19%
Ani	709,25	3	236,42	63,04**	47,54%
Interacțiune „linii × ani" + eroare	33,75	9	3,75		2,26%
Total	1491,75	15			99,99%

Concluzii:

a) Reacția liniilor la condițiile ecologice ale anilor este distinct semnificativă.
b) Diferențele dintre linii sînt de asemenea distinct semnificative.
Testul t

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 33{,}75}{4}} = 4{,}11$$

$$DL_{5\%} = 2{,}26 \cdot 4{,}11 = 9{,}29$$

$$DL_{1\%} = 3{,}25 \cdot 4{,}11 = 13{,}36.$$

Hibrizii din F_1 și F_2 manifestă o superioritate semnificativă față de formele parentale.

c). Factorii genetici contribuie la realizarea fenotipului în proporție de 50,19% iar factorii ecologici în proporție de 47,54%, acțiunea ambelor categorii de factori fiind distinct semnificativă. Interacțiunea factorilor are un rol neînsemnat.

Pentru o estimare mai completă a acțiunii factorilor ereditari (genotip), a factorilor mediului și a interacțiunii putem continua calculul din tabelul 13.31, calculînd componentele varianței și participațiile varianței. Pentru aceasta folosim schema preconizată de A. Lein 1960 (Tabelul 13.32).

Referindu-ne la exemplul 13.5 obținem pentrù componentele varianței și participațiile varianței valorile din tabelul 13.32 partea de jos. Din datele din coloanele 6 și 7 se constată că genotipul participă la realizarea fenotipului în proporție de 0,4944 (din unitate) sau 49,4%, mediul în proporție de 0,4679 (din unitate) sau 46,8%, iar interacțiunea în proporție de 0,038 (din unitate) sau 3,8%. Se confirmă astfel datele din tabelul variațelor (Tabelul 13.31).

În genetica cantitativă o importanță deosebită prezintă *coeficientul de ereditate* (Heritability) al unei însușiri adică gradul de transmitere a însușirii respective la descendenți. În literatura genetică, la stabilirea acestui coeficient se pleacă de la „varianța fenotipică" s_F^2, care se construiește additiv din componentele varianței (vezi tabelul 13.32).

$$s_F^2 = s_G^2 + s_M^2 + s_{GM}^2 \qquad (13.1)$$

În acest caz coeficientul de ereditate h^2 este :

$$h^2 = \frac{s_G^2}{s_F^2} \qquad (13.2)$$

Varianța fenotipică s_F^2 calculată după formula (13.1) este mai mare decît varianța totală s_T^2 stabilită pe cale experimentală, după cum se poate vedea din datele prezentate în tabelul 13.32, ceea ce nu este just, deoarece varianța totală este valoarea estimativă directă pentru variabilitatea fenotipului. Din calculul AV se poate ușor deduce (A. Lein, 1960) :

$$s_T^2 = \frac{m(g-1)}{g \cdot m - 1} \cdot s_G^2 + \frac{g(m-1)}{g \cdot m - 1} s_M^2 + s_{GM}^2 \qquad (13.3)$$

TABELUL 13.32: Calculul componentelor varianței și participațiilor varianței (după A. Lein, 1960).

Sursa variației	Suma patratelor abaterilor SPA	Grade de libertate l	Abaterea medie patratică AMP	Componentele varianței	Participațiile varianței	
					în valori absolute	în %
Genotip (Linii)	SPA_G	$g-1$	AMP_G	$s^2_G = (AMP_G - AMP_{GM})/m$	$[(g-1)(AMP_G - AMP_{GM})]/SPA_T$	.....
Mediu (Ani)	SPA_M	$m-1$	AMP_M	$s^2_M = (AMP_M - AMP_{GM})/g$	$[(m-1)(AMP_M - AMP_{GM})]/SPA_T$	.....
Interacțiune linii × ani + eroare	SPA_{GM}	$(g-1)(m-1)$	AMP_{GM}	$s^2_{GM} = AMP_{GM}$	AMP_{GM}/AMP_T	.....
Total	SPA_T	$g \cdot m - 1$	$s^2_T = AMP_T$	$s^2_F = s^2_G + s^2_M + s^2_{GM}$	1	100

Linii	748,75	3	249,58	61,46	0,4944	49,4
Ani	709,25	3	236,42	58,17	0,4679	46,8
Interacțiune „linii × ani" + eroare	33,75	9	3,75	3,75	0,0377	3,8
Total	1491,75	15	99,45	123,38	1,0000	100,0

Scanned with OKEN Scanner

De aceea L e i n preconizează următoarea formulă pentru calculul coeficientului de ereditate H.

$$H = \frac{m(g-1)}{g \cdot m - 1} \cdot \frac{s_G^2}{s_T^2} \qquad (13.4)$$

Formula (13.4) reprezintă o îmbunătățire substanțială față de formula (13.2), reflectînd mult mai real gradul de ereditate a însușirilor.

Calculînd coeficientul de ereditate H pentru numărul de boabe din spic găsim:

$$H = \frac{4(4-1)}{4 \cdot 4 - 1} \cdot \frac{61,46}{99,45} = 0,49$$

Valoarea găsită ($H = 0,49$) ne arată că fenotipul reflectă genotipul în general satisfăcător. Alegînd spicele cu un număr mare de boabe avem 50% șanse să obținem linii cu un număr mare de boabe care să-și mențină această însușire.

Cu cît coeficientul de ereditate tinde spre 0 (zero) cu atît fenotipul reflectă în mai mică măsură genotipul și invers cu cît tinde spre 1 cu atît exteriorizează mai complet genotipul.

C A P I T O L U L 14

Calcularea și interpretarea experiențelor incomplete

Valorificarea prin metoda analizei variației a unei experiențe așezate după una din metodele indicate în cap. 10 impune condiția ca experiența să fie completă. Prin experiență completă se înțelege experiența ale cărei variante (în cazul experiențelor monofactoriale) sau combinații de variante (în cazul experiențelor polifactoriale) dispun de valori individuale în toate blocurile. Lipsa unei valori individuale din schema experimentală face imposibilă aplicarea analizei variației.

Există trei procedee de calcul a experiențelor incomplete (cu valori individuale lipsă):

a) Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul formulelor
b) Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul analizei covarianței
c) Valorificarea experiențelor incomplete cu ajutorul metodei diferenței.

Scanned with OKEN Scanner

14.1. Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul formulelor

14.1.1. **Metoda blocurilor**

În cazul cînd lipsește o valoare individuală (producția unei parcele) x, valoarea respectivă se calculează cu ajutorul formulei următoare:

$$x = \frac{vV_l + nB_l - \Sigma x}{(v-1)\ (n-1)} \tag{14.1}$$

în care:

v = numărul variantelor
n = numărul blocurilor
V_l = suma variantei cu valoarea individuală lipsă
B_l = suma blocului cu valoarea individuală lipsă

Să presupunem că în experiența menționată în exemplul 11.1 (experiența cu linii de grîu de toamnă) parcela cu varianta 5 (linia F 63-53) din blocul *a*, a fost compromisă. Să se calculeze cu ajutorul formulei (14.1) producția parcelei lipsă.

$$x = \frac{(6 \cdot 19{,}4) + (5 \cdot 23{,}7) - 137}{(6-1)\ (5-1)} = 4{,}9 \text{ kg}$$

În cazul cînd lipsesc două valori individuale, x_1 și x_2, se procedează în felul următor: Se consideră că valoarea lui x_2 este prezentă egalînd-o cu o valoare mai mult sau mai puțin apropiată de exemplu cu media valorilor individuale ale aceleiași variante din celelalte blocuri sau cu media valorilor individuale ale blocului respectiv, după care se calculează valoarea lipsă pentru x_1 cu ajutorul formulei (14.1). Se consideră apoi că x_2 lipsește procedîndu-se la calculul acestuia cu ajutorul formulei 14.1 pe baza valorilor individuale existente, inclusiv noua valoare x_1. Se ia apoi din nou în considerare că x_1 lipsește calculîndu-se valoarea acestuia cu ajutorul formulei 14.1. După aceasta se are în vedere că x_2 lipsește din nou calculîndu-se încă o dată valoarea acestuia. Operația aceasta se repetă pînă cînd valorile lui x_1 și x_2 rămîn aproximativ constante. Se înțelege că la fiecare repetare a calculului se folosesc valorile îmbunătățite ale lui x_1 și x_2.

În cazul cînd lipsesc mai multe observații $x_1, x_2, x_3, x_4 \ldots x_n$, se dau observațiilor $x_2, x_3, x_4 \ldots x_n$ valori provizorii calculîndu-se cu ajutorul formulei (14.1) valoarea lui x_1. Apoi cu ajutorul valorii aproximative a lui x_1 și a valorilor provizorii ale lui $x_3, x_4 \ldots x_n$ se calculează valoarea lui x_2 cu ajutorul aceleiași formule (14.1). Calculul continuă pînă la ultima observație x_n. După terminarea primului ciclu urmează un nou ciclu de calcule care începe cu x_1 folosindu-se de data aceasta valorile îmbunătățite ale lui $x_2, x_3, x_4 \ldots x_n$. Calculul continuă pînă cînd valorile lui $x_1, x_2, x_3, x_4 \ldots x_n$ rămîn aproximativ constante.

După ce valorile lipsă au fost calculate, acestea se introduc în tabelul cu datele experimentale aranjate după planul de așezare a experienței, procedîn-

Scanned with OKEN Scanner

du-se la efectuarea analizei varianței care se desfășoară ca și la experiențele complete cu respectarea următoarelor restricții :

a) Numărul gradelor de libertate pentru total și pentru eroare se micșorează cu un număr egal cu numărul observațiilor lipsă, deoarece acestea din urmă nu se supun legii distribuției normale.

b) Eroarea standard a diferenței dintre media unei variante cu valori individuale lipsă și media unei variante complete se calculează cu ajutorul formulei (2.54) sau a formulei (14.2), deoarece numărul blocurilor este diferit.

$$s_d = \sqrt{s^2\left(\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}\right)} \tag{2.54}$$

$$s_d = \sqrt{s^2\left[\frac{2}{n} + \frac{v}{n(n-1)(v-1)}\right]} \tag{14.2}$$

Trebuie să mai menționăm că mediile se calculează pornind de la sumele observațiilor existente și a celor lipsă ale fiecărei variante.

Detaliile metodei de analiza statistică a experiențelor cu valori lipsă așezate după metoda blocurilor se găsesc în lucrările lui F. Yates, 1933 și J. Taylor, 1948.

14.1.2. Patratul latin

Formula pentru calculul unei observații lipsă este următoarea :

$$x = \frac{vV_l + nB_l + cCo_l - 2\Sigma x}{(n-1)(v-2)} \tag{14.3}$$

în care :

v, n, V_l și B_l au aceeași semnificație ca și în formula (14.1), iar
c = numărul coloanelor
Co_l = suma coloanei cu valoarea individuală lipsă

Deoarece numărul variantelor este egal cu cel al blocurilor (rîndurilor) și cu cel al coloanelor formula (14.3) poate fi simplificată astfel : (F. Yates, 1933).

$$x = \frac{a(V_l + Rd_l + Co_l) - 2\Sigma x}{(a-1)(a-2)} \tag{14.4}$$

în care :

a = numărul variantelor, rîndurilor sau coloanelor
Rd_l = suma rîndului cu valoarea individuală lipsă

Dacă lipsesc mai multe observații se procedează la fel ca la metoda blocurilor folosind formula (14.4).

Scanned with OKEN Scanner

Analiza variației se aplică la fel ca la experiențele complete cu următoarele excepții:

a). Numărul gradelor de libertate pentru total și pentru eroare se micșorează cu un număr egal cu numărul valorilor lipsă.

b). Eroarea standard a diferenței dintre media unei variante complete și media unei variante incomplete se calculează cu ajutorul formulei (14.5).

$$s_d = \sqrt{s^2\left(\frac{2}{n} + \frac{1}{(n-1)(n-2)}\right)} \qquad (14.5)$$

Ca exemplu să luăm experiența cu linii de fasole (exemplul 11.2) în care să considerăm că parcela cu varianta nr. 2 (soiul Great Northern) din rîndul *a*, coloana a II-a a fost compromisă. Producția parcelei lipsă este:

$$x = \frac{5(13{,}6 + 10{,}8 + 11{,}5) - 2 \cdot 66{,}6}{(5-1)(5-2)} = 3{,}9 \text{ kg}$$

Date mai complete asupra analizei experiențelor cu observații lipsă așezate după metoda patratului latin se găsesc în lucrările lui F. Yates, 1936; F. Yates și R. W. Hale, 1939; D. B. DeLury 1946.

14.1.3. **Dreptunghiul latin**

Completarea valorilor lipsă se face cu ajutorul formulei (14.5 a).

$$x = \frac{n(V_l \cdot z + B_l + Co_l) - 2\Sigma x}{(n-1)(v-1)} \qquad (14.5\ a)$$

în care v, n, V_l, B_l și Co_l au aceeași semnificație ca și în formula (14.3) iar z reprezintă numărul subcoloanelor.

Să admitem că în experiența cu linii de cînepă din exemplul 11.3 lipsește producția parcelei ocupată de varianta nr. 1 (soiul ICAR 42-118) din blocul *a*, coloana I. Să se calculeze observația lipsă ținînd seamă că $v = 8$, $n = 4$, $z = 2$, $V_l = 13{,}9 - 3{,}7 = 10{,}2$; $B_l = 41{,}0 - 3{,}7 = 37{,}3$; $Co_l = 33{,}6 - 3{,}7 = 29{,}9$.

$$x = \frac{4(10{,}2 \cdot 2 + 37{,}3 + 29{,}9) - 2 \cdot 144{,}8}{(4-1)(8-1)} = 3{,}4 \text{ kg}$$

14.1.4. **Grilajul simplu**

Observațiile lipsă se calculează cu ajutorul formulei (14.6).

$$x = \frac{k^2 V_l + nR_l + \Sigma x - 2kC_l + kC' - 4G}{(k-1)(nk-k-1)} \qquad (14.6)$$

în care:

k = numărul variantelor dintr-un bloc.
n = numărul repetiţiilor
V_l = suma variantei cu valoarea individuală lipsă
R_l = suma repetiţiei cu valoarea individuală lipsă
C_l = valoarea C a perechii de blocuri cu valoarea individuală lipsă.
C' = suma valorilor C a perechilor de blocuri în care este prezentă varianta cu parcela lipsă
G = suma grupelor în care se întîlneşte valoarea individuală lipsă

Să presupunem că în experienţa cu linii de cartofi aşezată după metoda grilajului simplu din exemplul 11.4 parcela ocupată de varianta nr. 1 din blocul (1), repetiţia I este compromisă. Să se calculeze cu ajutorul formulei (14.6) valoarea lipsă.

$$k = 4; \quad n = 4; \quad V_l = 12 - 6 = 6; \quad R_l = 198 - 6 = 192$$

$$\Sigma x = 559 - 6 = 553; \quad C_l = -33 + 6 = -27; \quad C' = -33 + 39 = 6$$

$$G = 358 - 6 = 352$$

$$x = \frac{(4^2 \cdot 6) + (4 \cdot 192) + 553 - 2 \cdot 4\,(-27) + (4 \cdot 6) - (4 \cdot 352)}{(4-1)\,(4 \cdot 4 - 4 - 1)} = 7{,}5$$

Cînd lipsesc mai multe observaţii se aplică aceeaşi formulă (14.6) dîndu-se observaţiilor x_2, x_3, $x_4 \ldots x_n$ valori aproximative.

Numărul gradelor de libertate pentru total şi eroare se micşorează cu un număr egal cu numărul observaţiilor lipsă.

14.1.5. Grilajul triplu

Valorile lipsă se calculează cu ajutorul formulei (14.7).

$$x = \frac{(n-1)\,k^2 V_l - n R_l + \Sigma x - nk C_l + k C'}{(n-1\,(k-1)\,(nk-k-1)} \qquad (14.7)$$

în care:

C_l = valoarea C din blocul cu valoarea individuală lipsă
C' = suma valorilor C din blocurile în care este prezentă varianta cu valoarea individuală lipsă

Celelalte simboluri au aceeaşi semnificaţie ca şi cele din formula (14.6).

Să admitem că în experienţa cu soiuri de ovăz din exemplul 11.5 aşezată după metoda grilajului triplu, parcela ocupată de varianta nr. 1 din blocul (1) repetiţia X este compromisă. Să se calculeze valoarea lipsă

$$n = 3; \quad k = 4; \quad V_l = 64 - 23 = 41; \quad R_l = 353 - 23 = 330;$$

$$\Sigma x = 939 - 23 = 916; \; C_l = -26 + 23 = -3;$$

$$C' = -26 + 11 + 1 = -14$$

$$x = \frac{(3-1)\,(16 \cdot 41) - (3 \cdot 330) + 916 - 3 \cdot 4(-3) + 4\,(-14)}{(3-1)\,(4-1)\,(3 \cdot 4 - 4 - 1)} = 29 \text{ q}$$

La stabilirea gradelor de libertate pentru total şi eroare se aplică restricţiile menţionate la metodele anterioare.

Scanned with OKEN Scanner

14.1.6. Grilajul balansat

Metodele de calcul a grilajelor balansate cu valori lipsă au fost elaborate de E. A. Cornish, 1943.

Formula pentru calculul observațiilor lipsă este:

$$x = \frac{k^2 V_l + k(k+1) B_l - R_l + \Sigma x - k V_b - k B_v}{k(k-1)^2} \qquad (14.8)$$

în care:

V_l B_l și R_l reprezintă suma pentru varianta, blocul și repetiția cu observația lipsă.
V_b = suma tuturor variantelor (din toate repetițiile) care apar în blocul cu valoarea individuală lipsă
B_v = suma tuturor blocurilor în care apare varianta cu parcela lipsă.

Să se calculeze valoarea lipsă a variantei nr. 1, blocul (1), repetiția I din experiența cu linii de orzoaică așezată după metoda grilajului balansat (exemplul 11.6).

$k = 3$; $V_l = 70 - 15 = 55$; $B_l = 75 - 15 = 60$; $R_l = 235 - 15 = 220$;

$$\Sigma x = 962 - 15 = 947; \quad V_b = 55 + 83 + 158 = 296;$$

$$B_v = 60 + 82 + 76 + 62 = 280.$$

$$x = \frac{3^2 \cdot 55 + 3(3+1)\,60 - 220 + 947 - 3 \cdot 296 - 3 \cdot 280}{3(3-1)^2} = 17{,}8 \text{ q.}$$

La stabilirea gradelor de libertate pentru total și eroare se respectă restricțiile amintite la celelalte metode.

14.1.7. Metoda blocurilor incomplete balansate

Elaborarea metodelor pentru calculul experiențelor cu observații lipsă se datorește lui E. A. Cornish, 1940; W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957.

Formula pentru calculul valorilor lipsă este:

$$x = \frac{nv(k-1)B_l + k(v-1)Q - (v-1)Q'}{(k-1)[nv(k-1) - k(v-1)]} \qquad (14.9)$$

în care:

B_l reprezintă suma blocului cu valoarea individuală lipsă
Q = valoarea $Q = (kV - B_V)$ a variantei cu valoarea individuală lipsă
Q' = suma valorilor Q a tuturor variantelor prezente în blocul cu valoarea lipsă.

Scanned with OKEN Scanner

Să se calculeze observaţia lipsă a variantei nr. 1, blocul 1, repetiţia I din experienţa cu hibrizi dubli de porumb aşezată după metoda blocurilor incomplete balansate (exemplul 11.7).

$$n = 5, \quad v = 6, \quad k = 2, \quad B_l = 2 - 0 = 2, \quad Q = (-15) - (0) = -15,$$

$$Q' = -15 - 5 = -20$$

$$x = \frac{5 \cdot 6(2-1)\,2 + 2(6-1)\,(-15) - (6-1)\,(-20)}{(2-1)\,[5 \cdot 6(2-1) - 2(6-1)]} = 0{,}5 \text{ kg}$$

Numărul gradelor de libertate pentru total şi eroare se reduce cu un număr egal cu numărul observaţiilor lipsă.

14.1.8. **Patratul lui Youden**

Calculul valorilor lipsă se efectuează cu ajutorul formulei (14.10).

$$x = \frac{\lambda\,[vB_l + nCo_l + (v-1)\,V_l - \Sigma x] - nV'_l - (n-1)\,B_{v_l} + B'_{V_l}}{n(n-1)\,(n-2)} \qquad (14.10)$$

în care:

λ = frecvenţa apariţiei aceloraşi două variante în bloc
B_l, Co_l şi V_l = suma blocului, coloanei, şi variantei cu valoarea lipsă.
V'_l = suma tuturor celorlalte variante (din toate repetiţiile) care apar în blocul cu valoarea individuală lipsă
B'_{V_l} = suma valorilor B_V a tuturor celorlalte variante prezente în blocul cu valoarea lipsă
B_{v_l} = suma tuturor blocurilor cu varianta care are valoarea lipsă

14.1.9. **Grilajul patratic**

Procedeul de analiză statistică a grilajelor patrate cu valori lipsă a fost elaborat de E. A. Cornish, 1944.

Pentru experienţele cu $(k+1)/2$ repetiţii valorile lipsă se calculează cu ajutorul formulei (14.11).

$$x = \frac{k(k-1)\,(Rd_l + Co_l) - (k+3)\,P_l + 2k(k-2)\,V_l + 6\Sigma x - 2kS_x - 2kV_x}{(k-1)^2\,(k-3)} \qquad (14.11)$$

iar pentru experienţele cu $(k+1)$ repetiţii cu ajutorul formulei (14.12).

$$x = \frac{k(k-1)\,(Rd_l + Co_l) - (k+1)\,P_l + k(k-2)\,V_l + 3\Sigma x - kS_x - kV_x + Z}{(k-1)^2\,(k-2)} \qquad (14.12)$$

Scanned with OKEN Scanner

Semnificaţia simbolurilor din formulele (14.11) şi (14.12) este următoarea:

Rd_l, Co_l, V_l şi P_l reprezintă suma rîndului, coloanei, tratamentului şi repetiţiei cu valoarea lipsă.

S_x = suma tuturor celorlalte rînduri şi coloanei în care apare varianta cu valoarea lipsă (de notat că această sumă nu cuprinde rîndul şi coloana care conţine valoarea lipsă).

V_x = suma tuturor celorlalte variante (din toate repetiţiile) care apar în rîndul şi coloana care conţine valoarea lipsă.

$$Z = kRd_1 - P_1 + kCo_{l_2} - P_{l_2}$$

Să se calculeze valoarea lipsă a variantei nr. 1 din blocul (1), coloana (1), repetiţia I din experienţa cu hibrizi dubli de porumb aşezată după metoda grilajului patrat de tipul 5×5 în $(k + 1)/2$ repetiţii (vezi exemplul 4.8).

$$k = 5, \quad Rd_l = 84{,}1 - 19{,}2 = 64{,}9, \quad Co_l = 102{,}1 - 19{,}2 = 82{,}9,$$

$$P_l = 476{,}0 - 19{,}2 = 456{,}8, \quad V_l = 56{,}3 - 19{,}2 = 37{,}1,$$

$$\Sigma x = 1451{,}4 - 19{,}2 = 1432{,}2, \quad S_x = 101{,}4 + 104{,}1 + 89{,}6 + 90{,}6 = 385{,}7, \quad V_x = 59{,}7 + 60{,}9 + 61{,}7 + 33{,}5 + 64{,}3 + 53{,}3 + 70{,}8 + 57{,}8 = 462{,}0$$

$$x = \frac{5(5-1)(64{,}9+82{,}9)-(5+3)456{,}8+2\cdot 5(5-2)37{,}1+6\cdot 1432{,}2-2\cdot 5\cdot 385{,}7-2\cdot 5\cdot 462{,}0}{(5-1)^2(5-3)} = 16{,}6$$

14.2.0. Metoda parcelelor subdivizate

14.2.0.1. *Experienţe cu doi factori*

Formula pentru calculul observaţiilor lipsă la experienţele cu doi factori A şi B a fost elaborată de R. L. Anderson, 1946. Să presupunem că într-o subunitate (parcelă mică) lipseşte valoarea individuală respectivă. Să notăm cu (a_ib_j) combinaţia de tratamente din această parcelă. Formula pentru calculul valorii lipsă este următoarea:

$$x = \frac{nU + b(A_i\,B_j) - A_i}{(n-1)(b-1)} \tag{14.13}$$

în care:

n = numărul blocurilor (repetiţiilor)
b = numărul gradărilor factorului B
U = suma unităţii (parcelei mari) cu valoarea individuală lipsă (din blocul respectiv)
A_iB_j = suma tuturor parcelelor mici care au combinaţia (a_ib_j)
A_i = suma tuturor observaţiilor care se găsesc în gradarea i a factorului A

Pentru exemplificare să ne referim la experienţa privind influenţa azotatului de amoniu în doze diferite (factorul A) asupra diferitelor soiuri de grîu de

toamnă (factorul B) din exemplul 12.2, în care să presupunem că lipsește producția parcelei ocupată de combinația a_0b_0 din blocul 1 (vezi tabelul 12.8). Să se stabilească cu ajutorul formulei (14.13) producția parcelei respective Folosind datele din tabelele 12.8, 12.9 și 12.10 avem :

$$n = 5; \quad b = 3: U = 14{,}8 - 4{,}0 = 10{,}8; \quad A_iB_j = 22{,}1 - 4 = 18{,}1$$

$$A_i = 81{,}1 - 4 = 77{,}1$$

$$x = \frac{5 \cdot 10{,}8 + 3 \cdot 18{,}1 - 77{,}1}{(5-1)\,3-1)} = 3{,}9 \text{ kg}$$

Dacă lipsesc mai multe observații se repetă calculul pentru fiecare observație lipsă așa cum s-a arătat la metoda blocurilor (secțiunea 14.11) folosind formula (14.13).

La analiza variației trebuie să fim atenți să scădem din numărul gradelor de libertate pentru eroarea (b) un număr egal cu numărul valorilor individuale lipsă.

Pentru calculul erorii standard a diferenței dintre două medii se recomandă să se folosească următoarele formule (W. G. Cochran și G. M. Cox, 1957).

a) Diferența între două medii ale factorului A

$$s_d = \sqrt{2[s_A^2 + fs_B^2]/nb}$$

b) Diferența între două medii ale factorului B

$$s_d = \sqrt{2s_B^2[1 + (fb/a)]/na}$$

c) Diferența între două medii ale factorului B la aceeași gradare a lui A

$$s_d = \sqrt{2s_B^2[1 + (fb/a)]/n}$$

d) Diferența între două medii ale factorului A la aceeași gradare a lui B sau la gradări diferite ale lui B

$$s_d = \sqrt{(2s_A^2/nb) + (2s_B^2)\,[(b-1) + fb^2]/nb}$$

În cazul cînd lipsește o singură observație factorul f este $1/2(n-1)(b-1)$, în cazul cînd lipsesc mai multe valori factorul f este :

$$f = \frac{k}{2(n-d)\,(b-k+c-1)}$$

în care :

k = numărul observațiilor lipsă
c = numărul repetițiilor care conțin una sau mai multe observații lipsă
d = numărul observațiilor lipsă în subunitatea cu tratamentul (a_ib_j) cel mai mult afectat.

Scanned with OKEN Scanner

14.2.0.2. *Experiențe cu trei factori*

Pentru calculul obsevațiilor lipsă la experiențele cu trei factori A, B și C recomandăm formula (14.14).

Să admitem că dintr-o sub-subunitate (parcelă mică) lipsește valoarea individuală respectivă. Fie $(a_i b_i c_j)$ combinația de tratamente din această parcelă. Formula pentru calculul valorii lipsă este următoarea:

$$x = \frac{nU + c(A_i B_i C_j) - A_i}{(n-1)(c-1)} \tag{14.14}$$

în care:

n, U și A_i au semnificația din formula (14.14) iar
c = numărul gradărilor factorului C
$A_i B_i C_j$ = suma tuturor parcelelor mici care au combinația $a_i b_i c_j$

Să luăm ca exemplu experiența privind influența diferitelor măsuri agrotehnice (factorii A, B și C) asupra producției de rădăcini la sfeclă din exemplul 12.3, în care să presupunem că lipsește producția parcelei mici cu combinația $a_1 b_1 c_5$ din blocul 1 (vezi tabelul 12.13). Să se calculeze cu ajutorul formulei (14.14) producția parcelei respective. Folosind datele din tabelele 12.13, 12.14 și 12.20 avem:

$$n = 6; \quad c = 6; \quad U = 258{,}6 - 22{,}0 = 236{,}6;$$

$$A_i B_i C_j = 142{,}0 - 22{,}0 = 120{,}0; \quad A_i = 1633{,}1 - 22{,}0 = 1611{,}1$$

$$x = \frac{6 \cdot 236{,}6 + 6 \cdot 120{,}0 - 1611{,}1}{(6-1)(6-1)} = 21{,}1 \text{ kg}$$

Dacă lipsesc mai multe observații se repetă calculul pentru fiecare observație lipsă folosind formula (14.14).

Numărul gradelor de libertate pentru eroarea (c) se reduce cu un număr egal cu numărul observațiilor lipsă.

14.2. Calcularea valorilor lipsă cu ajutorul analizei covarianței

Potrivit acestei metode toate valorile individuale se aranjează în *pseudovariabile* și anume una din valorile lipsă primește mărimea 1 iar toate celelalte valori prezente primesc mărimea 0 (zero). Pe această cale se pot calcula coeficienții de regresie, a căror mărime corespunde cu valorile lipsă. Metoda este indicată pentru cazul cînd lipsesc două sau mai multe observații, efectuîndu-se *ACoV* dublă, triplă etc.

Exemplul 14.1. Fie o experiență cu linii de soia așezată după metoda blocurilor, în care două parcele au fost compromise. Producțiile și valorile lipsă x și x' sînt redate în tabelul 14.1.

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL 14.1: Producțiile liniilor de soia (kg/parcelă) (variabila y)

Blocul	Varianța					ΣB
	1	2	3	4	5	
1	8,5	4,0	6,3	5,3	7,5	31,6
2	9,9	4,8	7,0	5,0	7,5	34,2
3	7,7	3,5	x	5,8	7,9	24,9
4	8,0	4,2	6,8	6,0	x'	25,0
5	7,9	3,9	6,6	5,5	7,8	31,7
ΣV	42,0	20,4	26,7	27,6	30,7	147,4

Să se calculeze valorile lipsă x și x' cu ajutorul *ACoV* duble. *ACoV* se desfășoară în trei etape: *ACoV* xy, *ACoV* $x'y$ și *ACoV* xx'.

ACoV xy. Valoarea lipsă x primește ca pseudovariabilă valoarea 1, iar toate celelalte observații primesc valoarea 0 (zero), efectuîndu-se *ACoV* pentru x și y (Tabelul 14.2). Deoarece numai o observație poate fi înlocuită cu o pseudovariabilă, dăm celeilalte valori lipsă x', o valoare provizorie de exemplu 7 [(26,7 + 30,7)/8 = 7,17 sau rotund 7]

TABELUL 14.2: Pseudovariabila x

Blocul	Varianta					ΣB
	1	2	3	4	5	
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
ΣV	0	0	1	0	0	1

Calculăm mai întîi suma patratelor abaterilor pentru x, SPA_x

Termenul de corecție $TC: \frac{1^2}{25} = 0,04$

Total: $1^2 - 0,04 = 0,96$

Blocuri: $\frac{1^2}{5} - 0,04 = 0,16$

Variante: $\frac{1^2}{5} - 0,04 = 0,16$

Eroare: $0,96 - 0,16 - 0,16 = 0,64$

Scanned with OKEN Scanner

Urmează calculul sumei produsurilor abaterilor xy, $SPrA_{xy}$. La calcul trebuie să avem grijă ca în tabelul 14.1 să înlocuim pe x' cu 7 iar pe x cu 0 (zero).

$$\text{Termenul de corecție } TC: \frac{1 \cdot 154,7}{25} = 6,18$$

$$\text{Total}: 0 - 6,18 = 6,18$$

$$\text{Blocuri}: \frac{1 \cdot 24,9}{5} - 6,18 = -1,20$$

$$\text{Variante}: \frac{1 \cdot 26,7}{5} - 6,18 = -0,84$$

$$\text{Eroare}: -6,18 - (-1,20) - (-0,84) = -4,14$$

$ACoVx'y$. Valoarea x din tabelul 14.1 primește de astă dată valoarea 7 iar x' primește ca pseudovariabilă valoarea 1 (Tabelul 14.3).

TABELUL 14.3: Pseudovariabila x'

Blocul	Varianta					ΣB
	1	2	3	4	5	
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	0
ΣV	0	0	0	0	1	1

Suma patratelor abaterilor pentru x', $SPA_{x'}$

$$\text{Termenul de corecție } TC: \frac{1^2}{25} = 0,04$$

$$\text{Total}: 1^2 - 0,04 = 0,96$$

$$\text{Blocuri}: \frac{1^2}{5} - 0,04 = 0,16$$

$$\text{Variante}: \frac{1^2}{5} - 0,04 = 0,16$$

$$\text{Eroare}: 0,96 - 0,16 - 0,16 = 0,64$$

La calculul sumei produsurilor abaterilor $x'y$, $SPrA_{x'y}$ trebuie în prealabil să înlocuim , în tabelul 14.1, pe x cu 7 iar pe x' cu 0.

Scanned with OKEN Scanner

Termenul de corecție $TC: \frac{1 \cdot 154,5}{25} = 6,18$

Total: $0 - 6,18 = -6,18$

Blocuri: $\frac{1 \cdot 25,0}{5} - 6,18 = -1,18$

Variante: $\frac{1 \cdot 30,7}{5} - 6,18 = -0,04$

Eroare: $-6,18 - (-1,18) - (-0,04) = -4,96$

ACoV xx'. constă în calculul *SPrA* între cele două pseudovariabile x și x'.

Termenul de corecție $TC: \frac{1 \cdot 1}{25} = 0,04$

Total: $0 - 0,04 = -0,04$

Blocuri: $0 - 0,04 = -0,04$

Variante: $0 - 0,04 = -0,04$

Eroare: $-0,04 - (-0,04) - (-0,04) = 0,04$

Pentru calculul coeficienților de regresie recapitulăm valorile *SPA* și *SPrA* pentru eroare

$$SPA_x = 0,64$$
$$SPA_{x'} = 0,64$$
$$SPrA_{xy} = -4,14$$
$$SPrA_{x'y} = -4,96$$
$$SPrA_{xx'} = 0,04$$

Urmează calculul coeficienților de regresie, b_x și $b_{x'}$

$$b_x = \frac{x' \cdot xy - xx' \cdot x'y}{x \cdot x' - (xx')^2} = \frac{0,64 \cdot (-4,14) - 0,04 \cdot (-4,96)}{(0,64 \cdot 0,64) - (0,04)^2} = -6,0$$

$$b_{x'} = \frac{x \cdot x'y - xx' \cdot xy}{xx' - (xx')^2} = \frac{0,64 \cdot (-4,96) - 0,04 \cdot (-4,14)}{(0,64 \cdot 0,64) - (0,04)^2} = -7,4$$

Observațiile lipsă au următoarele valori:

$$x = 0 - (-6,0) = 6 \text{ kg}$$
$$x' = 0 - (-7,4) = 7,4 \text{ kg}$$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile lipsă $x = 6$ şi $x' = 7{,}4$ se introduc în tabel (Tabelul 14.4) şi se efectuează AV ca la metoda blocurilor (secţiunea 11.1). Numărul gradelor de libertate pentru total şi eroare se micşorează cu un număr egal cu numărul valorilor lipsă.

$$\text{Total } 24 - 2 = 22$$

$$\text{Blocuri } 5 - 1 = 4$$

$$\text{Variante } 5 - 1 = 4$$

$$\text{Eroare } 22 - 4 - 4 = 14$$

Rezultatele analizei varianţei se văd în tabelul 14.5. Reiese că liniile de soia diferă între ele distinct semnificativ în ceea ce priveşte capacitatea de producţie. Întrucît unele variante au 4 repetiţii, iar altele 5 repetiţii, abaterea standard a diferenţei se calculează cu ajutorul formulei (2.54).

TABELUL 14.4: Producţiile liniilor de soia (kg/parcelă) cu x şi x' completate

Blocul	Varianta					ΣB
	1	2	3	4	5	
1	8,5	4,0	6,3	5,3	7,5	31,6
2	9,9	4,8	7,0	5,0	7,5	34,2
3	7,7	3,5	6,0	5,8	7,9	30,9
4	8,0	4,2	6,8	6,0	7,4	32,4
5	7,9	3,9	6,6	5,5	7,8	31,7
ΣV	42,0	20,4	32,7	27,6	38,1	160,8

TABELUL 14.5: Tabelul varianţelor pentru exemplul 14.1

Sursa variaţiei	SPA	l	s^2	F
Blocuri	1,26	4		
Variante	58,29	4	14,57	48,56**
Eroare	4,26	14	0,30	
Total	63,81	22		

$$s_d = \sqrt{0{,}30\left(\frac{(5+4)}{(5\cdot 4)}\right)} = 0{,}37 \text{ kg}$$

14.3 Calcularea experienţelor incomplete cu ajutorul metodei diferenţei

Spre deosebire de metodele anterioare (vezi 14.1 şi 14.2), care ne dau posibilitatea să calculăm valori individuale destul de apropiate de cele reale, valori care înlocuiesc valorile lipsă completînd astfel experienţa şi înlesnind valorificarea ei prin metoda AV, metoda diferenţei nu urmăreşte calculul observaţiilor lipsă ci face posibilă valorificarea experienţei chiar dacă are valori lipsă. Cu ajutorul acestei metode putem calcula experienţe care au un număr diferit de repetiţii, obţinînd cîte o varianţă a erorii pentru fiecare variantă în parte. Firește această metodă este mai puţin precisă decît metodele anterioare de exemplu $ACoV$, totuşi fiind o metodă simplă şi expeditivă prezintă importanţă pentru practică.

Exemplul 14.2. Să exemplificăm aplicarea metodei prin experienţa cu linii de soia din exemplul 14.1 (Tabelul 14.1). Se calculează mai întîi diferenţele dintre valorile individuale ale fiecărei variante şi media blocului respectiv. Pe baza diferenţelor fiecărei variante se calculează varianţa erorii pentru fiecare variantă. Numărul gradelor de libertate pentru fiecare variantă se stabileşte cu ajutorul formulei următoare:

$$l = (n - 1)\frac{v - 1}{v}$$

Desfăşurarea calculului se poate vedea în tabelul 14.6.

TABELUL 14.6: Calculul experienţei incomplete cu linii de soia prin metoda diferenţei

Blocul	Media blocului	Varianta 1		2		3		4		5	
		x	d	x	d	x	d	x	d	x	d
1	6,32	8,5	2,18	4,0	—2,32	6,3	—0,02	5,3	—1,02	7,5	1,18
2	6,84	9,9	3,06	4,8	—2,04	7,0	0,16	5,0	—1,84	7,5	0,66
3	6,23	7,7	1,47	3,5	—2,73	—	—	5,8	—0,43	7,9	1,67
4	6,25	8,0	1,75	4,2	—2,05	6,8	0,55	6,0	—0,25	—	—
5	6,34	7,9	1,56	3,9	—2,44	6,6	0,26	5,5	—0,84	7,8	1,46
	Σd		10,02		—11,58		0,95		—4,38		4,97
	Σd^2		21,77		27,15		0,40		5,38		6,75
	$\frac{(\Sigma d)^2}{n}$		20,08		26,82		0,23		3,84		6,18
	SPA		1,69		0,33		0,17		1,54		0,57
	l		3,20		3,20		2,40		3,20		2,40
	s^2		0,53		0,10		0,07		0,48		0,24

Mediile variantelor, care se calculează pornind de la sumele lor din tabelul 14.1, sînt $V_1 = 8{,}40$ $V_2 = 4{,}08$, $V_3 = 6{,}68$ $V_4 = 5{,}52$, $V_5 = 7{,}68$.

Pentru exáminarea semnificației diferenței dintre două medii este necesar să se calculeze în prealabil varianța lor comună.

Astfel pentru diferența dintre V_1 și V_2 avem:

$$s^2 = \frac{1{,}69 + 0{,}33}{3{,}20 + 3{,}20} = 0{,}31$$

Abaterea standard a diferenței este:

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}31}{5}} = 0{,}35$$

Diferența dintre V_1 și V_3

$$s^2 = \frac{1{,}69 + 0{,}17}{3{,}20 + 2{,}40} = 0{,}33$$

$$s_d = \sqrt{0{,}33\left(\frac{5+4}{5 \cdot 4}\right)} = 0{,}38$$

Diferența între V_1 și V_4

$$s^2 = \frac{1{,}69 + 1{,}54}{3{,}20 + 3{,}20} = 0{,}50$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}50}{5}} = 0{,}45$$

Diferența între V_1 și V_5

$$s^2 = \frac{1{,}69 + 0{,}57}{3{,}20 + 2{,}40} = 0{,}40$$

$$s_d = \sqrt{0{,}40\left(\frac{5+4}{5 \cdot 4}\right)} = 0{,}42$$

Testul t pentru examinarea semnificației diferenței dintre V_1 și V_2

$$t = \frac{8{,}40 - 4{,}08}{0{,}35} = 12{,}34$$

Pentru $l = 3$, valoarea $\alpha < 0{,}1\%$

Testul t pentru examinarea semnificației diferenței dintre V_1 și V_3

$$t = \frac{8{,}40 - 6{,}68}{0{,}38} = 4{,}52$$

Pentru $l = 3$, valoarea $\alpha < 2{,}8\%$

Pe calea de mai sus putem examina diferențele dintre toate variantele.

Scanned with OKEN Scanner

TABELE STATISTICE

Scanned with OKEN Scanner

TABELA I: ORDONATELE CURBEI NORMALE $\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ PENTRU $0 \leqslant u \leqslant 3{,}9$

(după Erna Weber, 1961 și G. W. Snedecor, 1956)

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.39894	.39892	.39886	.39876	.39862	.39844	.39822	.39797	.39767	.39733
0,1	.39695	.39654	.39608	.39559	.39505	.39448	.39387	.39322	.39253	.39181
0,2	.39104	.29024	.38940	.38853	.38762	.38667	.38568	.38466	.38361	.38251
0,3	.38139	.38023	.37903	.37780	.37654	.37524	.37391	.37255	.37115	.36973
0,4	.36827	.36678	.36526	.36371	.36213	.36053	.35889	.35723	.35553	.35381
0,5	.35207	.35029	.34849	.34667	.34482	.34294	.34105	.33912	.33718	.33521
0,6	.33322	.33121	.32918	.32713	.32506	.32297	.32086	.31874	.31659	.31443
0,7	.31225	.31006	.30785	.30563	.30339	.30114	.29887	.29659	.29431	.29200
0,8	.28969	.28737	.28504	.28269	.28034	.27798	.27562	.27324	.27086	.26848
0,9	.26609	.26369	.26129	.25888	.25647	.25406	.25164	.24923	.24681	.24439
1,0	.24197	.23955	.23713	.23471	.23230	.22988	.22747	.22506	.22265	.22025
1.1	.21785	.21546	.21307	.21069	.20831	.20594	.20357	.20121	.19886	.19652
1,2	.19419	.19186	.18954	.18724	.18494	.18265	.18037	.17810	.17585	.17360
1,3	.17137	.16915	.16694	.16474	.16256	.16038	.15822	.15608	.15395	.15183
1,4	.14937	.14764	.14556	.14350	.14146	.13943	.13742	.13542	.13344	.13147
1,5	.12952	.12758	.12566	.12376	.12188	.12051	.11816	.11632	.11450	.11270
1,6	.11092	.10915	.10741	.10567	.10396	.10226	.10059	.09893	.09728	.09566
1,7	.09405	.09246	.09089	.08933	.08780	.08628	.08478	.08329	.08183	.08038
1,8	.07895	.07754	.07614	.07477	.07341	.07206	.07074	.06943	.06814	.06687
1,9	.06562	.06438	0.6316	.06195	.06077	.05959	.05844	.05730	.05618	.05508
2,0	.05399	.05292	.05186	.05082	.04980	.04879	.04780	.04682	.04586	.04491
2,1	.04398	.04307	.04217	.04128	.04041	.03955	.03871	.03788	.03706	.03626
2.2	.03547	.03470	.03394	.03319	.03246	.03174	.03103	.03034	.02965	.02898
2,3	.02833	.02768	.02705	.02643	.02582	.02522	.02463	.02406	.02349	.02294
2,4	.02239	.02186	.02134	.02083	.02033	.01984	.01936	.01889	.01842	.01797
2,5	.01753	.01709	.01667	.01625	.01585	.01545	.01506	.01468	.01431	.01394
2.6	.01358	.01323	.01289	.01256	.01223	.01191	.01160	.01130	.01000	.01071
2.7	.01042	.01014	.00987	.00961	.00935	.00909	.00885	.00861	.00837	.00814
2,8	.00792	.00770	.00748	.00727	.00707	.00687	.00668	.00649	.00631	.00613
2,9	.00595	.00578	.00562	.00545	.00530	.00514	.00499	.00485	.00471	.00457
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	.00443	.00327	.00238	.00172	.00123	.00087	.00061	.00042	.00029	.00020

Scanned with OKEN Scanner

TABELA II: SUPRAFEȚE SUB CURBA NORMALĂ $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ PENTRU $-3{,}9 \leqslant u \leqslant 0$

(după Erna Weber, 1961)

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.500000	.496011	.492022	.488034	.484047	.480062	.476078	.472097	.468119	.464144
—0,1	.460172	.456205	.452242	.448283	.444330	.440382	.436440	.432505	.428576	.424655
—0,2	.420740	.416834	.412936	.409046	.405165	.401294	.397432	.393580	.389739	.385908
—0,3	.382089	.378280	.374384	.370700	.366928	.363169	.359424	.355691	.351973	.348268
—0,4	.344578	.340903	.337243	.333598	.329969	.326969	.322758	.319178	.315614	.312067
—0,5	.308538	.305026	.301532	.297056	.294598	.291160	.287740	.284339	.280957	.277595
—0,6	.274253	.270931	.267629	.364347	.261086	.257846	.254627	.251429	.248252	.245097
—0,7	.241964	.238852	.235762	.232695	.229650	.226627	.223627	.220650	.217695	.214764
—0,8	.211855	.208970	.206108	.203269	.200454	.197662	.194894	.192150	.189430	.186733
—0,9	.184060	.181411	.178786	.176186	.173609	.171056	.168528	.166023	.163543	.161087
—1,0	.158655	.156248	.153864	.151505	.149170	.146859	.144572	.142310	.140071	.137857
—1,1	.135666	.133500	.131357	.129238	.127143	.125072	.123024	.121000	.119000	.117023
—1,2	.115070	.113139	.111232	.109349	.107488	.105650	.103835	.102042	.100273	.098525
—1,3	.096800	.095098	.093418	.091759	.090123	.088508	.086915	.085344	.083793	.082264
—1,4	.080757	.079270	.077804	.076358	.074934	.073529	.072145	.070781	.069437	.068111
—1,5	.066807	.065522	.064256	.063008	.061780	.060571	.059380	.058208	.057053	.055917
—1,6	.054799	.053699	.052616	.051551	.050503	.049472	.048457	.047460	.046479	.045514
—1,7	.044566	.043633	.042716	.041815	.040930	.040059	.039204	.038364	.037538	.036727
—1,8	.035930	.035148	.034380	.033625	.032884	.032157	.031443	.030742	.030054	.029379
—1,9	.028717	.028067	.027429	.026803	.026190	.025588	.024998	.024419	.023852	.023296
—2,0	.022750	.022216	.021692	.021178	.020675	.020182	.019699	.019226	.018763	.018309
—2,1	.017864	.017429	.017003	.016586	.016177	.015778	.015386	.015003	.014629	.014262
—2,2	.013903	.013553	.013209	.012874	.012546	.012224	.011911	.011604	.011304	.011011
—2,3	.010724	.010444	.010170	.009903	.009642	.009387	.009138	.008894	.008656	.008424
—2,4	.008198	.007976	.007760	.007549	.007344	.007143	.006947	.006756	.006569	.006387
—2,5	.006210	.006037	.005868	.005703	.005543	.005386	.005234	.005085	.004940	.004799
—2,6	.004661	.004527	.004396	.004269	.004145	.004025	.003907	.003793	.003681	.003573
—2,7	.003467	.003364	.003264	.003167	.003078	.002980	.002890	.002803	.002718	.002635
—2,8	.002555	.002477	.002401	.002327	.002256	.002186	.002118	.002052	.001988	.001926
—2,9	.001866	.001807	.001750	.001695	.001641	.001589	.001538	.001489	.001441	.001395
	0,0	0,1	02	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
—3,0	.001350	.000968	.000687	.000483	.000337	.000243	.000159	.000108	.000072	.000048

Scanned with OKEN Scanner

TABELA III: SUPRAFEȚE SUB CURBA NORMALĂ $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ PENTRU $0 \leqslant u \leqslant 3{,}9$

(după Erna Weber, 1961)

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.500000	.503989	.507978	.511966	.515953	.519938	.523922	.527903	.531881	.535856
0,1	.539828	.543795	.547758	.551717	.555670	.559618	.563560	.567495	.571424	.575345
0,2	.579260	.583166	.587064	.590954	.594835	.598706	.602568	.606420	.610261	.614092
0,3	.617911	.621720	.625616	.629300	.633072	.636831	.640576	.644309	.648027	.651732
0,4	.655422	.659097	.662757	.666402	.670031	.673645	.677242	.680822	.684386	.687933
0,5	.691462	.694974	.698468	.702944	.705402	.708840	.712260	.715661	.719043	.722405
0,6	.725747	.729069	.732371	.735653	.738914	.742154	.745373	.748571	.751748	.754903
0,7	.758036	.761148	.764238	.767305	.770350	.773373	.776373	.779350	.782305	.785236
0,8	.788145	.791030	.793892	.796731	.799546	.802338	.805106	.807850	.810570	.813267
0,9	.815940	.818589	.821214	.823814	.826391	.828944	.831472	.833977	.836457	.838913
1,0	.841345	.843752	.846136	.848495	.850830	.853141	.855428	.857690	.859929	.862143
1,1	.864334	.866500	.868643	.870762	.872857	.874928	.876976	.879000	.881000	.882977
1,2	.884930	.886861	.888768	.890651	.892512	.894350	.896165	.897958	.899727	.901475
1,3	.903200	.904902	.906582	.908241	.909877	.911492	.913085	.914656	.916207	.917736
1,4	.919243	.920730	.922196	.923642	.925066	.926471	.927855	.929219	.930563	.931889
1,5	.933193	.934478	.935744	.936922	.938220	.939429	.940620	.941792	.942947	.944083
1,6	.945201	.946301	.947384	.948449	.949497	.950528	.951543	.952540	.953521	.954486
1,7	.955434	.956367	.957284	.958185	.959070	.959941	.960796	.961636	.962462	.963273
1,8	.964070	.964852	.965620	.966375	.967116	.967843	.968557	.969258	.969946	.970621
1,9	.971283	.971933	.972571	.973197	.973810	.974412	.975002	.975581	.976138	.976704
2,0	.977250	.977784	.978308	.978822	.979325	.979818	.980301	.980774	.981237	.981691
2,1	.982136	.982571	.982997	.983414	.983823	.984222	.984614	.984997	.985371	.985738
2,2	.986097	.986447	.986791	.987126	.987454	.987776	.988089	.988396	.988696	.988989
2,3	.989276	.989556	.989830	.990097	.990358	.990613	.990862	.991106	.991344	.991576
2,4	.991802	.992024	.992240	.992451	.992656	.992857	.993053	.993244	.993431	.993613
2,5	.993790	.993963	.994132	.994297	.994457	.994614	.994766	.994915	.995060	.995201
2,6	.995339	.995473	.995604	.995731	.995855	.995975	.996093	.996207	.996319	.996427
2,7	.996533	.996636	.996736	.996833	.996928	.997020	.997110	.997197	.997282	.997365
2,8	.997445	.997523	.997599	.997673	.997744	.997814	.997882	.997948	.998012	.998074
2,9	.998134	.998193	.998250	.998305	.998359	.998411	.998462	.998511	.998559	.998605
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	.998650	.999032	.999313	.999517	.999663	.999767	.999841	.999892	.999928	.999952

Scanned with OKEN Scanner

TABELA IV: PROBABILITĂȚILE DE TRANSGRESIUNE α SPRE PARTEA POZITIVĂ ȘI NEGATIVĂ ÎN CAZUL DISTRIBUȚIEI NORMALE. $\alpha = 1 - 2\Phi_0(u)$; $\Phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

(după Erna Weber, 1961)

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	1.000000	.992022	.984044	.976068	.968094	.960124	.952156	.944156	.936238	.928288
0,1	.920344	.912410	.904484	.896564	.888660	.880764	.872880	.865010	.857152	.849310
0,2	.841480	.833668	.825872	.818092	.810330	.802588	.794864	.787160	.779478	.771816
0,3	.764178	.756560	.748968	.741400	.733856	.726338	.718848	.711382	.703944	.696536
0,4	.689156	.681806	.674486	.667196	.659938	.652710	.645516	.638356	.631228	.624134
0,5	.617076	.610052	.603063	.596112	.589196	.582320	.575480	.568678	.561914	.555190
0,6	.548506	.541862	.535258	.528694	.522172	.515692	.509254	.502858	.496504	.490194
0,7	.483928	.477704	.471524	.465390	.459300	.453254	.447254	.441300	.435390	.429528
0,8	.423710	.417940	.412216	.406538	.400908	.395324	.389788	.384300	.378860	.373466
0,9	.368120	.362822	.357572	.352372	.347218	.342112	.337056	.332046	.327086	.322174
1,0	.317310	.312496	.307728	.303010	.298340	.293718	.289144	.284620	.280142	.275714
1,1	.271332	.267000	.262714	.258476	.254286	.250144	.246048	.242000	.236000	.234046
1,2	.230140	.226278	.222464	.218698	.214976	.211300	.207670	.204084	.202546	.197050
1,3	.193600	.190196	.186836	.183516	.180246	.177016	.173830	.170688	.167586	.164528
1,4	.161514	.158540	.155608	.152716	.149888	.147058	.144288	.141562	.138874	.136222
1,5	.133614	.131044	.128512	.126016	.123560	.121142	.118760	.116416	.114106	.111834
1,6	.109598	.107398	.105232	.103102	.101006	.098944	.096914	.094920	.092958	.091028
1,7	.089132	.087266	.085432	.083630	.081860	.080118	.078408	.076728	.075076	.073454
1,8	.071860	.070296	.068760	.067250	.065768	.064314	.062886	.061484	.060108	.058758
1,9	.057434	.056134	.054858	.053606	.052380	.051176	.049996	.048838	.047704	.046592
2,0	.045500	.044432	.043384	.042356	.041350	.040364	.039398	.038452	.037526	.036618
2,1	.035728	.034858	.034006	.033172	.032354	.031556	.030772	.030006	.029258	.028524
2,2	.027806	.027106	.026418	.025748	.025092	.024448	.023822	.023208	.022608	.022022
2,3	.021446	.020888	.020340	.019806	.019284	.018774	.018276	.017788	.017312	.016848
2,4	.016396	.015952	.015520	.015098	.014688	.014286	.013894	.013512	.013138	.012774
2,5	.012420	.012074	.011736	.011406	.011086	.010772	.010468	.010170	.009880	.009598
2,6	.009322	.009054	.008792	.008538	.008290	.008050	.007814	.007586	.007361	.007146
2,7	.006934	.006728	.006528	.006334	.006144	.005960	.005780	.005606	.005436	.005270
2,8	.005110	.004954	.004802	.004654	.004512	.004372	.004236	.004104	.003976	.003852
2,9	.003732	.003614	.003500	.003390	.003282	.003178	.003076	.002978	.002882	.002790
	0,0	,01	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	.002700	.001936	.001374	.000966	.000674	.000466	.000318	.000216	.000144	.000096

Scanned with OKEN Scanner

TABELA V: (ORDONATELE DISTRIBUȚIEI *t* NORMATE

după K. F. Zimmermann, 1959)

t	*l* = 4	*l* = 5	*l* = 6	*l* = 7	*l* = 8	*l* = 9	*l* = 10
0,0	0,374989	0,379622	0,382693	0,385827	0,386712	0,388030	0,389124
0,1	0,373123	0,377358	0,382540	0,384290	0,384980	0,386100	0,386995
0,2	0,365771	0,370652	0,373468	0,376710	0,378135	0,374366	0,380673
0,3	0,355137	0,359831	0,363259	0,366408	0,368122	0,369201	0,370383
0,4	0,339972	0,345111	0,347808	0,352257	0,353711	0,354916	0,356569
0,5	0,322627	0,327939	0,331365	0,334919	0,337063	0,337976	0,339698
0,6	0,302313	0,308160	0,312097	0,316200	0,317211	0,314303	0,320346
0,7	0,281228	0,286767	0,290447	0,294345	0,296263	0,292720	0,299096
0,8	0,258720	0,264489	0,268124	0,272323	0,273507	0,275374	0,276426
0,9	0,231876	0,241952	0,245678	0,248728	0,250640	0,252033	0,253369
1,0	0,214782	0,219689	0,222898	0,226026	0,227612	0,229224	0,230373
1,1	0,193863	0,198143	0,200994	0,203796	0,205370	0,206903	0,207610
1,2	0,173848	0,177667	0,180232	0,182390	0,183624	0,184741	0,185668
1,3	0,155520	0,162086	0,160411	0,162659	0,163397	0,163975	0,164855
1,4	0,138572	0,140747	0,142159	0,143708	0,144252	0,144755	0,145402
1,5	0,122971	0,124523	0,125543	0,126700	0,126886	0,127148	0,127452
1,6	0,108869	0,109825	0,110248	0,110813	0,110866	0,111183	0,111083
1,7	0,096368	0,096611	0,096579	0,096790	0,096610	0,096460	0,096316
1,8	0,085080	0,084817	0,084435	0,084219	0,083724	0,083401	0,083120
1,9	0,075162	0,074475	0,073542	0,073046	0,072423	0,072147	0,071428
2,0	0,066289	0,065093	0,063985	0,063342	0,062369	0,061806	0,061148
2,1	0,058538	0,056950	0,055630	0,054656	0,053660	0,052836	0,052172
2,2	0,051646	0,049462	0,048250	0,047187	0,045998	0,045090	0,044382
2,3	0,045642	0,043552	0,041849	0,040578	0,039421	0,039784	0,037658
2,4	0,040322	0,038091	0,036305	0,034916	0,033695	0,032707	0,031882
2,5	0,035693	0,033329	0,031446	0,030047	0,028801	0,027816	0,026940
2,6	0,031597	0,029179	0,027277	0,025827	0,024512	0,023574	0,022729
2,7	0,028030	0,025562	0,023661	0,022235	0,020976	0,019974	0,019152
2,8	0,024876	0,022416	0,020520	0,019100	0,017881	0,016924	0,016121
2,9	0,022123	0,019678	0,017816	0,016440	0,014450	0,014341	0,013561
3,0	0,019692	0,017293	0,015491	0,014128	0,013010	0,012126	0,011401
3,1	0,017566	0,015215	0,013467	0,012167	0,011107	0,010259	0,009581
3,2	0,015682	0,013405	0,011726	0,010484	0,009477	0,008704	0,008052
3,3	0,013998	0,011828	0,010225	0,009040	0,008099	0,007360	0,006768
3,4	0,012564	0,010449	0,008920	0,007812	0,006920	0,006202	0,005689
3,5	0,011277	0,009245	0,007794	0,006746	0,005923	0,005289	0,004784
3,6	0,010130	0,008190	0,006823	0,005840	0,005070	0,004486	0,004025
3,7	0,009119	0,007153	0,005975	0,005053	0,004348	0,003810	0,003386
3,8	0,008218	0,006459	0,005242	0,004383	0,003730	0,003240	0,002855
3,9	0,007421	0,005749	0,004608	0,003806	0,003206	0,002755	0,002407
4,0	0,006708	0,005124	0,004053	0,003309	0,002756	0,002345	0,002031
4,1	0,006076	0,004574	0,003570	0,002884	0,002375	0,002000	0,001716
4,2	0,005508	0,004089	0,003152	0,002513	0,002047	0,001708	0,001451
4,3	0,005004	0,003661	0,002783	0,002195	0,001768	0,001460	0,001228
4,4	0,004550	0,003281	0,002464	0,001918	0,001528	0,001249	0,001041
4,5	0,004144	0,002947	0,002185	0,001679	0,001324	0,001046	0,000883
4,6	0,003779	0,002649	0,001938	0,001473	0,001147	0,000918	0,000751
4,7	0,003640	0,002387	0,001723	0,001293	0,000996	0,000801	0,000638
4,8	0,003156	0,002152	0,001534	0,001138	0,000866	0,000679	0,000544
4,9	0,002889	0,001944	0,001367	0,001002	0,000754	0,000584	0,000464

Scanned with OKEN Scanner

Tabela V (continuare)

t	$l=4$	$l=5$	$l=6$	$l=7$	$l=8$	$l=9$	$l=10$
5,0	0,002650	0,001758	0,001220	0,000884	0,000657	0,000504	0,000396
5,1	0,002432	0,001591	0,001091	0,000780	0,000574	0,000442	0,000338
5,2	0,002235	0,001442	0,000976	0,000690	0,000502	0,000377	0,000290
5,3	0,002057	0,001310	0,000875	0,000611	0,000440	0,000326	0,000249
5,4	0,001895	0,001190	0,000785	0,000541	0,000387	0,000283	0,000214
5,5	0,001748	0,001083	0,000706	0,000481	0,000340	0,000246	0,000184
5,6	0,001614	0,000995	0,000627	0,000428	0,000326	0,000214	0,000173
5,7	0,001492	0,000900	0,000572	0,000381	0,000262	0,000186	0,000136
5,8	0,001380	0,000823	0,000516	0.000340	0,000231	0,000162	0,000118
5,9	0,001279	0,000752	0,000466	0,000303	0,000204	0,000142	0,000102
6,0	0,001186	0,000689	0,000421	0,000271	0,000188	0,000124	0,000088
6,1	0,001101	0,000631	0,000382	0,000242	0,000159	0,000109	0,000076
6,2	0,001022	0,000579	0,000346	0,000217	0,000141	0,000095	0,000066
6,3	0,000951	0,000531	0,000314	0,000195	0,000125	0,000084	0,000058
6,4	0,000885	0,000489	0,000285	0,000175	0,000111	0,000074	0,000050
6,5	0,000830	0,000454	0,000259	0,000157	0,000099	0,000065	0,000044
6,6	0,000769	0,000414	0,000236	0,000142	0,000088	0,000057	0,000038
6,7	0,000718	0,000382	0,000215	0,000127	0,000079	0,000050	0,000033
6,8	0,000671	0,000353	0,000196	0,000115	0,000070	0,000044	0,000029
6,9	0,000627	0,000326	0,000179	0,000104	0,000063	0,000040	0,000026
7,0	0,000587	0,000301	0,000164	0,000094	0,000056	0,000035	0,000022
7,1	0,000549	0,000279	0,000150	0,000085	0,000050	0,000031	0,000019
7,2	0,000515	0,000259	0,000138	0,000077	0,000045	0,000028	0,000017
7,3	0,000486	0,000239	0,000126	0,000070	0,000041	0,000024	0,000015
7,4	0,000453	0,000222	0,000116	0,000064	0,000036	0,000021	0,000013
7,5	0,000426	0,000206	0,000106	0,000058	0,000032	0,000019	0,000012
7,6	0,000400	0,000192	0,000097	0,000052	0,000029	0,000017	0,000010
7,7	0,000376	0,000179	0,000090	0,000048	0,000027	0,000015	0,000009
7,8	0,000354	0,000166	0,000083	0,000044	0,000024	0,000014	0,000008
7,9	0,000334	0,000155	0,000076	0,000040	0,000022	0,000012	0,000007
8,0	0,000315	0,000144	0,000070	0,000036	0,000020	0,000011	0,000006
8,1	0,000296	0,000135	0,000065	0,000033	0,000018	0,000010	0,000006
8,2	0,000280	0,000126	0,000060	0,000030	0,000016	0,000009	0,000005
8,3	0,000265	0,000118	0,000055	0,000028	0,000015	0,000008	0,000005
8,4	0,000250	0,000110	0,000051	0,000025	0,000013	0,000007	0,000004
8,5	0,000236	0,000103	0,000048	0,000024	0,000012	0,000006	0,000004
8,6	0,000223	0,000096	0,000044	0,000022	0,000011	0,000006	0,000003
8,7	0,000211	0,000090	0,000041	0,000020	0,000010	0,000005	0,000003
8,8	0,000201	0,000085	0,000038	0,000018	0,000009	0,000005	0,000003
8,9	0,000190	0,000079	0,000035	0,000016	0,000008	0,000004	0,000002
9,0	0,000180	0,000077	0,000033	0,000015	0,000008	0,000004	0,000002
9,1	0,000171	0,000070	0,000031	0,000014	0,000007	0,000003	0,000002
9,2	0,000162	0,000066	0,000029	0,000013	0,000006	0,000003	0,000002
9,3	0,000154	0,000062	0,000026	0,000012	0,000006	0,000003	0,000002
9,4	0,000146	0,000058	0,000025	0,000011	0,000005	0,000003	0,000001
9,5	0,000139	0,000055	0,000023	0,000010	0,000005	0,000002	0,000001
9,6	0,000132	0,000052	0,000021	0,000010	0,000005	0,000002	0,000001
9,7	0,000123	0,000049	0,000020	0,000009	0,000004	0,000002	0,000001
9,8	0,000120	0,000046	0,000019	0,000008	0,000004	0,000002	0,000001
9,9	0,000114	0,000043	0,000018	0,000008	0,000003	0,000002	0,000001

Scanned with OKEN Scanner

TABELA VI: DISTRIBUȚIA *t*

(după G. W. Snedecor), 1956)

Grade de libertate	Probabilitatea de transgresiune								
	50.0	40.0	20.0	10.0	5.0	2.5	1.0	0.5	0.1
1	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	25.452	63.657		
2	.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.205	9.925	14.089	31.598
3	.765	.978	1.638	2.353	3.182	4.176	5.481	7.453	12.941
4	.741	.941	1.533	2.132	2.776	3.495	4.604	5.598	8.610
5	.727	.920	1.476	2.015	2.571	3.163	4.032	4.773	6.859
6	.718	.906	1.440	1.943	2.447	2.969	3.707	4.317	5.959
7	.711	.896	1.415	1.895	2.365	2.841	3.499	4.029	5.405
8	.706	.889	1.397	1.860	2.306	2.752	3.355	3.832	5.041
9	.703	.883	1.383	1.833	2.262	2.685	3.250	3.690	4.781
10	.700	.879	1.372	1.812	2.228	2.634	3.169	3.581	4.587
11	.697	.876	1.363	1.796	2.201	2.593	3.106	3.497	4.437
12	.695	.873	1.356	1.782	2.179	2.560	3.055	3.428	4.318
13	.694	.870	1.350	1.771	2.160	2.533	3.012	3.372	4.221
14	.692	.868	1.345	1.761	2.145	2.510	2.977	3.326	4.140
15	.691	.866	1.341	1.753	2.131	2.490	2.947	3.286	4.073
16	.690	.865	1.337	1.746	2.120	2.473	2.921	3.252	4.015
17	.689	.863	1.333	1.740	2.110	2.458	2.898	3.222	3.965
18	.688	.862	1.330	1.734	2.101	2.445	2.878	3.197	3.922
19	.688	.861	1.328	1.729	2.093	2.433	2.861	3.174	3.883
20	.687	.860	1.325	1.725	2.086	2.423	2.845	3.153	3.850
21	.686	.859	1.323	1.721	2.080	2.414	2.831	3.135	3.819
22	.686	.858	1.321	1.717	2.074	2.406	2.819	3.119	3.792
23	.685	.858	1.319	1.714	2.069	2.398	2.807	3.104	3.767
24	.685	.857	1.318	1.711	2.064	2.391	2.797	3.090	3.745
25	.684	.856	1.316	1.708	2.060	2.385	2.787	3.078	3.725
26	.684	.856	1.315	1.706	2.056	2.379	2.779	3.067	3.707
27	.684	.855	1.314	1.703	2.052	2.373	2.771	3.056	3.690
28	.683	.855	1.313	1.701	2.048	2.368	2.763	3.047	3.674
29	.683	.854	1.311	1.699	2.045	2.364	2.756	3.038	3.659
30	.683	.854	1.310	1.697	2.042	2.360	2.750	3.030	3.646
35	.682	.852	1.306	1.690	2.030	2.342	2.724	2.996	3.591
40	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551
45	.680	.850	1.301	1.680	2.014	2.319	2.690	2.952	3.520
50	.680	.849	1.299	1.676	2.008	2.310	2.678	2.937	3.496
55	.679	.849	1.297	1.673	2.004	2.304	2.669	2.925	3.476
60	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	.3460
70	.678	.847	1.294	1.667	1.994	2.290	2.648	2.899	3.435
80	.678	.847	1.293	1.665	1.989	2.284	2.638	2.887	3.416
90	.678	.846	1.291	1.662	1.986	2.279	2.631	2.878	3.402
100	.677	.846	1.290	1.661	1.982	2.276	2.625	2.871	3.390
120	.677	.845	1.289	1.658	1.980	2.270	2.617	2.860	3.373
∞	.6745	.8416	1.2816	1.6448	1.9600	2.2414	2.5758	2.8070	3.2905

Scanned with OKEN Scanner

TABELA VII: DISTRIBUȚIA χ^2 (după Erna Weber, 1961)

	99,0	97,5	95	90	70	50	30	10	5	2,5	1	0,1
1	,$0^3$157	,0,^{3}982	,$0^2$393	,0158	,148	,455	1,07	2,71	3,84	5,02	6,62	10,8
2	,0201	,0506	,103	,211	,713	1,39	2,41	4,61	5,99	7,38	9,21	13,8
3	,115	,216	,352	,584	1,42	2,37	3,67	6,25	7,81	9,35	11,3	16,3
4	,297	,484	,711	1,06	2,19	3,36	4,88	7,78	9,49	11,1	13,3	18,5
5	,554	,831	1,15	1,61	3,00	4,35	6,06	9,24	11,1	12,8	15,1	20,5
6	,872	1,24	1,64	2,20	3,83	5,35	7,23	10,6	12,6	14,4	16,8	22,5
7	1,24	1,69	2,17	2,83	4,67	6,35	8,38	12,0	14,1	16,0	18,5	24,3
8	1,65	2,18	2,73	3,49	5,53	7,34	9,52	13,4	15,5	17,5	20,1	26,1
9	2,09	2,70	3,33	4,17	6,39	8,34	10,7	14,7	16,9	19,0	21,7	27,9
10	2,56	3,25	3,94	4,87	7,27	9,34	11,8	16,0	18,3	20,5	23,2	29,6
11	3,05	3,82	4,57	5,58	8,15	10,3	12,9	17,3	19,7	21,9	24,7	31,3
12	3,57	4,40	5,23	6,30	9,03	11,3	14,0	18,5	21,0	23,3	26,2	32,9
13	4,11	5,01	5,89	7,04	9,93	12,3	15,1	19,8	22,4	24,7	27,7	34,5
14	4,66	5,63	6,57	7,79	10,8	13,3	16,2	21,1	23,7	26,1	29,1	36,1
15	5,23	6,26	7,26	8,55	11,7	14,3	17,3	22,3	25,0	27,5	30,6	37,7
16	5,81	6,91	7,96	9,31	12,6	15,3	18,4	23,5	26,3	28,8	32,0	39,3
17	6,41	7,56	8,67	10,1	13,5	16,3	19,5	24,8	27,6	30,2	33,4	40,8
18	7,01	8,23	9,39	10,9	14,4	17,3	20,6	26,0	28,9	31,5	34,8	42,3
19	7,63	8,91	10,1	11,7	15,4	18,3	21,7	27,2	30,1	32,9	36,2	43,8
20	8,26	9,59	10,9	12,4	16,3	19,3	22,8	28,4	31,4	34,2	37,6	45,3
21	8,90	10,3	11,6	13,2	17,2	20,3	23,9	29,6	32,7	35,5	38,9	46,8
22	9,54	11,0	12,3	14,0	18,1	21,3	24,9	30,8	33,9	36,8	40,3	48,3
23	10,2	11,7	13,1	14,8	19,0	22,3	26,0	32,0	35,2	38,1	41,6	49,7
24	10,9	12,4	13,8	15,7	19,9	23,3	27,1	33,2	36,4	39,4	43,0	51,2
25	11,5	13,1	14,6	16,5	20,9	24,3	28,2	34,4	37,7	40,6	44,3	52,6
26	12,2	13,8	15,4	17,3	21,8	25,3	29,2	35,6	38,9	41,9	45,6	54,1
27	12,9	14,6	16,2	18,1	22,7	26,3	30,3	36,7	40,1	43,2	47,0	55,5
28	13,6	15,3	16,9	18,9	23,6	27,3	31,4	37,9	41,3	44,5	48,3	56,9
29	14,3	16,0	17,7	19,8	24,6	28,3	32,5	39,1	42,6	45,7	49,6	58,3
30	15,0	16,8	18,5	20,6	25,5	29,3	33,5	40,3	43,8	47,0	50,9	59,7
40	22,2	24,4	26,5	29,1	34,9	39,3	44,2	51,8	55,8	59,3	63,7	73,4
50	29,7	32,4	34,8	37,7	44,3	49,3	54,7	63,2	67,5	71,4	76,2	86,7
60	37,5	40,5	43,2	46,5	53,8	59,3	65,2	74,4	79,1	83,3	88,4	99,6
70	45,4	48,8	51,7	55,3	63,3	69,3	75,1	85,5	90,5	95,0	100,4	112,3
80	53,5	57,2	60,4	64,3	72,9	79,3	86,1	96,6	101,9	106,6	112,3	124,8
90	61,8	65,6	69,1	73,3	82,5	89,3	96,5	107,6	113,1	118,1	124,1	137,2
100	70,1	74,2	77,9	82,4	92,1	99,3	106,9	118,5	124,3	129,6	135,8	149,4

Scanned with OKEN Scanner

TABELA VIII: DISTRIBUȚIA *F* PENTRU PROBABILITĂȚILE (CARACTERE GROASE) ȘI PENTRU

(după G. W.

Grade de libertate	Grade de 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161 4,052	200 4,999	216 5,403	225 5,625	230 5,764	234 5,859	237 5,928	239 5,981	241 6,022	242 6,056	243 6,082	244 6,106
2	18.51 98.49	19.00 99.00	19.16 99.17	19.25 99.25	19.30 99.30	19.33 99.33	19.36 99.34	19.37 99.36	19.38 99.38	19.39 99.40	19.40 99.41	19,41 99.42
3	10.13 34.12	9.55 30.82	9.28 29.46	9.12 28.71	9.01 28.24	8.94 27.91	8.88 27.67	8.84 27.49	8.81 27.34	8.78 27.23	8.76 27.13	8.74 27.05
4	7.71 21.20	6.94 18.00	6.59 16.69	6.39 15.98	6.26 15.52	6.16 15.21	6.09 14.98	6.04 14.80	6.00 14.66	5.96 14.54	5.93 14.45	5.91 14.37
5	6.61 16.26	5.79 13.27	5.41 12.06	5.19 11.39	5.05 10.97	4.95 10.67	4.88 10.45	4.82 10.27	4.78 10.15	4.74 10.05	4.70 9.96	4.68 9.89
6	5.99 13.74	5.14 10.92	4.76 9.78	4.53 9.15	4.39 8.75	4.28 8.47	4.21 8.26	4.15 8.10	4.10 7.98	4.06 7.87	4.03 7.79	4.00 7.72
7	5.59 12.25	4.74 9.55	4.35 8.45	4.12 7.85	3.97 7.46	3.87 7.19	3.79 7.00	3.73 6.84	3.68 6.71	3.63 6.62	3.60 6.54	3.57 6.47
8	5.32 11.26	4.46 8.65	4.07 7.59	3.84 7.01	3.69 6.63	3.58 6.37	3.50 6.19	3.44 6.03	3.39 5.91	3.34 5.82	3.34 5.74	3.28 5.67
9	5.12 10.56	4.26 8.02	3.86 6.99	3.63 6.42	3.48 6.06	3.37 5.80	3.29 5.62	3.23 5.47	3.18 5.35	3.13 5.26	3.10 5.18	3.07 5.11
10	4.96 10.04	4.10 7.56	3.71 6.55	3.48 5.99	3.33 6.64	3.22 5.39	3.14 5.21	3.07 5.06	3.02 4.95	2.97 4.85	2.94 4.78	2.91 4.71
11	4.84 9.65	3.98 7.20	3.59 6.22	3.36 5.67	3.20 5.32	3.09 5.07	3.01 4.88	2.95 4.74	2.90 4.63	2.86 4.54	2.82 4.46	2.79 4.40
12	4.75 9.33	3.88 6.93	3.49 5.95	3.26 5.41	3.11 5.06	3.00 4.82	2.92 4.65	2.85 4.50	2.80 4.39	2.76 4.30	2.72 4.22	2.69 4.16
13	4.67 9.07	3.80 6.70	3.41 5.74	3.18 5.20	3.02 4.86	2.92 4.62	2.84 4.44	2.77 4.30	2.72 4.19	2.67 4.10	2.63 4.02	2.60 3.96
14	4.60 8.86	3.74 6.51	3.34 5.56	3.11 5.03	2.96 4.69	2.85 4.46	2.77 4.28	2.70 4.14	2.65 4.03	2.60 3.94	2.56 3.86	2.53 3.80
15	4.54 8.68	3.68 6.36	3.29 5.42	3.06 4.89	2.90 4.56	2.79 4.32	2.70 4.14	2.64 4.00	2.59 3.89	2.55 3.80	2.51 3.73	2.48 3.67
16	4.49 8.53	3.63 6.23	3.24 5.29	3.01 4.77	2.85 4.44	2.74 4.20	2.66 4.03	2.59 3.89	2.54 3.78	2.49 3.69	2.45 3.61	2.42 3.55

Scanned with OKEN Scanner

DE TRANSGRESIUNE $\alpha = 5\%$ CARACTERE SUBȚIRI) $\alpha = 1\%$
GRADELE DE LIBERTATE l_1 ȘI l_2

Snedecor, 1956)

libertate												
14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
245 6.142	246 6,169	248 6,208	249 6,234	250 6,258	251 6,286	252 6,302	253 6,323	253 6,334	254 3,352	254 6,361	254 6,366	1
19.42 99.43	19.43 99.44	19.44 99.45	19.45 99.46	19.46 99.47	19.47 99.48	19.47 99.48	19.48 99.49	19.49 99.49	19.49 99.49	19.50 99.50	19.50 99.50	2
8.71 26.92	8.69 26.83	8.66 26.69	8.64 26.60	8.62 26.50	8.60 26.41	8.58 26.35	8.57 26.27	8.56 26.23	8.54 26.18	8.54 26.14	8.53 26.12	3
5.87 14.24	5.84 14.15	5.80 14.02	5.77 13.93	5.74 13.83	5.71 13.74	5.70 13.69	5.68 13.61	5.66 13.57	5.65 13.52	5.64 13.48	5.63 13.46	4
4.64 9.77	4.60 9.68	4.56 9.55	4.53 9.47	4.50 9.38	4.46 9.29	4.44 9.24	4.42 9.17	4.40 9.13	4.38 9.07	4.37 9.04	4.36 9.02	5
3.96 7.60	3.92 7.52	3.87 7.39	3.84 7.31	3.81 7.23	3.77 7.14	3.75 7.09	3.72 7.02	3.71 6.99	3,69 6.94	3.68 6.90	3.67 6.88	6
3.52 6.35	3.49 6.27	3.44 6.15	3.41 6.07	3.38 5.98	3.34 5.90	3.32 5.85	3.29 5.78	3.28 5.75	3.25 5.70	3.24 5.67	3.23 5.65	7
3.23 5.56	3.20 5.48	3.15 5.36	3.12 5.28	3.08 5.20	3.05 5.11	3.03 5.06	3.00 5.00	2.98 4.96	2.96 4.91	2.94 4.88	2.93 4.86	8
3.02 5.00	2.98 4.92	2.93 4.80	2.90 4.73	2.86 4.64	2.82 4.56	2.80 4.51	2.77 4.45	2.76 4.41	2.73 4.36	2.72 4.33	2.71 4.31	9
2.86 4.60	2.82 4.52	2.77 4.41	2.74 4.33	2.70 4.25	2.67 4.17	2.64 4.12	2.61 4.05	2.59 4.01	2.56 3.96	2.55 3.93	2.54 3.91	10
2.74 4.29	2.70 4.21	2.65 4.10	2.61 4.02	2.57 3.94	2.53 3.86	2.50 3.80	2.47 3.74	2.45 3.70	2.42 3.66	2.41 3.62	2.40 3.60	11
2.64 4.05	2.60 3.98	2.54 3.86	2.50 3.78	2.46 3.70	2.42 3.61	2.40 3.56	2.36 3.49	2.35 3.46	2.32 3.41	2.31 3.38	2.30 3.36	12
2.55 3.85	2.51 3.78	2.46 3.67	2.42 3.59	2.38 3.51	2.34 3.42	2.32 3.37	2.28 3.30	2.26 3.27	2.24 3.21	2.22 3.18	2.21 3.16	13
2.48 3.70	2.44 3.62	2.39 3.51	2.35 3.43	2.31 3.34	2.27 3.26	2.24 3.21	2.21 3.14	2.19 3.11	2.16 3.06	2.14 3.02	2.13 3.00	14
2.43 3.56	2.39 3.48	2.33 3.36	2.29 3.29	2.25 3.20	2.21 3.12	2.18 3.07	2.15 3.00	2.12 2.97	2.10 2.92	2.08 2.89	2.07 2.87	15
2.37 3.45	2.33 3.37	2.28 3.25	2.24 3.18	2.20 3.10	2.16 3.01	2.13 2.96	2.09 2.89	2.07 2.86	2.04 2.80	2.02 2.77	2.01 2.75	16

Scanned with OKEN Scanner

Grade de libertate	Grade de 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
17	4.45 8.40	3.59 6.11	3.20 5.18	2.96 4.67	2.81 4.34	2.70 4.10	2.62 3.93	2.55 3.79	2.50 3.68	2.45 3.59	2.41 3.52	2.38 3.45
18	4,41 8.28	3.55 6.01	3.16 5.09	2.93 4.58	2.77 4.25	2.66 4.01	2.58 3.85	2.51 3.71	2.46 3.60	2.41 3.51	2.37 3.44	2.34 3.37
19	4.38 8.18	3.52 5.93	3.13 5.01	2.90 4.50	2.74 4.17	2.63 3.94	2.55 3.77	2.48 3.63	2.43 3.52	2.38 3.43	2.34 3.36	2.31 3.30
20	4.35 8.10	3.49 5.85	3.10 4.94	2.87 4.43	2.71 4.10	2.60 3.87	2.52 3.71	2.45 3.56	2.40 3.45	2.35 3.37	2.31 3.40	2.28 3.23
21	4.32 8.02	3.47 5.78	3.07 4.87	2.84 4.37	2.68 4.04	2.57 3.81	2.49 3.65	2.42 3.51	2.37 3.40	2.32 3.31	2.28 3.24	2.25 3.17
22	4.30 7.94	3.44 5.72	3.05 4.82	2.82 4.31	2.66 3.99	2.55 3.76	2.47 3.59	2.40 3.45	2.35 3.35	2.30 3.26	2.26 3.18	2.23 3.12
23	4.28 7.88	3.42 5.66	3.03 4.76	2.80 4.26	2.64 3.94	2.53 3.71	2.45 3.54	2.38 3.41	2.32 3.30	2.28 3.21	2.24 3.14	2.20 3.07
24	4.26 7.82	3.40 5.61	3.01 4.72	2.78 4.22	2.62 3.90	2.51 3.67	2.43 3.50	2.36 3.36	2.30 3.25	2.26 3.17	2.22 3.09	2.18 3.03
25	4.24 7.77	3.38 5.57	2.99 4.68	2.76 4.18	2.60 3.86	2.49 3.63	2.41 3.46	2.34 3.32	2.28 3.21	2.24 3.13	2.20 3.05	2.16 2.99
26	4.22 7.72	3.37 5.53	2.98 4.64	2.74 4.14	2.59 3.82	2.47 3.59	2.39 3.42	2.32 3.29	2.27 3.17	2.22 3.09	2.18 3.02	2.15 2.96
27	4.21 7.68	3.35 5.49	2.96 4.60	2.73 4.11	2.57 3.79	2.46 3.56	2.37 3.39	2.30 3.26	2.25 3.14	2.20 3.06	2.16 2.98	2.13 2.93
28	4.20 7.64	3.34 5.45	2.95 4.57	2.71 4.07	2.56 3.76	2.44 3.53	2.36 3.36	2.29 3.23	2.24 3.11	2.19 3.03	2.15 2.95	2.12 2.90
29	4.18 7.60	3.33 5.42	2.93 4.54	2.70 4.04	2.54 3.73	2.43 3.50	2.35 3.33	2.28 3.20	2.22 3.08	2.18 3.00	2.14 2.92	2.10 2.87
30	4.17 7.56	3.32 5.39	2.92 4.51	2.69 4.02	2.53 3.70	2.42 3.47	2.34 3.30	2.27 3.17	2.21 3.06	2.16 2.98	2.12 2.90	2.09 2.84
32	4.15 7.50	3.30 5.34	2.90 4.46	2.67 3.97	2.51 3.66	2.40 3.42	2.32 3.25	2.25 3.12	2.19 3.01	2.14 2.94	2.10 2.86	2.07 2.80
34	4.13 7.44	3.28 5.29	2.88 4.42	2.65 3.93	2.49 3.61	2.38 3.38	2.30 3.21	2.23 3.08	2.17 2.97	2.12 2.89	2.08 2.82	2.05 2.76
36	4.11 7.39	3,26 5.25	2.86 4.38	2.63 3.89	2.48 3.58	2.36 3.35	2.28 3.18	2.21 3.04	2.15 2.94	2.10 2.86	2.06 2.78	2.03 2.72
38	4.10 7.35	3.25 5.21	2.85 4.34	2.62 3.86	2.46 3.54	2.35 3.32	2.26 3.15	2.19 3.02	2.14 2.91	2.09 2.82	2.05 2.75	2.02 2.69

Scanned with OKEN Scanner

Tabela VIII (continuare

libertate												
14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
2.33	2.29	2.23	2.19	2.15	2.11	2.08	2.04	2.02	1.99	1.97	1.96	
3.35	3.27	3.16	3.08	3.00	2.92	2.86	2.79	2.76	2.70	2.67	2.65	17
2.29	2.25	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	
3.27	3.19	3.07	3.00	2.91	2.83	2.78	2.71	2.68	2.62	2.59	2.57	18
2.26	2.21	2.15	2.11	2.07	2.02	2.00	1.96	1.94	1.91	1.90	1.88	
3.19	3.12	3.00	2.92	2.84	2.76	2.70	2.63	2.60	2.54	2.51	2.49	19
2.23	2.18	2.12	2.08	2.04	1.99	1.96	1.92	1.90	1.87	1.85	1.84	
3.13	3.05	2.94	2.86	2.77	2.69	2.63	2.56	2.53	2.47	2.44	2.42	20
2,20	2,15	2.09	2.05	2.00	1.96	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.81	
3.07	2.99	2.88	2.80	2.72	2.63	2.58	2.51	2.47	2.42	2.38	2.36	21
2.18	2.13	2.07	2.03	1.98	1.93	1.91	1.87	1.84	1.81	1.80	1.78	
3.02	2.94	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.46	2.42	2.37	2.33	2.31	22
2.14	2.10	2.04	2.00	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.76	
2.97	2.89	2.78	2.70	2.62	2.53	2.48	2.41	2.37	2.32	2.28	2.26	23
2.13	2.09	2.02	1.98	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.76	1.74	1.73	
2.93	2.85	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.36	2.33	2.27	2.23	2.21	24
2.11	2.06	2.00	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.71	
2.89	2.81	2.70	2.62	2.54	2.45	2.40	2.32	2.29	2.23	2.19	2.17	25
2.10	2.05	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.72	1.70	1.69	
2.86	2.77	2.66	2.58	2.50	2.41	2.36	2.28	2.25	2.19	2.15	2.13	26
2.08	2.03	1.97	1.93	1.88	1.84	1.80	1.76	1.74	1.71	1.68	1.67	
2.83	2.74	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.25	2.21	2.16	2.12	2.10	27
2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65	
2.80	2.71	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.22	2.18	2.13	2.09	2.06	28
2.05	2.00	1.94	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.68	1.65	1.64	
2.77	2.68	2.57	2.49	2.41	2.32	2.27	2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	29
2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62	
2.74	2.66	2.55	2.47	2.38	2.29	2.24	2.16	2.13	2.07	2.03	2.01	30
2,02	1,97	1.91	1.86	1.82	1.76	1.74	1.69	1.67	1.64	1.61	1.59	
2.70	2.62	2.51	2.42	2.34	2.25	2.20	2.12	2.08	2.02	1.98	1.96	32
2.00	1.95	1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.57	
2.66	2.58	2.47	2.38	2.30	2.21	2.15	2.08	2.04	1.98	1.94	1.91	34
1.98	1.93	1.87	1.82	1.78	1.72	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.55	
2.62	2.54	2.43	2.35	2.26	2.17	2.12	2.04	2.00	1.94	1.90	1.87	36
1.96	1.92	1.85	1.80	1.76	1.71	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54	1.53	
2.59	2.51	2.40	2.32	2.22	2.14	2.08	2.00	1.97	1.90	1.86	1.84	38

Scanned with OKEN Scanner

Grade de libertate	Grade de 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
40	4.08 7.31	3.23 5.18	2.84 4.31	2.61 3.83	2.45 3.51	2.34 3.29	2.25 3.12	2.18 2.99	2.12 2.88	2.07 2.80	2.04 2.73	2.00 2.66
42	4.07 7.27	3.22 5.15	2.83 4.29	2.59 3.80	2.44 3.49	2.32 3.26	2.24 3.10	2.17 2.96	2.11 2.86	2.06 2.77	2.02 2.70	1.99 2.64
44	4.06 7.24	3.21 5.12	2.82 4.26	2.58 3.78	2.43 3.46	2.31 3.24	2.23 3.07	2.16 2.94	2.10 2.84	2.05 2.75	2.01 2.68	1.98 2.62
46	4.05 7.21	3.20 5.10	2.81 4.24	2.57 3.76	2.42 3.44	2.30 3.22	2.22 3.05	2.14 2.92	2.09 2.82	2.04 2.73	2.00 2.66	1.97 2.60
48	4.04 7.19	3.19 5.08	2.80 4.22	2.56 3.74	2.41 3.42	2.30 3.20	2.21 3.04	2.14 2.90	2.08 2.80	2.03 2.71	1.99 2.64	1.96 2.58
50	4.03 7.17	3.18 5.06	2.79 4.20	2.56 3.72	2.40 3.41	2.29 3.18	2.20 3.02	2.13 2.88	2.07 2.78	2.02 2.70	1.98 2.62	1.95 2.56
55	4.02 7.12	3.17 5.01	2.78 4.16	2.54 3.68	2.38 3.37	2.27 3.15	2.18 2.98	2.11 2.85	2.05 2.75	2.00 2.66	1.97 2.59	1.93 2.53
60	4.00 7.08	3.15 4.98	2.76 4.13	2.52 3.65	2.37 3.34	2.25 3.12	2.17 2.95	2.10 2.82	2.04 2.72	1.99 2.63	1.95 2.56	1.92 2.50
65	3,99 7.04	3,14 4.95	2,75 4.10	2,51 3.62	2,36 3.31	2.24 3.09	2.15 2.93	2.08 2.79	2.02 2.70	1.98 2.61	1.94 2.54	1.90 2.47
70	3.98 7.01	3.13 4.92	2.74 4.08	2.50 3.60	2.35 3.29	2.23 3.07	2.14 2.91	2.07 2.77	2.01 2.67	1.97 2.59	1.93 2.51	1.89 2.45
80	3.96 6.96	3.11 4.88	2.72 4.04	2.48 3.56	2.33 3.25	2.21 3.04	2.12 2.87	2.05 2.74	1.99 2.64	1.95 2.55	1.91 2.48	1.88 2.41
100	3.94 6.90	3.09 4.82	2.70 3.98	2.46 3.51	2.30 3.20	2.19 2.99	2.10 2.82	2.03 2.69	1.97 2.59	1.92 2.51	1.88 2.43	1.85 2.36
125	3.92 6.84	3.07 4.78	2.68 3.94	2.44 3.47	2.29 3.17	2.17 2.95	2.08 2.79	2.01 2.65	1.95 2.56	1.90 2.47	1.86 2.40	1.83 2.33
150	3.91 6.81	3.06 4.75	2.67 3.91	2.43 3.44	2.27 3.14	2.16 2.92	2.07 2.76	2.00 2.62	1.94 2.53	1.89 2.44	1.85 2.37	1.82 2.30
200	3.89 6.76	3.04 4.71	2.65 3.88	2.41 3.41	2.26 3.11	2.14 2.90	2.05 2.73	1.98 2.60	1.92 2.50	1.87 2.41	1.83 2.34	1.80 2.28
400	3.86 6.70	3.02 4.66	2.62 3.83	2.39 3.36	2.23 3.06	2.12 2.85	2.03 2.69	1.96 2.55	1.90 2.46	1.85 2.37	1.81 2.29	1.78 2.23
1000	3.85 6.66	3.00 4.62	2.61 3.80	2.38 3.34	2.22 3.04	2.10 2.82	2.02 2.66	1.95 2.53	1.89 2.43	1.84 2.34	1.80 2.26	1.76 2.20
∞	3.84 6.64	2.99 4.60	2.60 3.78	2.37 3.32	2.21 3.02	2.09 2.80	2.01 2.64	1.94 3.51	1.88 2.41	1.83 2.32	1.79 2.24	1.75 2.18

Scanned with OKEN Scanner

Tabela VIII (continuare)

libertate	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	
	1.95	1.90	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51	
40	2.56	2.49	2.37	2.29	2.20	2.11	2.05	1.97	1.94	1.88	1.84	1.81	40
	1.94	1.89	1.82	1.78	1.73	1.68	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.49	
42	2.54	2.46	2.35	2.26	2.17	2.08	2.02	1.94	1.91	1.85	1.80	1.78	42
	1.92	1.88	1.81	1.76	1.72	1.66	1.63	1.58	1.56	1.52	1.50	1.48	
44	2.52	2.44	2.32	2.24	2.15	2.06	2.00	1.92	1.88	1.82	1.78	1.75	44
	1.91	1.87	1.80	1.75	1.71	1.65	1.62	1.57	1.54	1.51	1.48	1.46	
46	2.50	2.42	2.30	2.22	2.13	2.04	1.98	1.90	1.86	1.80	1.76	1.72	46
	1.90	1.86	1.79	1.74	1.70	1.64	1.61	1.56	1.53	1.50	1.47	1.45	
48	2.48	2.40	2.28	2.20	2.11	2.02	1.96	1.88	1.84	1.78	1.73	1.70	48
	1.90	1.85	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.55	1.52	1.48	1.46	1.44	
50	2.46	2.39	2.26	2.18	2.10	2.00	1.94	1.86	1.82	1.76	1.71	1.68	50
	1.88	1.83	1.76	1.72	1.67	1.61	1.58	1.52	1.50	1.46	1.43	1.41	
55	2.43	2.35	2.23	2.15	2.06	1.96	1.90	1.82	1.78	1.71	1.66	1.64	55
	1.86	1.81	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.50	1.48	1.44	1.41	1.39	
60	2.40	2.32	2.20	2.12	2.03	1.93	1.87	1.79	1.74	1.68	1.63	1.60	60
	1.85	1.80	1.73	1.68	1.63	1.57	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	1.37	
65	2.37	2.30	2.18	2.09	2.00	1.90	1.84	1.76	1.71	1.64	1.60	1.56	65
	1.84	1.79	1.72	1.67	1.62	1.56	1.53	1.47	1.45	1.40	1.37	1.35	
70	2.35	2.28	2.15	2.07	1.98	1.88	1.82	1.74	1.69	1.62	1.56	1.53	70
	1.82	1.77	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	
80	2.32	2.24	2.11	2.03	1.94	1.84	1.78	1.70	1.65	1.57	1.52	1.49	80
	1.79	1.75	1.68	1.63	1.57	1.51	1.48	1.42	1.39	1.34	1.30	1.28	
100	2.26	2.19	2.06	1.98	1.89	1.79	1.73	1.64	1.59	1.51	1.46	1.43	100
	1.77	1.72	1.65	1.60	1.55	1.49	1.45	1.39	1.36	1.31	1.27	1.25	
125	2.23	2.15	2.03	1.94	1.85	1.75	1.68	1.59	1.54	1.46	1.40	1.37	125
	1.76	1.71	1.64	1.59	1.54	1.47	1.44	1.37	1.34	1.29	1.25	1.22	
150	2.20	2.12	2.00	1.91	1.83	1.72	1.66	1.56	1.51	1.43	1.37	1.33	150
	1.74	1.69	1.62	1.57	1.52	1.45	1.42	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19	
200	2.17	2.09	1.97	1.88	1.79	1.69	1.62	1.53	1.48	1.38	1.33	1.28	200
	1.72	1.67	1.60	1.54	1.49	1.42	1.38	1.32	1.28	1.22	1.16	1.16	
400	2.12	2.04	1.92	1.84	1.74	1.64	1.57	1.47	1.42	1.32	1.24	1.19	400
	1.70	1.65	1.58	1.53	1.47	1.41	1.36	1.30	1.26	1.19	1.13	1.08	
1000	2.09	2.01	1.89	1.81	1.71	1.61	1.54	1.44	1.38	1.28	1.19	1.11	1000
	1.69	1.64	1.57	1.52	1.46	1.40	1.35	1.28	1.24	1.17	1.11	1.00	
∞	2.07	1.99	1.87	1.79	1.69	1.59	1.52	1.41	1.36	1.25	1.15	1.00	∞

Scanned with OKEN Scanner

TABELA IX: PROBABILITĂȚILE DE TRANSGRESIUNE α ÎN PROCENTE ÎN FUNCȚIE DE VALORILE t ȘI NUMĂRUL GRADELOR DE LIBERTATE l
(după A. Mudra, 1958)

t	Grade de libertate																t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞	
0,1	93,7	93,0	92,7	92,5	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	92,0	0,1
0,2	87,4	86,0	85,5	85,1	84,9	84,7	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	84,1	0,2
0,3	81,5	79,3	78,5	77,9	77,7	77,3	77,2	77,1	77,0	76,9	76,8	76,7	76,6	76,5	76,4	76,3	0,3
0,4	75,8	72,7	71,6	71,1	70,8	70,6	70,4	70,2	70,0	69,8	69,6	69,4	69,2	69,0	68,9	68,8	0,4
0,5	70,5	66,7	65,0	64,4	64,0	63,6	63,4	63,2	63,0	62,8	62,6	62,4	62,2	62,0	61,9	61,8	0,5
0,6	65,6	61,0	59,2	58,2	57,5	57,0	56,8	56,6	56,4	56,2	56,0	55,8	55,6	55,4	55,2	55,0	0,6
0,7	61,2	55,7	53,5	52,4	51,5	50,9	50,6	50,4	50,2	50,0	49,6	49,3	49,0	48,7	48,5	48,3	0,7
0,8	57,2	50,7	48,2	47,0	46,0	45,3	44,9	44,6	44,3	44,1	43,7	43,4	43,1	42,8	42,6	42,4	0,8
0,9	53,5	46,3	43,5	41,9	40,9	40,3	39,9	39,6	39,3	39,0	38,6	38,2	37,8	37,4	37,1	36,8	0,9
1,0	50,0	42,2	39,2	37,5	36,2	35,5	35,0	34,7	34,4	34,1	33,6	33,3	33,0	32,4	31,9	31,7	1,0
1,1	46,8	38,6	35,2	33,4	32,0	31,3	30,8	30,3	29,9	29,7	29,1	28,8	28,5	27,9	27,5	27,1	1,1
1,2	44,0	35,3	31,7	29,7	28,3	27,7	27,0	26,4	25,9	25,8	25,1	24,8	24,5	23,9	23,4	23,0	1,2
1,3	41,5	32,2	28,4	26,3	25,0	24,2	23,5	23,0	22,6	22,2	21,7	21,3	21,0	20,4	19,8	19,3	1,3
1,4	39,3	29,6	25,7	23,3	22,0	21,1	20,4	19,9	19,5	19,1	18,5	18,1	17,7	17,1	16,5	16,0	1,4
1,5	37,3	27,2	23,1	20,7	19,3	18,5	17,8	17,1	16,7	16,3	15,7	15,3	14,9	14,3	13,7	13,2	1,5
1,6	35,5	25,0	20,8	18,5	17,0	16,0	15,3	14,8	14,4	14,0	13,4	12,9	12,5	11,9	11,4	11,0	1,6
1,7	33,9	23,1	18,8	16,4	15,0	14,0	13,2	12,8	12,4	12,0	11,4	10,9	10,4	9,8	9,3	8,9	1,7
1,8	32,3	21,3	17,0	14,7	13,2	12,2	11,5	10,9	10,5	10,2	9,5	9,1	8,7	8,1	7,6	7,2	1,8
1,9	30,8	19,8	15,4	13,0	11,6	10,7	9,9	9,3	9,0	8,7	8,0	7,6	7,2	6,6	6,1	5,7	1,9
2,0	29,6	18,4	13,9	11,6	10,2	9,3	8,5	8,0	7,7	7,3	6,8	6,4	6,0	5,4	4,9	4,5	2,0
2,1	28,3	17,1	12,7	10,4	9,0	8,0	7,4	6,9	6,6	6,3	5,8	5,3	4,9	4,4	4,0	3,6	2,1
2,2	27,2	15,9	11,5	9,3	8,0	7,0	6,4	6,0	5,6	5,3	4,8	4,4	4,0	3,6	3,2	2,8	2,2
2,3	26,1	14,8	10,5	8,3	7,0	6,1	5,5	5,1	4,7	4 4	4,1	3,6	3,2	2,9	2,5	2,1	2,3
2,4	25,1	13,8	9,6	7,4	6,2	5,3	4,7	4,3	4,0	3,7	3,4	3,0	2,6	2,3	2,0	1,6	2,4
2,5	24,2	13,0	8,8	6,7	5,4	4,6	4,1	3,7	3,4	3,1	2,8	2,5	2,1	1,8	1,6	1,2	2,5
2,6	23,4	12,1	8,0	6,0	4,8	4,1	3,5	3,2	2,9	2,7	2,4	2,0	1,7	1,4	1,23	0,93	2,6
2,7	22,7	11,4	7,4	5,4	4,3	3,6	3,1	2,7	2,5	2,3	2,0	1,7	1,4	1,1	0,98	0,70	2,7

Scanned with OKEN Scanner

t	Grade de libertate l																t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞	
2,8	21,9	10,7	6,8	4,9	3,8	3,1	2,6	2,3	2,1	1,9	1,6	1,4	1,1	0,90	0,74	0,52	2,8
2,9	21,2	10,1	6,3	4,4	3,4	2,7	2,3	2,0	1,8	1,6	1,3	1,1	0,89	0,70	0,57	0,38	2,9
3,0	20,5	9,7	5,8	4,0	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,33	1,1	0,91	0,71	0,55	0,43	0,27	3,0
3,1	19,9	9,1	5,4	3,6	2,7	2,12	1,7	1,45	1,25	1,12	0,93	0,75	0,57	0,43	0,33	0,20	3,1
3,2	19,3	8,6	5,0	3,3	2,4	1,86	1,5	1,25	1,08	0,97	0,78	0,60	0,45	0,33	0,25	0,14	3,2
3,3	18,8	8,1	4,6	3,1	2,2	1,65	1,3	1,08	0,93	0,82	0,65	0,50	0,36	0,26	0,18	0,10	3,3
3,4	18,3	7,7	4,3	2,75	2,0	1,45	1,13	0,95	0,79	0,70	0,53	0,40	0,28	0,20	0,14	<0,10	3,4
3,5	17,7	7,3	4,0	2,50	1,8	1,28	1,00	0,80	0,69	0,58	0,44	0,32	0,22	0,15	0,10		3,5
3,6	17,3	6,9	3,7	2,30	1,6	1,13	0,87	0,70	0,59	0,50	0,37	0,26	0,18	0,12	<0,10		3,6
3,7	16,8	6,6	3,4	2,10	1,4	1,01	0,77	0,61	0,50	0,43	0,30	0,21	0,15	<0,10			3,7
3,8	16,4	6,3	3,2	1,92	1,27	0,90	0,68	0,53	0,43	0,36	0,26	0,17	0,12				3,8
3,9	16,0	6,0	3,0	1,75	1,15	0,79	0,60	0,46	0,37	0,30	0,21	0,14	<0,10				3,9
4,0	15,6	5,7	2,8	1,62	1,05	0,71	0,52	0,39	0,31	0,26	0,18	0,12					4,0
4,2	14,8	5,2	2,45	1,35	0,84	0,57	0,40	0,29	0,23	0,18	0,13	<0,10					4,2
4,4	14,2	4,8	2,15	1,15	0,70	0,45	0,31	0,22	0,17	0,14	<0,10						4,4
4,6	13,6	4,4	1,91	1,00	0,59	0,36	0,24	0,17	0,13	0,11							4,6
4,8	13,0	4,1	1,70	0,86	0,49	0,29	0,19	0,13	<0,10	<0,10							4,8
5,0	12,6	3,8	1,52	0,75	0,42	0,24	0,15	0,11									5,0
5,2	12,1	3,5	1,37	0,66	0,34	0,20	0,12	<0,10									5,2
5,4	11,7	3,25	1,23	0,58	0,29	0,17	0,10										5,4
5,6	11,3	3,05	1,11	0,50	0,25	0,14	<0,10										5,6
5,8	10,9	2,85	1,01	0,44	0,21	0,12											5,8
6,0	10,5	2,65	0,92	0,39	0,18	0,10											6,0
6,2	10,2	2,50	0,84	0,35	0,16	<0,10											6,2
6,4	9,9	2,35	0,78	0,31	0,14												6,4
6,6	9,7	2,22	0,72	0,27	0,12												6,6
6,8	9,3	2,10	0,66	0,24	0,11												6,8
7,0	9,0	1,99	0,61	0,22	<0,10												7,0
7,2	8,8	1,87	0,56	0,20													7,2

Scanned with OKEN Scanner

Tabela IX (continuare)

t	Grade de libertate f																t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞	
7,4	8,6	1,78	0,52	0,18													7,4
7,6	8,3	1,69	0,48	0,16													7,6
7,8	8,1	1,60	0,44	0,14													7,8
8,0	7,9	1,52	0,41	0,13													8,0
8,5	7,5	1,34	0,34	0,11													8,5
9,0	7,0	1,19	0,29	<0,10													9,0
9,5	6,7	1,08	0,25														9,5
10,0	6,3	0,98	0,22														10,0
11,0	5,75	0,82	0,16														11,0
12,0	5,30	0,69	0,12														12,0
13,0	4,90	0,58	0,10														13,0
14,0	4,55	0,50	<0,10														14,0
15,0	4,25	0,44															15,0
16,0	4,00	0,39															16,0
17,0	3,75	0,34															17,0
18,0	3,55	0,31															18,0
19,0	3,35	0,27															19,0
20,0	3,20	0,24															20,0
21,0	3,05	0,22															21,0
22,0	2,90	0,20															22,0
23,0	2,78	0,19															23,0
24,0	2,65	0,17															24,0
25,0	2,55	0,16															25,0
26,0	2,43	0,15															26,0
27,0	2,36	0,14															27,0
28,0	2,28	0,13															28,0
29,0	2,20	0,12															29,0
30,0	2,13	0,11															30,0
31,0	2,06	0,10															31,0

Scanned with OKEN Scanner

Tabela IX (continuare)

t	Grade de libertate l																t
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞	
7,4	8,6	1,78	0,52	0,18													7,4
7,6	8,3	1,69	0,48	0,16													7,6
7,8	8,1	1,60	0,44	0,14													7,8
8,0	7,9	1,52	0,41	0,13													8,0
8,5	7,5	1,34	0,34	0,11													8,5
9,0	7,0	1,19	0,29	<0,10													9,0
9,5	6,7	1,08	0,25														9,5
10,0	6,3	0,98	0,22														10,0
11,0	5,75	0,82	0,16														11,0
12,0	5,30	0,69	0,12														12,0
13,0	4,90	0,58	0,10														13,0
14,0	4,55	0,50	<0,10														14,0
15,0	4,25	0,44															15,0
16,0	4,00	0,39															16,0
17,0	3,75	0,34															17,0
18,0	3,55	0,31															18,0
19,0	3,35	0,27															19,0
20,0	3,20	0,24															20,0
21,0	3,05	0,22															21,0
22,0	2,90	0,20															22,0
23,0	2,78	0,19															23,0
24,0	2,65	0,17															24,0
25,0	2,55	0,16															25,0
26,0	2,43	0,15															26,0
27,0	2,36	0,14															27,0
28,0	2,28	0,13															28,0
29,0	2,20	0,12															29,0
30,0	2,13	0,11															30,0
31,0	2,06	0,10															31,0

Scanned with OKEN Scanner

TABELA X: UNGHIURILE CORESPUNZĂTOARE PROCENTELOR; UNGHIUL = ARC SIN $\sqrt{\text{PROCENT}}$

(după G. W. Snedecor, 1956)

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0	0.57	0.81	0.99	1.15	1.28	1.40	1.52	1.62	1.72
0.1	1.81	1.90	1.99	2.07	2.14	2.22	2.29	2.36	2.43	2.50
0.2	2.56	2.63	2.69	2.75	2.81	2.87	2.92	2.98	3.03	3.09
0.3	3.14	3.19	3.24	3.29	3.34	3.39	3.44	3.49	3.53	3.58
0.4	3.63	3.67	3.72	3.76	3.80	3.85	3.89	3.93	3.97	4.01
0.5	4.05	4.09	4.13	4.17	4.21	4.25	4.29	4.33	4.37	4.40
0.6	4.44	4.48	4.52	4.55	4.59	4.62	4.66	4.69	4.73	4.76
0.7	4.80	4.83	4.87	4.90	4.93	4.97	5.00	5.03	5.07	5.10
0.8	5.13	5.16	5.20	5.23	5.26	5.29	5.32	5.35	5.38	5.41
0.9	5.44	5.47	5.50	5.53	5.56	5.59	5.62	5.65	5.68	5.71
1	5.74	6.02	6.29	6.55	6.80	7.04	7.27	7.49	7.71	7.92
2	8.13	8.33	8.53	8.72	8.91	9.10	9.28	9.46	9.63	9.81
3	9.98	10.14	10.31	10.47	10.63	10.78	10.94	11.09	11.24	11.39
4	11.54	11.68	11.83	11.97	12.11	12.25	12.39	12.52	12.66	12.79
5	12.92	13.05	13.18	13.31	13.44	13.56	13.69	13.81	13.94	14.06
6	14.18	14.30	14.42	14.54	14.65	14.77	14.89	15.00	15.12	15.23
7	15.34	15.45	15.56	15.68	15.79	15.89	16.00	16.11	16.22	16.32
8	16.43	16.54	16.64	16.74	16.85	16.95	17.05	17.16	17.26	17.36
9	17.46	17.56	17.66	17.76	17.85	17.95	18.05	18.15	18.24	18.34
10	18.44	18.53	18.63	18.72	18.81	18.91	19.00	19.09	19.19	19.28
11	19.37	19.46	19.55	19.64	19.73	19.82	19.91	20.00	20.09	20.18
12	20.27	20.36	20.44	20.53	20.62	20.70	20.79	20.88	20.96	21.05
13	21.13	21.22	21.30	21.39	21.47	21.56	21.64	21.72	21.81	20.89
14	21.97	22.06	22.14	22.22	22.30	22.38	22.46	22.55	22.63	22.71
15	22,79	22.87	22.95	23.03	23.11	23.19	23.26	23.34	23.42	23.50
16	23.58	23.66	23.73	23.81	23.89	23.97	24.04	24.12	24.20	24.27
17	24.35	24.43	24.50	24.58	24.65	24.73	24.80	24.88	24.95	25.03
18	25.10	25.18	25.25	25.33	25.40	25.48	25.55	25.62	25.70	25.77
19	25.84	25.92	25.99	26.06	26.13	26.21	26.28	26.35	26.42	26.49
20	26.56	26.64	26.71	26.78	26.85	26.92	26.99	27.06	27.13	27.20
21	27.28	27.35	27.42	27.49	27.56	27.63	27.69	27.76	27.83	27.90
22	27.97	28.04	28.11	28.18	28.25	28.32	28.38	28.45	28.52	28.59
23	28.66	28.73	28.79	28.86	28.93	29.00	29.06	29.13	29.20	29.27
24	29.33	29.40	29.47	29.53	29.60	29.67	29.73	29.80	29.87	29.93
25	30.00	30.07	30.13	30.20	30.26	30.33	30.40	30.46	30.53	30.59
26	30.66	30.72	30.79	30.85	30.92	30.98	31.05	31.11	31.18	31.24
27	31.31	31.37	31.44	31.50	31.56	31.63	31.69	31.76	31.82	31.88
28	31.95	32.01	32.08	32.14	32.20	32.27	32.33	32.39	32.46	32.52
29	32.58	32.65	32.71	32.77	32.83	32.90	32.96	33.02	33.09	33.15
30	33.21	33.27	33.34	33.40	33.46	33.52	33.58	33.65	33.71	33.77
31	33.83	33.89	33.96	34.02	34.08	34.14	34.20	34.27	34.33	34.39
32	34.45	34.51	34.57	34.63	34.70	34.76	34.82	34.88	34.94	35.00
33	35.06	35.12	35.18	35.24	35.30	35.37	35.43	35.49	35.55	35.61
34	35.67	35.73	35.79	35.85	35.91	35.97	36.03	36.09	36.15	36.21
35	36.27	36.33	36.39	36.45	36.51	36.57	36.63	36.69	36.75	36.81
36	36.87	36.93	36.99	37.05	37.11	37.17	37.23	37.29	37.35	37.41
37	37.47	37.52	37.58	37.64	37.70	37.76	37.82	37.88	37.94	38.00
38	38.06	38.12	38.17	38.23	38.29	38.35	38.41	38.47	38.53	38.59
39	38.65	38.70	38.76	38.82	38.88	38.94	39.00	39.06	39.11	39.17
40	39.23	39.29	39.35	39.41	39.47	39.52	39.58	39.64	39.70	39.76

Scanned with OKEN Scanner

Tabela X (continuare)

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
41	39.82	39.87	39.93	39.99	40.05	40.11	40.16	40.22	40.28	40.34
42	40,40	40,46	40,51	40.57	40.63	40.69	40.74	40.80	40.86	40.92
43	40.98	41.03	41.09	41.15	41.21	41.27	41.32	41.38	41.44	41.50
44	41.55	41.61	41.67	41.73	41.78	41.84	41.90	41.96	42.02	42.07
45	42.13	42.19	42.25	42.30	42.36	42.42	42.48	42.53	42.59	42.65
46	42.71	42.76	42.82	42.88	42.94	42.99	43.05	43.11	43.17	43.22
47	43.28	43.34	43.39	43.45	43.51	43.57	43.62	43.68	43.74	43.80
48	43.85	43.91	43.97	44.03	44.08	44.14	44.20	44.25	44.31	44.37
49	44.43	44.48	44.54	44.60	44.66	44.71	44.77	44.83	44.89	44.94
50	45.00	45.06	45.11	45.17	45.23	45.29	45.34	45.40	45.46	45.52
51	45.57	45.63	45.69	45.75	45.80	45.86	45.92	45.97	46.03	46.09
52	46.15	46.20	46.26	46.32	46.38	46.43	46.49	46.55	46.61	46.66
53	46.72	46.78	46.83	46.89	46.95	47.01	47.06	47.12	47.18	47.24
54	47.29	47.35	47.41	47.47	47.52	47.58	47.64	47.70	47.75	47.81
55	47.87	47.93	47.98	48.04	48.10	48.16	48.22	48.27	48.33	48.39
56	48.45	48.50	48.56	48.62	48.68	48.73	48.79	48.85	48.91	48.97
57	49.02	49.08	49.14	49.20	49.26	49.31	49.37	49.43	49.49	49.54
58	49.60	49.66	49.72	49.78	49.84	49.89	49.95	50.01	50.07	50.13
59	50.18	50.24	50.30	50.36	50.42	50.48	50.53	50.59	50.65	50.71
60	50.77	50.83	50.89	50.94	51.00	51.06	51.12	51.18	51.24	51.30
61	51.35	51.41	51.47	51.53	51.59	51.65	51.71	51.77	51.83	51.88
62	51.94	52.00	52.06	52.12	52.18	52.24	52.30	52.36	52.42	52.48
63	52.53	52.59	52.65	52.71	52.77	52.83	52.89	52.95	53.01	53.07
64	53.13	53.19	53.25	53.31	53.37	53.43	53.49	53.55	53.61	53.67
65	53.73	53.79	53.85	53.91	53.97	54.03	54.09	54.15	54.21	54.27
66	54.33	54.39	54.45	54.51	54.57	54.63	54.70	54.76	54.82	54.88
67	54.94	55.00	55.06	55.12	55.18	55.24	55.30	55.37	55.43	55.49
68	55.55	55.61	55.67	55.73	55.80	55.86	55.92	55.98	56.04	56.11
69	56.17	56.23	56.29	56.35	56.42	56.48	56.54	56.60	56.66	56.73
70	56.79	56.85	56.91	56.98	57.04	57.10	57.17	57.23	57.29	57.35
71	57.42	57.48	57.54	57.61	57.67	57.73	57.80	57.86	57.92	57.99
72	58.05	58.12	58.18	58.24	58.31	58.37	58.44	58.50	58.56	58.63
73	58.69	58.76	58.82	58.89	58.95	59.02	59.08	59.15	59.21	59.28
74	59.34	59.41	59.47	59.54	59.60	59.67	59.74	59.80	59.87	59.93
75	60.00	60.07	60.13	60.20	60.27	60.33	60.40	60.47	60.53	60.60
76	60.67	60.73	60.80	60.87	60.94	61.00	61.07	61.14	61.21	61.27
77	61.34	61.41	61.48	61.55	61.62	61.68	61.75	61.82	61.89	61.96
78	62.03	62.10	62.17	62.24	62.31	62.37	62.44	62.51	62.58	62.65
79	62.72	62.80	62.87	62.94	63.01	63.08	63.15	63.22	63.29	63.36
80	63.44	63.51	63.58	63.65	63.72	63.79	63.87	63.94	64.01	64.08
81	64.16	64.23	64.30	64.38	64.45	64.52	64.60	64.67	64.75	64.82
82	64.90	64.97	65.05	65.12	65.20	65.27	65.35	65.42	65.50	65.57
83	65.65	65.73	65.80	65.88	65.96	66.03	66.11	66.19	66.27	66.34
84	66.42	66.50	66.58	66.66	66.74	66.81	66.89	66.97	67.05	67.13
85	67.21	67.29	67.37	67.45	67.54	67.62	67.70	67.78	67.86	67.94
86	68.03	68.11	68.19	68.28	68.36	68.44	68.53	68.61	68.70	68.78
87	68.87	68.95	69.04	69.12	69.21	69.30	69.38	69.47	69.56	69.64
88	69.73	69.82	69.91	70.00	70.09	70.18	70.27	70.36	70.45	70.54
89	70.63	70.72	70.81	70.91	71.00	71.09	71.19	71.28	71.37	71.47
90	71.56	71.66	71.76	71.85	71.95	72.05	72.15	72.24	72.34	72.44
91	72.54	72.64	72.74	72.84	72.95	73.05	73.15	73.26	73.36	73.46
92	73.57	73.68	73.78	73.89	74.00	74.11	74.21	74.32	74.44	74.55
93	74.66	74.77	74.88	75.00	75.11	75.23	75.35	75.46	75.58	75.70

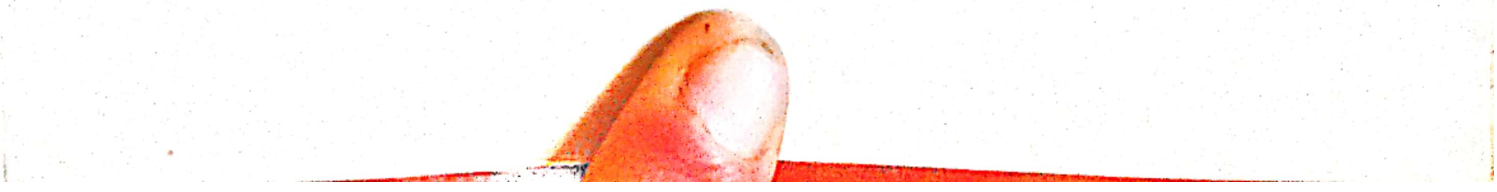
Scanned with OKEN Scanner

Tabela X (continuare)

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
94	75.82	75.94	76.06	76.19	76.31	76.44	76.56	76.69	76.82	76.95
95	77.08	77.21	77.34	77.48	77.61	77.75	77.89	77.03	77.17	77.32
96	78.46	78.61	78.76	78.91	79.06	79.22	79.37	79.53	79.69	79.86
97	80.02	80.19	80.37	80.54	80.72	80.90	81.09	81.28	81.47	81.67
98	81.87	82.08	82.29	82.51	82.73	82.96	83.20	83.45	83.71	83.98
99.0	84.26	84.29	84.32	84.35	84.38	84.41	84.44	84.47	84.50	84.53
99.1	84.56	84.59	84.62	84.65	84.68	84.71	84.74	84.77	84.80	84.84
99.2	84.87	84.90	84.93	84.97	85.00	85.03	85.07	85.10	85.13	85.17
99.3	85.20	85.24	85.27	85.31	85.34	85.38	85.41	85.45	85.48	85.52
99.4	85.56	85.60	85.63	85.67	85.71	85.75	85.79	85.83	85.87	85.91
99.5	85.95	85.99	86.03	86.07	86.11	86.15	86.20	86.24	86.28	86.33
99.6	86.37	86.42	86.47	86.51	86.56	86.61	86.66	86.71	86.76	86.81
99.7	86.86	86.91	86.97	87.02	87.08	87.13	87.19	87.25	87.31	87.37
99.8	87.44	87.50	87.57	87.64	87.71	87.78	87.86	87.93	88.01	88.10
99.9	88.19	88.28	88.38	88.48	88.60	88.72	88.85	89.01	89.19	89.43
100.00	90.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—

TABELA XI: VALORILE LIMITĂ ALE COEFICIENȚILOR DE CORELAȚIE ($r_{max.}$) PENTRU DIFERITE GRADE DE LIBERTATE ȘI PROBABILITĂȚI DE TRANSGRESIUNE
(după Erna Weber, 1961)

Grade de libertate	Probabilitatea de transgresiune α			
	5%	1%	0,27%	0,1%
	$r_{max.}$			
5	0,75	0,87	0,93	0,95
10	0,58	0,71	0,78	0,82
15	0,48	0,61	0,68	0,72
20	0,42	0,53	0,61	0,65
25	0,38	0,49	0,55	0,60
30	0,35	0,45	0,51	0,55
35	0,32	0,42	0,48	0,52
40	0,30	0,39	0,45	0,49
50	0,27	0,35	0,41	0,44
60	0,25	0,33	0,37	0,41
70	0,23	0,30	0,35	0,38
80	0,22	0,28	0,33	0,36
90	0,21	0,26	0,31	0,34
100	0,19	0,25	0,29	0,32
120	0,18	0,23	0,27	0,30
150	0,16	0,21	0,24	0,26
200	0,14	0,18	0,21	0,23
300	0,11	0,15	0,17	0,19
400	0,10	0,13	0,15	0,16
500	0,09	0,11	0,13	0,15
700	0,07	0,10	0,11	0,12
900	0,06	0,09	0,10	0,11
1000				
>1000	<0,06	<0,09	<0,10	<0,11



Scanned with OKEN Scanner

TABELA XII: TRANSFORMAREA COEFICIENȚILOR DE CORELAȚIE ÎN $z = \frac{1}{2} \log e \frac{1+r}{1-r}$

(după Erna Weber, 1961)

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.0000	.0100	.0200	.0300	.0400	.0500	.0599	.0699	.0708	.0898
0.1	.0997	.1096	.1194	.1293	.1391	.1489	.1586	.1684	.1781	.1877
0.2	.1974	.2070	.2165	.2260	.2355	.2449	.2543	.2636	.2729	.2821
0,3	.2913	.3004	.3095	.3185	.3275	.3364	.3452	.3540	.3627	.3714
0,4	.3800	.3885	.3969	.4053	.4136	.4219	.4301	.4382	.4462	.4542
0,5	.4621	.4699	.4777	.4854	.4930	.5005	.5080	.5154	.5227	.5299
0,6	.5370	.5441	.5511	.5580	.5649	.5717	.5784	.5850	.5915	.5980
0,7	.6044	.6107	.6169	.6231	.6291	.6351	.6411	.6469	.6527	.6584
0,8	.6640	.6696	.6751	.6805	.6858	.6911	.6963	.7014	.7064	.7114
0,9	.7163	.7211	.7259	.7306	.7352	.7398	.7443	.7447	.7531	.7574
1,0	.7616	.7658	.7699	.7739	.7779	.7818	.7857	.7895	.7932	.7969
1,1	.8005	.8041	.8076	.8110	.8144	.8178	.8210	.8243	.8275	.8306
1,2	.8337	.8367	.8397	.8426	.8455	.8483	.8511	.8538	.8565	.8591
1,3	.8617	.8643	.8668	.8692	.8717	.8741	.8764	.8787	.8810	.8832
1,4	.8854	.8875	.8896	.8917	.8937	.8957	.8977	.8996	.9015	.9033
1,5	.9051	.9069	.9087	.9104	.9121	.9138	.9154	.9170	.9186	.9201
1,6	.9217	.9232	.9246	.9261	.9275	.9289	.9302	.9316	.9329	.9341
1,7	.9354	.9366	.9379	.9391	.9402	.9414	.9425	.9436	.9447	.9458
1,8	.94681	.94783	.94884	.94983	.95080	.95175	.95268	.95359	.95449	.95537
1,9	.95624	.95709	.95792	.95873	.95953	.96032	.96109	.96185	.96259	.96331
2,0	.96403	.96473	.96541	.96609	.96675	.96739	.96803	.96865	.96926	.96986
2,1	.97045	.97103	.97159	.97215	.97269	.97323	.97375	.97426	.97477	.97526
2,2	.97574	.97622	.97668	.97714	.97759	.97803	.97846	.97888	.97929	.97970
2,3	.98010	.98049	.98087	.98124	.98161	.98197	.98233	.98267	.98301	.98335
2,4	.98367	.98399	.98431	.98462	.98492	.98522	.98551	.98579	.98607	.98635
2,5	.98661	.98688	.98714	.98739	.98764	.98788	.98812	.98835	.98858	.98881
2,6	.98903	.98924	.98945	.98966	.98987	.99007	.99026	.99045	.99064	.99083
2,7	.99101	.99118	.99136	.99153	.99170	.99186	.99202	.99218	.99233	.99248

Scanned with OKEN Scanner

z	0,00	0,01	0,02,	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,8	.99263	.99278	.99292	.99306	.99320	.99333	.99346	.99359	.99372	.99384
2,9	.99396	.99408	.99420	.99431	.99443	.99454	.99464	.99475	.99485	.99495
	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	9
3	.99505	.99595	.99668	.99728	.99777	.99818	.99851	.99878	.99900	.99918
4	.99933	.99945	.99955	.99963	.99970	.99975	.99980	.99983	.99986	.99989

Scanned with OKEN Scanner

TABELA XIII: 1000 PERMUTĂRI RANDO-
(după K. F. Zimmer-

1	5	9	9	5	3	6	9	7	8	9	0	7	0	7	8	6	4	5	4	9	0	2	7	3
2	3	4	7	8	1	0	3	5	4	0	1	4	9	6	7	9	8	1	0	1	1	4	1	1
3	9	5	5	7	0	4	4	8	5	4	3	3	7	9	0	5	0	4	1	5	5	5	3	6
4	1	1	3	6	6	7	8	2	1	7	4	2	8	8	3	8	6	8	3	6	7	6	5	4
5	0	2	1	0	2	1	2	3	6	8	5	5	4	0	2	4	9	2	7	4	6	3	9	2
6	7	3	2	9	4	9	6	4	3	5	9	1	6	2	1	0	2	0	5	8	3	7	8	0
7	8	7	0	2	7	8	0	1	7	3	8	8	5	5	4	7	5	9	2	7	4	9	2	8
8	2	6	8	1	5	3	1	0	2	2	6	6	3	1	9	3	3	7	6	3	8	0	4	9
9	6	8	4	3	9	2	5	9	0	6	7	0	2	4	6	2	7	6	8	2	2	8	0	5
0	4	0	6	4	8	5	7	6	9	1	2	9	1	3	5	1	1	3	9	0	9	1	6	7
4	1	2	2	2	0	7	8	4	4	9	3	9	0	8	4	3	6	7	5	8	1	8	3	7
9	2	4	1	3	1	1	7	9	2	2	0	8	6	9	3	9	1	4	9	1	8	5	2	8
2	7	1	7	9	3	3	3	3	1	6	5	5	7	2	5	4	0	2	8	7	3	1	4	1
5	8	9	0	4	8	9	4	7	5	8	4	0	8	1	1	7	8	9	7	5	7	2	1	2
3	9	6	9	1	5	0	5	2	7	5	9	3	1	6	2	5	9	6	1	9	4	6	8	4
8	5	3	5	7	4	8	2	5	6	0	6	1	2	7	0	6	7	1	3	3	5	4	9	0
7	4	0	8	0	7	2	1	8	8	7	1	4	4	0	7	8	4	8	0	6	9	3	0	9
0	0	5	3	6	6	5	0	6	0	1	7	7	9	3	6	0	5	3	2	0	6	0	5	3
6	6	8	6	8	2	4	9	1	9	4	8	2	3	5	9	2	3	0	6	4	0	9	7	5
1	3	7	4	5	9	6	6	0	3	3	2	6	5	4	8	1	2	5	4	2	2	7	6	6
8	1	1	6	0	8	9	7	8	5	4	5	3	3	1	5	3	5	4	3	8	0	5	5	5
5	0	0	7	5	2	3	9	6	4	8	4	1	1	4	0	8	0	7	2	4	5	7	7	7
1	3	8	4	3	9	4	1	7	8	5	9	5	6	9	1	0	7	1	1	9	2	2	3	8
7	6	4	1	9	1	8	2	5	1	9	2	0	5	2	4	4	2	2	6	3	7	6	1	6
6	5	2	2	4	6	0	3	4	0	6	6	6	8	5	9	2	8	3	9	2	9	8	8	2
4	9	5	0	8	5	5	8	1	9	7	0	2	4	3	3	5	9	5	5	0	3	0	9	9
9	7	3	8	2	3	7	4	0	2	2	3	9	2	7	7	7	4	9	4	5	8	9	0	1
0	8	7	9	1	0	6	6	3	7	3	8	7	7	8	8	6	1	6	0	7	4	3	4	4
3	2	6	3	7	7	2	0	2	3	0	7	4	9	0	6	1	6	8	8	6	1	1	6	3
2	4	9	5	6	4	1	5	9	6	1	1	8	0	6	2	9	3	0	7	1	6	4	2	0
7	5	1	5	2	7	2	4	1	5	4	4	3	1	0	5	4	8	5	5	4	6	2	0	7
9	4	3	4	7	3	3	7	4	3	9	8	4	7	4	3	8	4	8	6	1	2	8	9	9
4	9	6	9	8	4	6	3	5	8	6	7	1	8	3	6	9	3	6	2	5	9	0	2	2
5	7	2	1	6	2	4	6	9	6	5	6	2	4	8	0	6	5	1	0	6	1	6	7	0
8	1	0	2	3	8	1	5	6	4	7	5	8	3	2	8	2	1	9	3	7	4	4	8	1
2	3	8	3	4	9	0	2	0	9	3	2	7	0	9	1	5	7	2	9	9	3	7	1	5
0	2	4	6	9	1	9	0	7	1	0	9	6	6	7	9	3	6	7	7	2	7	3	6	8
1	6	7	8	5	0	5	1	8	0	2	1	5	9	1	2	1	2	4	1	3	8	5	3	3
3	8	5	0	0	5	8	9	3	2	8	3	0	2	5	4	0	9	3	4	0	0	1	4	4
6	0	9	7	1	6	7	8	2	7	1	0	9	5	6	7	7	0	0	8	8	5	9	5	6
5	0	2	4	8	3	4	1	3	4	8	5	1	3	7	3	2	9	8	6	5	6	9	9	8
8	9	3	1	9	4	6	2	0	5	4	3	9	6	8	4	9	8	0	8	2	9	7	0	6
4	1	9	2	1	6	9	6	8	1	0	9	8	4	1	0	1	5	6	9	8	2	3	3	3
0	3	7	0	2	2	8	7	7	0	6	2	7	9	6	2	6	3	1	7	4	0	5	7	7
2	5	4	9	5	8	1	8	2	6	1	4	0	5	2	5	3	6	3	2	9	5	4	2	5
6	8	6	5	0	0	5	4	6	2	3	0	2	7	5	9	4	1	5	4	1	8	6	8	2
9	7	0	7	4	7	0	9	1	7	9	1	5	0	9	1	7	0	4	0	7	1	0	6	0
7	4	1	3	3	9	7	3	4	9	7	8	6	8	4	7	8	7	2	3	0	3	2	4	4
1	2	5	8	6	5	1	0	5	8	2	5	3	6	0	8	0	2	9	1	6	7	8	1	1
3	6	8	6	7	1	2	5	9	3	5	6	4	1	3	6	5	4	7	5	3	4	1	5	9

Scanned with OKEN Scanner

MIZATE ALE NUMERELOR 1—10

m a n n, 1959)

1	7	3	9	5	4	6	1	7	1	6	5	6	3	0	6	4	8	5	0	3	2	6	4	4
5	4	9	4	3	3	1	9	3	9	7	4	4	6	5	1	2	2	1	9	4	9	4	8	7
8	0	8	6	8	7	8	4	0	5	2	6	7	5	8	8	7	0	8	4	6	4	9	2	3
0	6	0	2	1	6	4	0	9	8	5	3	8	1	6	2	1	4	0	5	5	1	3	0	5
9	3	4	0	4	2	0	3	1	2	3	9	2	9	2	5	3	3	3	2	0	5	8	9	6
6	9	7	1	7	5	9	6	8	6	4	7	5	4	7	4	8	1	4	3	1	3	1	3	0
3	1	5	5	0	8	2	8	2	7	1	1	9	2	3	3	6	6	6	7	2	8	5	6	8
4	5	1	7	9	1	5	2	4	4	8	0	1	0	4	0	0	9	9	1	7	6	0	5	9
7	2	6	8	6	0	7	5	5	3	9	2	3	7	9	9	5	7	7	6	8	0	7	1	2
2	8	2	3	2	9	3	7	6	0	0	8	0	8	1	7	9	5	2	8	9	7	2	7	1
7	9	7	4	3	1	0	3	6	7	3	3	9	7	2	9	6	7	7	0	0	3	6	4	4
1	8	0	0	1	0	1	5	2	0	9	8	5	0	6	3	2	3	8	6	7	6	7	5	1
9	7	4	5	5	2	7	2	5	3	8	9	7	2	1	7	0	9	9	3	3	8	2	9	9
4	6	9	9	9	8	5	9	3	5	1	7	6	9	5	8	4	6	3	5	6	7	8	0	8
8	3	2	6	4	5	3	0	0	4	0	2	4	5	0	2	7	8	6	9	9	4	3	2	0
5	5	8	3	8	9	8	6	4	8	7	4	8	3	3	6	3	2	2	1	8	5	0	1	2
3	2	3	8	0	3	6	1	1	6	5	0	3	1	4	0	9	0	5	7	4	0	5	6	7
6	1	5	7	2	4	9	4	9	9	6	6	0	6	9	4	5	5	0	4	5	9	1	3	6
2	4	6	2	7	6	2	7	8	2	2	1	2	4	7	5	8	4	4	2	1	1	9	8	5
0	0	1	1	6	7	4	8	7	1	4	5	1	8	8	1	1	1	1	8	2	2	4	7	3
1	1	3	9	7	5	0	7	3	8	2	5	3	0	1	2	2	8	7	5	2	2	1	0	5
0	6	6	1	0	0	7	3	1	5	1	8	9	5	8	4	0	2	3	2	1	9	8	2	4
2	4	1	2	1	8	2	9	8	0	6	4	1	4	7	8	9	4	5	4	4	6	5	6	2
7	0	8	8	3	3	5	6	2	2	7	7	5	9	3	9	7	7	9	0	8	5	9	7	9
3	9	7	3	4	9	6	8	6	6	5	9	8	3	0	5	5	5	1	6	6	0	7	1	8
5	2	9	0	6	1	3	5	5	1	3	6	4	2	2	0	6	0	8	9	5	7	6	8	6
4	3	2	6	5	4	1	0	0	3	4	1	7	8	6	1	1	9	6	7	7	8	4	3	7
6	7	5	5	8	7	8	1	4	9	8	2	2	6	4	7	4	3	0	8	3	4	2	5	0
9	5	4	4	2	6	4	2	7	4	9	3	6	7	9	3	8	6	2	3	9	3	0	4	3
8	8	0	7	9	2	9	4	9	7	0	0	0	1	5	6	3	1	4	1	0	1	3	9	1
6	9	5	1	0	1	8	7	5	2	6	8	0	1	2	9	4	1	0	0	6	3	8	1	4
4	1	7	5	5	8	3	8	2	4	7	6	4	3	1	8	6	4	6	9	0	5	2	4	1
9	0	8	0	9	6	7	9	9	8	4	2	2	4	8	7	2	7	9	3	4	2	5	6	7
5	3	1	9	4	7	6	5	0	9	9	1	1	8	7	1	0	5	8	8	5	8	9	3	2
7	2	2	2	7	4	4	3	8	6	5	9	3	7	4	5	5	9	1	4	1	0	6	7	6
2	4	0	3	2	5	9	4	4	5	0	4	7	9	3	6	1	2	4	7	2	1	3	8	9
0	6	3	4	1	3	2	0	7	7	3	5	9	5	0	4	8	0	5	5	3	7	4	9	5
8	7	6	8	6	9	1	1	1	1	2	7	6	2	9	2	7	3	3	6	9	4	1	5	0
1	8	4	7	3	0	0	6	3	3	8	0	5	6	0	3	9	6	7	2	1	9	0	2	3
3	5	9	6	8	2	5	2	6	0	1	3	8	0	6	0	3	8	2	1	7	6	7	0	8
9	1	0	9	1	3	8	7	8	8	4	9	8	1	6	8	2	5	4	9	2	6	7	2	5
5	0	3	0	9	6	1	1	2	6	0	3	9	8	5	5	0	2	7	1	9	0	2	6	1
4	4	5	8	8	1	4	9	3	4	8	8	4	7	4	4	9	0	9	2	4	7	8	9	4
8	7	1	7	3	0	3	2	0	4	1	1	7	2	0	0	7	1	4	3	5	6	3	6	9
1	9	8	4	7	0	2	0	4	3	6	6	2	0	1	9	1	5	6	8	1	9	1	5	0
6	8	9	2	0	4	9	9	5	5	5	4	3	1	3	6	2	6	8	4	9	0	5	3	7
3	6	4	6	4	6	4	2	6	1	2	2	0	6	9	4	3	3	2	3	0	4	4	2	3
7	2	2	5	6	8	7	6	8	7	3	0	1	0	7	8	6	9	3	8	4	8	8	7	8
0	5	7	3	5	7	5	8	9	9	9	7	6	2	9	1	8	0	0	1	5	3	4	4	6
2	3	6	1	2	5	6	3	0	2	7	5	5	7	7	3	6	5	0	4	5	3	0	9	1

1	0	2	7	1	6	3	5	7	6	1	5	5	7	9	7	6	4	8	5	2	7	3	5	7
7	7	3	0	5	7	9	8	2	5	8	3	4	1	2	3	3	1	4	4	1	9	5	0	4
5	1	6	9	6	8	4	3	5	2	3	9	7	9	0	8	5	8	5	7	9	4	1	6	8
2	5	9	3	9	0	6	2	6	9	2	8	2	4	6	2	1	3	0	1	4	0	2	8	0
4	6	7	5	0	5	1	9	8	1	7	1	8	0	3	0	4	6	1	9	5	3	4	2	9
0	8	5	2	7	4	2	6	0	7	6	0	1	3	5	4	8	0	2	3	3	8	8	1	1
6	4	8	8	3	3	0	0	4	3	0	6	0	5	8	1	9	5	7	8	7	6	9	4	2
9	2	4	6	4	9	5	4	1	4	5	7	3	2	1	5	7	9	6	0	0	5	7	9	6
8	9	1	1	2	2	7	1	3	8	9	2	6	8	4	9	2	2	3	2	6	1	6	7	3
3	3	0	4	8	1	8	7	9	0	4	4	9	6	7	6	0	7	9	6	8	2	0	3	5

8	9	1	5	4	7	9	8	1	5	2	3	6	5	7	9	6	5	7	9	7	1	4	7	5
3	7	4	6	0	8	4	5	9	1	4	9	2	0	2	8	5	4	3	7	9	4	6	9	2
9	5	9	9	8	4	6	2	8	7	7	8	1	4	4	1	7	9	0	1	6	3	5	5	4
5	4	5	3	5	9	2	6	5	9	8	2	9	1	5	5	0	3	4	0	3	0	0	6	3
1	2	3	8	9	3	0	9	3	3	9	4	8	3	6	2	9	0	2	3	4	7	2	2	1
6	1	7	2	1	2	3	1	0	2	1	1	4	8	8	6	4	1	8	4	8	6	3	8	0
4	8	0	7	7	6	5	3	2	0	5	5	0	2	0	4	8	8	1	8	5	5	7	4	8
0	0	8	0	6	0	7	7	4	4	3	6	7	7	1	7	2	7	6	2	0	2	9	0	7
2	6	2	1	2	5	1	0	6	8	0	0	5	6	3	0	3	2	9	5	1	9	8	3	9
7	3	6	4	3	1	8	4	7	6	6	7	3	9	9	3	1	6	5	6	2	8	1	1	6

3	5	9	0	9	8	3	1	7	9	6	7	1	4	5	2	5	5	2	0	3	8	4	6	9
2	6	0	1	2	4	6	7	1	2	5	6	9	1	7	5	3	1	1	9	5	0	5	4	3
5	4	6	2	1	6	4	9	0	1	3	9	6	7	2	1	9	0	9	1	7	5	7	7	4
0	1	2	6	7	2	5	5	6	7	0	5	7	3	6	4	4	7	8	5	6	6	1	3	0
9	2	1	8	4	0	1	8	8	6	4	0	4	2	3	8	2	6	3	2	1	4	0	8	7
8	3	4	9	5	1	0	2	5	8	1	8	0	6	9	0	1	2	7	6	0	2	6	0	6
7	8	7	4	0	3	2	0	3	0	2	4	2	5	4	3	7	9	6	7	9	3	2	2	5
1	9	3	5	3	7	8	3	4	4	7	2	5	0	1	9	6	4	5	8	2	7	3	1	2
4	7	8	7	6	5	9	4	9	3	8	1	3	8	0	7	8	3	4	3	8	9	8	5	1
6	0	5	3	8	9	7	6	2	5	9	3	8	9	8	6	0	8	0	4	4	1	9	9	8

1	7	6	7	5	1	3	9	5	3	5	3	7	6	0	0	4	3	7	8	3	5	8	0	4
7	6	7	5	1	8	7	4	0	5	8	0	5	2	8	6	9	2	5	7	9	6	5	7	5
8	4	5	0	4	4	1	3	1	8	1	6	9	7	1	2	2	7	4	5	1	3	4	4	8
5	5	4	2	6	2	2	8	2	6	2	8	3	0	5	1	5	4	0	2	6	2	1	9	6
3	9	0	3	8	7	5	0	4	2	6	4	1	5	9	4	3	9	9	6	8	0	2	8	2
6	2	3	6	3	3	6	5	6	9	3	5	2	9	7	3	7	8	1	4	7	1	3	5	7
2	1	1	4	7	9	9	1	3	4	0	7	0	3	3	5	8	5	3	9	2	4	6	3	1
9	8	9	8	0	5	0	7	7	7	9	1	6	1	6	8	1	0	6	0	0	9	0	1	3
0	0	2	1	2	6	4	2	7	1	7	9	8	8	2	9	6	1	2	3	5	8	9	6	0
4	3	8	9	9	0	8	6	9	0	9	2	4	4	4	7	0	6	8	1	4	7	7	2	9

2	1	6	5	6	0	4	1	2	9	9	1	8	0	9	7	8	9	3	5	1	7	5	3	0
6	8	7	8	0	6	0	2	0	7	8	2	0	8	6	3	5	7	2	0	9	9	7	4	4
9	6	5	9	2	5	1	9	9	5	4	7	1	6	3	8	3	5	4	1	0	1	2	0	2
7	2	9	4	3	4	2	7	6	6	1	3	6	5	7	9	0	1	0	3	8	2	0	8	8
5	3	1	6	9	3	6	6	1	3	3	6	2	7	4	1	9	0	9	8	6	4	9	1	5
1	0	0	2	5	1	6	3	4	2	0	9	9	4	8	5	6	6	7	2	5	6	4	7	3
0	9	8	3	7	9	8	0	5	8	2	0	4	2	2	0	7	8	5	7	2	5	8	9	7
3	4	2	7	1	8	7	4	8	0	6	4	5	9	1	4	2	2	1	6	3	0	1	2	1
4	5	3	1	8	2	5	8	7	1	5	5	3	3	0	2	4	1	6	4	4	8	3	5	9
8	7	4	0	4	7	3	5	3	4	7	8	7	1	5	6	1	4	8	9	7	3	6	6	6

Scanned with OKEN Scanner

Tabela XIII (continuare)

3	0	3	9	1	9	2	0	2	5	7	7	5	1	6	8	0	4	0	4	6	9	2	1	8
0	5	9	1	9	6	1	3	0	6	8	3	7	6	9	2	2	8	9	5	4	5	3	8	3
6	2	0	7	6	1	3	1	8	4	0	9	6	8	3	6	1	3	6	9	8	3	0	4	6
1	8	2	4	7	0	0	2	9	1	5	5	1	3	4	3	7	0	4	0	9	1	7	3	0
7	3	7	2	5	4	9	4	4	9	3	6	3	2	1	9	5	5	8	1	3	7	6	0	4
9	4	1	3	4	3	5	6	1	2	4	2	9	5	0	7	9	7	7	6	0	2	1	9	5
2	9	4	6	3	5	4	8	5	0	9	0	2	0	8	5	9	9	3	7	2	0	5	2	2
5	7	5	0	2	8	6	9	6	7	2	4	4	4	5	1	8	2	1	2	1	4	8	6	1
8	6	8	5	0	2	7	7	3	3	6	1	8	7	7	4	6	1	2	8	7	6	9	7	9
4	1	6	8	8	7	8	5	7	8	1	8	0	9	2	0	3	6	5	3	5	8	4	5	7
7	4	8	2	3	8	0	5	6	9	0	9	2	6	7	6	8	5	0	2	9	6	9	8	4
9	8	4	1	2	9	9	1	5	7	1	6	0	1	8	3	4	6	3	7	7	7	8	2	8
3	2	7	7	4	5	3	9	4	0	7	8	5	7	0	8	6	2	1	0	8	4	4	1	1
1	5	9	5	1	6	8	6	2	3	4	1	7	8	6	2	2	9	5	3	4	8	6	0	6
4	0	2	9	8	0	7	3	0	5	8	0	9	3	1	5	5	0	7	6	0	3	1	7	2
0	7	6	3	7	3	4	0	7	1	5	2	3	4	9	4	0	8	4	9	2	1	2	4	0
8	6	1	0	0	4	2	7	3	4	6	7	8	2	5	0	3	4	2	5	6	5	3	6	9
2	1	0	4	5	1	5	4	1	8	9	4	4	5	4	9	1	1	8	8	1	0	5	3	7
5	3	3	8	6	2	1	2	8	2	2	5	6	0	3	7	7	7	6	1	5	2	7	9	3
6	9	5	6	9	7	6	8	9	6	3	3	1	9	2	1	9	3	9	4	3	9	0	5	5
2	6	3	2	8	4	6	0	5	1	0	8	5	2	6	8	2	4	2	9	7	4	5	0	9
4	9	0	1	9	0	7	9	7	5	1	7	7	4	3	2	1	6	9	1	5	0	1	2	0
0	7	2	7	1	2	3	3	1	9	3	4	6	5	2	3	9	7	6	2	2	7	0	5	2
5	2	5	4	6	5	4	8	0	2	9	5	2	0	7	7	0	1	3	3	9	6	4	1	3
8	0	1	5	4	1	9	1	4	6	8	9	1	9	8	5	6	3	1	6	3	5	6	8	8
6	5	4	6	2	6	1	5	6	7	6	1	4	3	1	4	3	0	8	8	0	1	7	7	1
3	8	8	3	7	8	0	7	2	0	4	2	0	1	5	0	4	3	5	4	8	8	8	9	4
9	4	6	8	5	9	2	4	3	4	5	3	8	6	9	9	7	9	4	7	1	3	2	6	7
1	1	9	0	3	3	8	2	8	8	2	0	9	7	0	1	5	2	0	5	4	9	3	4	6
7	3	7	9	0	7	5	6	9	3	7	6	3	8	4	6	8	8	7	0	6	2	3	4	5
3	0	4	3	9	1	5	1	6	1	4	5	3	7	8	3	9	5	1	0	4	5	7	6	8
5	7	5	4	3	4	0	0	3	0	3	4	7	9	0	2	1	2	0	3	9	6	3	8	0
1	8	0	9	6	3	8	6	8	3	2	3	1	4	7	4	2	4	5	4	3	8	8	5	9
9	5	9	5	2	7	0	2	9	6	9	1	2	6	3	5	0	7	7	2	1	3	0	9	3
0	6	7	8	8	0	9	7	1	2	5	8	5	3	9	8	6	8	6	9	5	2	2	4	6
6	1	3	2	5	8	3	4	7	5	0	2	4	8	4	1	8	9	4	5	6	9	4	7	7
2	2	1	6	4	6	7	8	2	7	1	9	0	1	1	7	7	3	3	7	0	4	6	1	4
7	4	8	0	1	9	1	2	9	8	6	0	8	0	2	0	4	1	9	6	8	7	9	2	5
8	3	6	7	7	2	6	3	5	4	8	7	9	2	5	6	5	6	8	8	7	1	1	3	2
4	9	2	1	0	5	4	5	0	9	7	6	6	5	6	9	3	0	2	1	2	0	5	0	1
1	2	8	9	6	2	4	3	0	2	4	2	2	5	9	4	1	7	5	2	7	5	4	6	9
9	8	7	8	0	9	6	4	9	0	3	1	6	6	3	1	2	1	9	3	1	9	2	2	8
4	3	1	0	8	6	8	6	5	7	0	5	9	0	2	3	9	6	3	1	8	6	7	1	7
0	4	9	1	5	3	1	2	1	3	5	4	3	4	8	7	4	2	7	6	3	7	3	5	6
5	1	3	3	2	0	0	7	4	5	8	7	5	8	1	8	8	9	0	8	2	0	5	7	1
7	6	0	2	4	1	9	5	7	8	6	0	4	9	4	2	3	5	6	5	6	2	0	9	3
6	5	4	6	3	8	5	8	2	4	7	3	0	7	5	0	5	0	9	0	9	8	6	0	2
3	7	5	5	1	4	2	9	6	1	1	9	1	3	0	6	7	4	8	9	0	1	1	8	5
8	0	6	4	7	7	3	1	3	6	9	8	7	2	6	7	8	3	1	7	4	3	9	3	0
2	9	2	7	9	5	7	0	8	9	6	8	8	1	7	9	3	4	4	5	4	4	8	4	4

Scanned with OKEN Scanner

3	5	7	5	8	4	7	5	4	6	4	2	6	8	2	4	9	8	7	6	1	4	6	4	0
8	9	5	7	1	8	0	3	5	3	8	5	8	1	1	2	4	6	0	5	2	5	9	3	5
4	6	2	1	0	5	2	8	0	5	3	8	7	2	5	9	8	4	5	4	5	2	2	0	4
7	4	9	8	6	7	3	2	6	9	2	7	3	0	4	5	3	5	1	9	8	6	1	8	6
0	1	0	3	7	2	6	9	7	7	0	4	6	5	0	3	2	0	9	3	2	8	7	1	8
9	2	6	2	2	0	1	6	9	4	7	1	9	4	6	0	1	6	3	1	9	7	9	7	2
1	0	8	9	4	6	8	1	2	8	1	6	9	3	3	6	5	1	7	4	6	5	3	9	7
6	8	1	4	5	3	5	4	1	2	6	5	0	9	5	4	3	0	2	2	3	4	8	5	1
5	3	3	0	3	9	4	7	8	0	5	9	1	4	9	7	9	7	3	8	6	3	3	4	2
2	7	4	6	9	1	9	3	3	1	9	1	6	4	7	3	9	6	0	7	7	7	0	2	4

1	2	5	3	1	7	8	5	2	5	0	1	6	6	0	9	5	3	8	2	3	0	5	2	8
3	0	2	6	7	6	2	9	4	6	8	5	1	0	3	5	1	2	3	9	0	6	3	5	6
6	6	0	2	8	1	4	0	3	9	3	8	5	3	4	4	2	9	5	8	8	9	4	7	1
0	3	7	5	4	2	0	4	7	7	6	0	8	9	7	0	7	0	2	6	4	8	2	0	9
7	9	9	8	2	4	5	3	9	1	5	7	9	5	1	2	4	7	4	3	5	2	1	8	0
4	5	8	7	5	0	7	6	0	9	6	9	2	8	6	6	5	1	7	4	2	4	8	6	5
9	1	3	4	6	8	1	1	5	7	2	3	4	6	1	1	8	0	4	6	1	6	8	9	3
8	8	1	9	0	5	3	7	1	2	4	9	4	8	5	3	8	1	9	1	9	3	7	1	7
2	7	6	1	3	9	9	8	6	8	1	3	2	1	2	7	3	6	7	0	1	7	0	4	2
5	4	4	0	9	3	6	2	8	3	2	4	0	7	9	8	9	4	6	5	7	5	9	3	4
1	3	0	6	2	5	4	6	9	0	7	1	6	7	3	2	4	2	6	1	0	2	0	5	1

5	9	4	0	5	4	6	7	1	2	2	0	9	1	2	3	1	1	3	8	4	9	9	6	4
0	2	3	7	3	6	3	5	2	3	8	3	3	4	4	9	2	3	2	9	6	8	1	8	3
2	7	6	5	8	8	5	3	0	5	4	6	5	5	9	1	5	4	5	4	7	7	8	1	8
6	6	2	1	4	9	2	8	7	1	9	7	4	2	6	5	7	6	4	5	2	6	4	7	7
7	0	1	2	6	3	7	0	4	6	6	8	7	0	5	6	9	5	1	3	3	5	2	9	5
8	4	8	8	0	2	0	2	3	9	1	2	0	3	1	4	6	0	8	2	9	3	3	2	2
4	5	5	3	7	0	1	4	8	4	5	4	8	8	0	7	3	8	0	0	5	4	6	0	9
3	8	7	4	9	7	9	9	5	8	0	5	1	9	7	0	8	7	9	6	1	0	5	4	6
9	1	9	9	1	1	8	1	6	7	3	9	2	6	8	8	0	9	7	7	8	1	7	3	0

1	2	7	8	3	7	9	5	6	2	4	5	3	1	7	5	4	5	0	9	4	1	3	5	7
2	5	1	6	2	8	7	8	8	4	5	0	5	5	9	7	5	9	4	2	3	2	0	1	4
9	4	4	1	8	1	5	0	7	8	3	3	4	7	8	2	1	6	9	8	1	5	8	7	3
5	6	8	4	1	4	2	2	3	3	8	4	8	4	1	9	2	0	2	0	9	6	1	8	5
8	1	6	9	9	2	4	1	2	5	7	1	6	3	0	1	6	4	8	7	6	4	5	4	0
3	0	9	7	5	6	3	6	1	9	2	7	2	2	2	6	0	7	5	6	0	3	4	9	9
4	7	2	2	4	0	1	7	0	7	1	6	7	8	3	4	3	2	1	1	7	0	6	3	8
0	3	0	3	6	3	0	3	5	0	9	2	9	9	6	0	7	1	3	5	5	7	7	0	6
7	9	3	5	0	5	8	9	4	1	0	8	0	0	5	8	9	3	6	4	2	8	2	2	2
6	8	5	0	7	9	6	4	9	6	6	9	1	6	4	3	8	8	7	3	8	9	9	6	1
0	7	8	4	8	1	0	9	4	7	9	2	3	8	9	4	2	3	6	1	6	3	7	1	0
1	0	9	8	9	6	1	0	6	8	7	3	4	6	5	9	9	1	9	0	7	8	9	9	5
6	5	7	9	4	2	7	3	7	4	5	9	1	3	4	5	1	2	4	4	0	9	1	6	7
8	9	1	0	5	4	8	2	9	1	8	1	2	2	6	8	0	7	5	7	3	0	4	8	1
5	4	6	3	3	8	6	5	2	2	4	7	9	4	8	3	4	6	3	9	9	5	8	7	4
4	3	3	1	2	0	9	1	8	6	0	8	8	7	1	7	6	4	2	5	8	4	2	3	2
3	2	4	5	0	5	4	7	0	0	1	5	5	0	3	1	3	5	7	2	4	1	5	0	6
9	6	0	6	1	9	3	4	1	3	2	6	7	1	2	0	5	8	8	3	2	2	6	5	8
7	8	2	2	7	7	5	8	5	9	6	0	6	9	7	2	7	9	0	6	5	6	0	4	3
2	1	5	7	6	3	2	6	3	5	3	4	0	5	0	6	8	0	1	8	1	7	3	2	9

4	8	3	4	0	4	8	0	1	0	6	9	3	8	9	8	7	3	9	6	9	6	5	8	6
8	7	7	1	5	7	6	1	2	1	0	8	8	9	4	5	8	5	3	8	6	3	4	9	2
7	3	9	0	4	5	4	6	6	2	5	5	1	6	2	3	9	4	8	3	8	7	6	3	5

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul XIII (continuare)

8	4	8	0	1	5	2	5	2	1	7	0	6	8	7	2	5	1	4	5	7	3	1	5	9
1	5	9	8	9	3	5	2	7	4	1	7	1	7	6	1	1	0	3	2	1	9	0	8	1
7	6	3	9	7	8	0	4	9	7	6	2	9	9	3	5	0	6	8	9	8	6	6	2	0
0	2	6	7	2	6	7	3	8	3	9	3	8	2	8	4	8	2	6	3	9	1	4	3	3
3	9	0	4	0	0	6	7	6	2	2	6	5	6	1	3	6	5	2	8	6	7	5	9	5
4	7	5	5	5	7	3	9	4	6	0	1	7	3	5	6	2	3	1	0	5	4	9	6	2
6	0	1	3	6	1	4	6	5	9	5	8	3	1	2	8	7	9	9	4	4	5	2	7	4
9	8	7	2	4	9	8	0	0	5	4	5	2	5	4	9	9	4	0	1	2	2	7	4	7
5	3	2	6	8	4	9	1	3	8	3	4	4	0	9	0	3	7	7	6	3	0	8	1	8
2	1	4	1	3	2	1	8	1	0	8	9	0	4	0	7	4	8	5	7	0	8	3	0	6
6	1	5	2	4	7	1	6	7	5	6	5	7	0	1	0	0	3	6	1	5	0	6	1	0
8	5	4	5	3	5	0	9	6	9	4	1	6	2	6	1	2	2	1	7	3	5	0	6	3
0	7	0	6	7	9	8	7	3	2	7	9	4	9	8	7	4	4	9	3	2	3	3	4	5
1	2	3	8	5	3	9	3	5	4	8	6	2	1	9	8	7	0	2	6	1	7	9	9	7
4	3	8	1	0	2	4	0	9	8	3	0	8	4	3	4	6	1	3	0	0	1	7	3	8
3	6	7	9	2	6	6	4	0	7	9	8	3	7	0	9	8	7	8	4	8	4	5	8	9
5	9	9	0	1	1	5	2	4	1	2	4	9	3	4	6	5	6	5	8	9	6	8	0	4
2	8	2	4	8	0	7	8	2	3	1	3	5	5	7	2	9	9	7	2	7	9	2	5	2
9	4	1	7	9	8	2	1	1	6	5	7	0	8	5	5	3	8	4	5	6	8	4	7	1
7	0	6	3	6	4	3	5	8	0	0	2	1	6	2	3	1	5	0	9	4	2	1	2	6
7	3	2	6	8	1	5	6	7	5	4	5	6	7	0	4	6	2	3	7	4	0	9	1	8
6	5	8	0	1	8	6	2	3	8	0	4	1	0	8	6	9	6	9	1	2	3	0	7	1
8	0	3	1	9	5	2	9	8	1	7	1	8	4	2	5	0	4	6	8	7	2	3	2	4
1	1	0	9	3	6	0	5	2	3	8	6	3	9	4	7	2	7	1	9	0	8	2	3	5
0	6	1	2	7	9	3	0	0	6	5	9	5	6	6	2	5	3	0	6	3	9	4	4	0
9	8	5	8	6	7	9	4	5	0	1	8	9	3	1	1	7	0	5	2	5	1	6	5	2
5	9	6	7	0	4	8	3	9	2	2	7	2	1	7	3	8	5	4	5	8	7	8	6	6
4	4	7	5	2	3	1	7	6	9	9	2	7	2	5	9	4	9	7	4	1	6	1	9	3
2	7	9	3	4	2	7	1	4	4	3	3	4	8	3	8	1	1	2	0	6	4	7	8	9
3	2	4	4	5	0	4	8	1	7	6	0	0	5	9	0	3	8	8	3	9	5	5	0	7
3	4	9	5	2	0	7	3	6	9	0	7	3	1	2	5	1	6	5	3	1	9	7	4	3
5	0	1	8	6	3	0	1	3	1	9	5	7	9	4	9	5	0	2	9	2	3	2	5	1
8	6	7	1	0	4	6	2	8	4	6	8	4	5	5	7	0	9	7	5	9	0	1	9	4
9	7	3	4	3	1	8	6	1	5	4	0	5	4	9	4	7	7	6	4	4	2	5	8	5
4	3	6	3	8	5	3	0	2	7	3	2	8	3	6	0	9	1	3	1	5	8	9	6	9
2	2	5	0	5	8	9	5	0	2	5	1	2	0	1	3	6	5	0	7	6	6	3	2	6
6	1	2	2	7	2	2	7	5	6	7	9	6	2	0	2	2	4	1	2	0	5	0	0	8
7	8	4	7	1	9	4	9	4	3	1	6	9	8	3	1	4	8	9	8	8	4	8	7	0
1	9	0	6	9	6	1	8	7	0	8	3	0	7	8	6	8	3	4	6	7	7	4	1	2
0	5	8	9	4	7	5	4	9	8	2	4	1	6	7	8	3	2	8	0	3	1	6	3	7
8	2	7	6	0	2	6	9	0	2	8	4	5	7	8	0	7	6	3	4	5	7	2	5	4
2	9	6	1	7	1	5	3	1	3	6	3	4	8	1	8	3	0	8	5	7	5	3	2	8
9	3	9	0	5	8	1	7	2	9	5	7	7	3	0	1	5	1	5	6	9	8	9	0	5
4	8	5	7	2	5	4	4	9	7	2	1	1	2	3	5	4	2	1	8	6	0	1	3	2
1	1	4	9	9	3	2	8	3	5	1	2	9	4	4	6	8	3	2	1	3	2	5	1	0
5	5	3	8	4	9	3	2	4	1	7	0	2	9	2	7	9	7	0	7	8	4	8	4	3
0	7	1	5	3	4	7	6	7	8	4	8	6	5	7	3	1	5	9	0	4	6	0	7	6
7	4	0	3	8	7	8	0	8	0	3	9	3	6	9	9	0	4	7	2	1	3	7	9	1
3	0	2	2	6	0	0	5	6	4	9	5	0	0	5	4	6	9	6	9	0	1	4	6	9
6	6	8	4	1	6	9	1	5	6	0	6	8	1	6	2	2	8	4	3	2	9	6	8	7
8	4	5	7	5	0	9	8	4	2	8	6	9	0	3	4	2	6	3	1	5	0	4	0	3
3	7	4	5	1	9	6	2	6	8	2	0	0	4	6	0	9	5	1	0	4	6	8	1	9
6	9	1	1	7	3	2	6	5	7	6	5	7	2	9	9	6	7	6	8	6	5	0	9	1

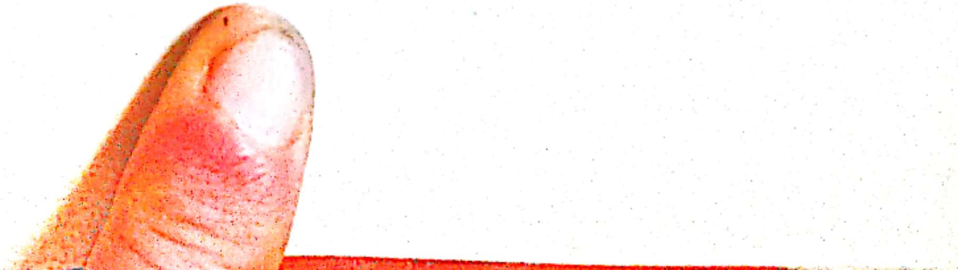
Scanned with OKEN Scanner

2	0	2	5	6	3	5	3	7	5	8	7	7	4	3	6	6	7	6	7	4	4	8	4	0
0	5	5	7	7	2	2	7	4	3	3	1	0	1	0	7	3	6	7	9	5	1	3	7	4
1	6	8	6	8	6	1	9	9	8	1	6	9	7	8	0	4	2	5	5	3	8	0	6	9
9	2	4	9	3	0	0	8	8	6	7	3	4	2	1	2	5	0	2	0	1	5	1	2	3
3	1	0	8	1	0	7	4	5	9	4	0	5	3	7	1	1	9	0	2	0	0	2	5	7
6	4	6	3	2	1	9	2	0	4	2	4	6	0	5	4	0	1	4	4	2	2	9	1	1
5	9	1	2	9	8	3	5	3	7	9	2	2	5	6	9	2	8	1	1	7	9	7	0	8
8	4	6	6	5	6	1	6	5	1	0	6	6	9	8	5	4	8	0	2	3	5	7	3	1
1	8	3	8	2	3	5	5	4	6	2	5	8	5	2	1	6	0	5	7	1	3	0	1	8
5	2	5	2	0	9	3	4	6	0	8	4	7	7	7	6	9	4	3	4	6	7	5	9	2
4	5	1	0	9	0	8	0	1	3	3	1	4	2	5	7	8	6	7	3	4	6	6	7	5
9	7	8	1	8	7	0	9	3	2	7	0	3	1	9	4	2	5	9	8	2	9	4	4	7
7	1	7	4	6	4	9	3	9	5	6	8	2	6	4	8	0	1	4	1	5	4	3	8	6
6	9	4	9	4	2	6	8	0	4	9	7	9	3	1	9	3	2	1	9	9	1	1	2	4
3	0	2	5	7	5	7	1	8	7	1	2	0	8	3	0	1	7	6	5	0	2	8	6	3
2	3	0	3	3	1	2	2	7	9	4	3	5	4	0	3	7	3	2	6	7	8	9	5	0
0	6	9	7	1	8	4	7	2	8	5	9	1	0	6	2	5	9	8	0	8	0	2	0	9
3	6	7	9	5	3	8	0	2	5	4	2	1	5	0	3	4	1	9	6	4	8	0	4	5
2	8	9	0	3	4	2	3	4	3	5	8	3	0	8	7	6	4	8	4	3	3	8	9	8
7	2	0	5	4	9	7	9	0	1	9	3	2	6	3	5	7	8	4	9	0	0	7	8	4
6	4	5	2	8	2	3	1	5	4	7	9	7	9	2	6	9	6	3	8	2	6	5	1	0
1	5	1	4	1	8	0	2	3	2	6	1	8	4	6	8	3	3	6	1	1	5	3	2	1
5	7	8	1	7	6	4	6	6	7	1	7	4	8	9	1	5	2	5	2	7	1	4	5	7
4	9	6	3	0	1	5	8	9	0	8	5	9	7	7	2	1	7	1	7	8	2	6	7	2
9	1	3	8	6	7	6	4	7	9	0	4	6	1	5	0	2	0	7	0	5	4	1	0	3
8	0	4	6	2	5	1	5	1	6	2	0	5	3	1	4	8	5	0	3	6	9	2	3	6
0	3	2	7	9	0	9	7	8	8	3	6	0	2	4	9	0	9	2	5	9	7	9	6	9
1	8	5	0	9	3	2	1	2	5	6	7	5	8	7	0	3	3	8	3	7	2	1	6	9
0	2	0	9	5	7	3	5	9	6	4	8	0	4	3	3	5	7	7	2	3	0	4	2	4
5	0	2	3	3	6	8	0	7	4	8	4	3	1	9	2	7	5	1	5	1	4	2	4	5
6	9	1	5	6	4	6	3	8	3	0	2	4	6	8	4	2	4	0	6	2	5	5	7	6
8	6	9	7	2	2	4	2	0	9	9	3	2	3	4	1	9	1	2	0	9	3	9	9	7
7	1	3	8	4	1	5	7	3	2	1	5	6	0	6	8	1	0	4	1	8	1	0	1	2
2	4	6	6	0	8	1	9	4	7	5	1	9	5	0	6	6	8	6	4	0	7	7	0	1
4	7	8	2	8	0	7	8	6	0	2	9	1	9	5	9	4	9	9	7	4	6	8	3	0
9	5	4	1	7	9	0	6	5	1	7	6	7	7	5	5	0	2	5	8	6	9	6	8	8
3	3	7	4	1	5	9	4	1	8	3	0	8	2	2	7	8	6	3	9	5	8	3	5	3
1	9	3	7	9	1	3	9	0	4	2	6	8	5	7	9	8	1	8	7	3	5	3	8	7
6	2	6	1	2	4	7	7	7	3	5	7	2	1	6	5	6	9	0	0	8	9	0	2	0
5	0	4	8	7	6	5	5	2	7	9	1	5	2	5	4	2	4	5	1	0	4	4	7	6
2	4	5	9	0	7	4	1	3	8	7	3	4	6	9	7	4	7	6	5	7	3	2	0	2
9	7	0	4	1	2	6	0	6	5	0	9	6	0	2	0	3	0	3	9	9	2	6	5	3
3	5	1	2	4	3	8	8	9	6	3	4	7	7	3	6	7	2	9	3	6	1	7	1	9
7	8	9	6	3	5	1	2	4	1	4	8	3	4	8	1	1	8	4	4	1	6	9	9	5
4	6	8	0	8	8	9	6	1	0	8	2	0	8	0	3	5	6	7	8	5	0	8	3	8
0	1	7	3	6	0	0	3	8	2	1	0	1	9	1	2	0	3	1	2	4	8	1	4	4
8	3	2	5	5	9	2	4	5	9	6	5	9	3	4	8	9	5	2	6	2	7	5	6	1

Scanned with OKEN Scanner

TABELUL XIII (Continuare)

5	0	3	8	6	7	1	7	7	6	7	1	8	7	1	7	1	9	2	7	7	4	5	3	4
4	5	0	4	2	6	0	3	3	0	3	7	6	8	0	5	0	8	5	5	1	2	1	7	6
2	1	6	2	4	4	7	9	0	1	0	8	2	1	2	1	8	4	8	2	3	1	3	5	2
0	6	8	9	3	2	8	4	9	4	1	2	3	5	7	2	7	3	4	9	9	7	7	6	0
7	2	7	3	9	8	4	0	8	9	9	3	5	3	4	3	4	1	7	6	0	9	2	8	5
1	8	2	6	0	1	3	5	2	5	5	4	4	6	8	6	5	2	9	4	2	8	6	2	7
9	3	9	0	8	5	5	1	1	3	4	9	1	9	5	8	3	0	0	3	8	3	9	4	8
0	7	7	8	3	0	7	3	4	5	0	1	7	0	6	9	5	7	5	6	1	7	6	9	2
9	0	1	6	1	1	5	0	6	0	8	0	1	7	3	1	8	5	2	4	0	4	2	0	1
2	8	3	5	7	3	2	8	8	4	9	6	5	6	4	3	2	2	4	1	4	8	4	5	4
6	9	0	7	9	9	3	1	3	6	5	7	2	5	1	4	9	4	9	3	7	6	3	2	3
1	2	5	0	5	4	1	7	0	3	1	8	0	1	0	2	0	8	6	0	5	9	7	8	6
3	1	8		4	7	6	4	1	7	3	9	8	3	2	0	6	3	8	7	2	2	9	6	5
5	3	6	2	8	2	9	9	5	1	4	3	6	9	9	8	1	9	1	5	9	3	5	3	8
7	5	9	1	0	6	0	2	7	8	7	4	9	2	7	5	4	0	7	2	3	5	8	4	7
8	4	2	4	6	8	8	5	2	9	6	2	4	8	8	7	3	1	0	9	8	0	1	7	0
4	6	4	9	2	5	4	6	9	2	2	5	3	4	5	6	7	6	3	8	6	1	0	1	9
7	8	3	0	9	1	6	2	5	9	2	6	1	4	2	3	2	5	6	9	5	1	7	2	9
0	6	8	3	6	4	7	8	1	3	1	0	4	1	4	2	1	0	9	3	6	9	2	0	1
3	2	1	9	2	9	9	6	4	4	3	9	3	2	5	1	5	9	8	6	7	8	4	5	5
8	1	4	8	7	6	2	3	7	8	0	5	5	7	1	0	9	7	2	5	4	6	0	3	6
2	3	6	2	0	3	0	0	2	7	9	3	7	8	0	6	0	4	5	8	9	3	1	8	8
4	9	2	5	4	7	8	9	3	1	7	4	2	3	7	5	6	2	4	0	3	4	8	7	0
5	0	9	4	3	8	5	7	6	6	5	2	6	0	9	8	4	3	1	1	8	7	3	4	7
1	7	0	6	8	0	1	1	0	5	8	8	8	6	8	9	3	8	3	2	1	2	6	9	2
6	5	7	1	1	5	4	5	9	0	6	1	0	5	6	7	8	6	7	4	2	0	9	1	4
9	4	5	7	5	2	3	4	8	2	4	7	9	9	3	4	7	1	0	7	0	5	5	6	3
0	7	8	9	8	7	0	2	1	3	2	5	2	8	2	5	8	4	0	5	8	3	6	1	5
7	2	9	2	0	3	7	0	2	1	4	2	1	3	8	2	2	9	2	8	1	0	1	5	7
4	5	5	7	7	1	8	3	3	2	9	3	8	6	7	1	3	1	7	3	2	1	4	9	8
8	0	2	1	9	4	3	7	4	8	5	8	9	4	3	8	7	2	3	0	3	7	7	6	9
6	6	7	5	5	0	6	4	8	6	0	6	5	5	4	9	1	3	9	7	5	8	5	7	2
2	9	1	0	3	2	5	6	6	5	7	4	6	2	5	0	4	7	8	9	9	6	9	3	0
3	4	0	8	6	8	4	8	5	7	8	1	3	9	0	3	0	0	5	1	7	9	2	2	3
1	3	6	6	1	6	9	5	7	9	1	7	7	0	1	6	5	6	6	2	6	5	0	8	6
5	1	3	4	4	9	2	1	9	0	3	9	4	1	9	7	6	8	4	6	4	6	8	0	4
9	8	4	3	2	5	1	9	0	4	6	0	0	7	6	4	9	5	1	4	0	2	3	4	1
6	7	5	7	8	0	3	0	6	4	5	7	5	0	9	5	6	1	7	3	0	7	6	2	4
8	1	7	9	6	2	2	4	9	8	6	2	6	9	7	8	5	3	4	6	4	4	1	8	9
0	3	4	5	2	3	7	5	8	9	2	9	4	2	6	7	8	6	3	4	3	6	0	7	0
2	8	1	8	0	4	6	1	5	0	9	4	7	3	1	3	7	4	1	5	8	5	5	4	7
9	4	3	1	7	9	8	7	3	6	3	5	1	4	5	6	4	8	6	2	1	0	8	9	5
3	2	2	6	5	6	1	2	2	7	8	8	9	8	4	9	3	9	8	1	2	1	7	6	3
7	5	9	0	4	8	4	6	0	3	4	0	3	6	2	2	1	0	0	7	5	9	2	1	1
1	6	0	2	1	5	5	3	7	5	7	6	2	5	3	0	0	5	5	0	9	8	9	5	2
5	0	8	4	3	7	9	8	4	1	1	3	8	7	0	1	2	2	9	9	6	2	3	3	6
4	9	6	3	9	1	0	9	1	2	0	1	0	1	8	4	9	7	2	8	7	3	4	0	8



Scanned with OKEN Scanner

Bibliografie

Anderson, R. L., 1946 — Missing-plot techniques, Biom. Bull. 2,41—47

Anghel, Gh., 1940 — Contribuțiuni la tehnica experiențelor cu soiuri de cereale, Tipografia Națională Cluj.

Bailey, N. T. J., 1959 — Statistical methods in biology, The english universities press ltd, 102 Newgate street, London, E.C. 1.

Bailey, N. T. J., 1961 — Introduction to the mathematical theory of genetic linkage, At the Clarendon Press, Oxford.

Bartlett, M. S., 1937 — Properties of sufficiency and statistical tests, Proc. Roy. Soc. A. 160 (1937), 268.

Behrens, W. U., 1956, — Die Eignung verschiedener Feldversuchs-Anordnungen zum Ausgleich der Bodenunterschiede, Z. Acker — und Pflanzenbau, 101.

Bellmann, K. und Ahrens, H., 1965 — Zum gegenwärtigen Stand der Anwendungmöglichkeiten der biometrischen Genetik in der Pflanzenzüchtung 1 Teil, Die verschiedenen Formen der genetischen Variabilität und ihre Bedeutung in der Pflanzenzüchtung, Der Züchter, Bd. 35, H. 4.

Binet, F. E., et all., 1955, — Analysis of confounded factorial experiments in single replication, North Carolina Agr. Exp. Sta. Tech. Bull. 113.

Bliss, C. I., 1937 — Plant protection, Nr. 12, Leningrad.

Bonnier, G. und Olof Tedin, 1959 — Biologische Variationsanalyse. Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin.

Ceapoiu, N., 1958 — Cînepa, studiu monografic, Editura Academiei Republicii Socialiste România.

Ceapoiu, N., 1959 — Elemente de tehnică experimentală agricolă (Lito. Edit. Acad. R.S.R.)

Ceapoiu, N., 1960 — Elemente introductive în noua metodică experimentală agricolă, Probleme Agricole, nr. 10.

Ceapoiu, N., 1963 — Calcularea și interpretarea rezultatelor din experiențele polifactoriale așezate după metoda parcelelor subdivizate, Probleme Agricole, nr. 2 și 3,

Ceapoiu, N., 1964 — Calcularea și interpretarea grupelor (seriilor) de experiențe, Probleme Agricole, nr. 12.

Ceapoiu, N., Itoafă, E., Cimponeru, N., Doucet, M. și Doucet Victoria, 1966, — Soiul de cînepă Fibramulta 151, Analele ICCPT Fundulea, vol. XXXII, seria C, C.D.A. București

Scanned with OKEN Scanner

Cochran, W. G., 1954 — Biometrics, 10: 101.
Cochran, W. G. and Cox, G. M., 1957 — Experimental designs; second edition, John Wiley & Sons, Inc., Publishers, New-York.
Cornish, E. A., 1940 — The estimation of missing values in incomplete randomized block experiments, Ann. Eugen. 10, 112—118.
Cornish, E. A., 1943 — The recovery of inter-block information in quasi-factorial designs with incomplete data, 1. Square, triple and cubic lattices. Australian Coun. Sci. Ind. Res. Bull. 158.
Cornish, E. A., 1944 — The recovery of inter-block information in quasi factorial designs with incomplete data. II. Lattice squares, Australian Coun. Sci. Ind. Res. Bull. 175
Davies, O. L., 1956 — The design and analysis of industrial experiments, Oliver and Boyd, London, 39 A Welbeck Street, W.1.
De Lury, D. B., 1946 — The analysis of latin squares when some observations are missing, Jour. Amer. Sta. Assoc. 41, 370—389.
Falconer, D. S., 1960 — Introduction to quantitative genetics, Oliver & Boyd, Edinburgh 1.
Finney, D. J., 1947 — The construction of confounded arrangements, Emp. Jour. Exp. Agr. 15, 107—112.
Finney, D. J., 1952 — Statistical method in biological assay, Charles Griffin & Comp. Ltd., London.
Finney, D. J., 1965 — An introduction to statistical science in agriculture, Oliver & Boyd, Edinburgh.
Fisher, R. A., 1956 a — Statistische Methoden für die Wissenschaft, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh.
Fisher, R. A., 1956 b — Statistical methods and scientific inference. Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh and London.
Fisher, R. A., 1958 — Statistical methods for research workers, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh
Fisher, R. A., 1960 — The design of experiments, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh.
Fisher, R. A., 1965 — The theory of inbreeding, Academic Press, Berkeley Square House, London, W. 1.
Fisher, R. A. and Yates F., 1948 — Statistical tables for biological, agricultural and medical research, Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh.
Giurgiu, V. 1966 — Aplicaţii ale statisticii matematice în silvicultură, Editura Agro-Silvică, Bucureşti
Goulden, C. H., 1952 — Methods of statistical analysis, John Wiley and Sons, Inc.
Grebenščikov, I., 1963 — Zur quantitativ-genetischen Analyse der Ertragskomponenten beim Kürbis, Sonderdruck aus „Die Kulturpflanze", Bd. XI, 1963, Akademie-Verlag, Berlin.
Grebenščikov, I., 1964 — Zur quantitativ — genetischen Analyse der Ertragskomponenten beim Kürbis, Sonderdruck aus „Die Kulturpflanze", Bd. XI, 1963, Akademie-Verlag, Berlin.
Grimm, H., 1960 — Transformation von Zufallsvariablen, Biometrische Zeitschrift, Bd. 2, H. 3, Akademie-Verlag, Berlin.
Haber, E. S., 1932 — Journal of agricultural research, 45: 101,
Haber, E. S. and Snedecor W. G., 1946 — American society for horticultural science, 48: 481.

Scanned with OKEN Scanner

Harshbarger, B., 1947 — Rectangular lattices, Va. Agr. Exp. Sta. Mem. 1.
Harte, C., 1959 — Einige Probleme der Populationsgenetik, Biometrische Zeitschrift, Bd. 1. H.4, Akademie Verlag, Berlin.
Harter Leon, H., 1960 — Critical values for Duncans new multiple range test, Biometrics, vol. 16, Nr. 4.
Ionescu, D. şi Popa Gh., 1967 — Soiul de fasole F. 51, Analele ICCPT Fundulea, vol. XXXIII, seria C, C.D.A. Bucureşti.
Isenbeck, K., 1941 — Die Prüfung des Zuchterfolges, Handbuch der Pflanzenzüchtung Bd. I, Verlag Paul Parey, Berlin.
Jacob, A., Rüther H., Behrens W. U., 1961 — Der Vegetationsversuch 3. Der Feldversuch und seine Technik, Methodenbuch, Band X, Neumann Verlag, Radebeul und Berlin.
Kellner, E. şi Varga P., 1966 — Studiul corelaţiilor între însuşirile unor soiuri şi linii de sparcetă, Analele ICCPT Fundulea, vol. XXXII, seria C, C.D.A. Bucureşti
Kempthorne, O., 1952 — The design and analysis of experiments, John Wiley & Sons, Inc. London, New-York.
Kempthorne, O., 1960 — Biometrical genetics. Proceedings of an international symposium held at Ottawa, 1958, Pergamom Press LTD.
Konstantinov, P. N., 1952 — Osnovî selskohoziaistvennogo opîtnogo dela, Moskva.
Konstantinov, P. N. şi Plotnikov N. I., 1960 — Cu privire la metodica experienţelor în cîmp, Analele Româno-Sovietice, seria Agricultură-Zootehnie, 1(53).
Kudriavţeva, A. A., 1949 — Metodika i tehnika postanovki polevogo opîta na stanţionarnîh uciastkah, Moskva.
Lein, A., 1960 — Zur relativen Bewertung von Streuungsanteilen auf Grund der Varianzanalyse, Der Züchter, 30.
Leonard, W. H., and Clark, A. G., 1939 — Field plot technique, Burgess Publishing Company, Mineapolis.
Le Roy, H. L., 1960 — Statistische Methoden der Populationsgenetik, Birkhäuser Verlag. Basel u. Stuttgart.
Le Roy, H. L. und Landis J., 1960 — Das Schätzen fehlender Werte in a.b.c. — bzw. a.b. — Versuch, Biometrische Zeitschrift, Bd. 2, H.2. Akademie-Verlag, Berlin.
Linder, A., 1959 — Planen und Auswerten von Versuchen, Birkhäuser, Verlag, Basel und Stuttgart.
Linder, A., 1960 — Statistische Methoden für Naturwissenschafter, Mediziner und Ingineure, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart.
Mather, K., 1946 — Statistische Analysen in der Biologie, Springer — Verlag in Wien.
Mather, Wharton B., 1964 — Principles of quantitative genetics, Burgess Publishing Company, Mineapolis, Minnesota.
Mihoc, Gh., 1954 — Elemente de calculul probabilităţilor, Editura tehnică, Bucureşti.
Mihoc, Gh. şi Urseanu, V., 1962 — Matematici aplicate în statistică, Editura Academiei Republicii Socialiste România.
Mudra, A., 1952 — Einführung in die Methodik der Feldversuche, Hirzel Verlag, Leipzig
Mudra, A., 1958 — Statistische Methoden für landwirtschaftlische Versuche, Paul Parey in Berlin und Hamburg.
Mureşan, P., 1963 — Metode matematice in clinică, laboratoare şi ocrotirea sănătăţii, Editura medicală, Bucureşti.

Scanned with OKEN Scanner

Naidin, P. G., 1959 — Metodika polevogo opita, Moskva.
Onicescu, O., 1963 — Teoria probabilităţilor şi aplicaţii, Editura didactică şi pedagogică Bucureşti.
Onicescu, O. şi Mihoc, Gh., 1958 — Lecţii de statistică matematică, Editura tehnică, Bucureşti.
Otto, E., 1958 — Biometrie, Deutscher Bauernverlag.
Panse, V. G. and Sukhatme P. V., 1954 — Statistical methods for agricultural workers, Indian council of agricultural research, New Delhi.
Paterson, D. D., 1939 — Statistical techniques in agricultural research, Mc Graw Hill, New-York.
Perkal, J. und Szczotka F., 1960 — Eine neue Methode der Analyse eines Kollectivs von Merkmalen, Biometrische Zeitschrift, Bd, 2, H. 2., Akademie — Verlag, Berlin.
Plochinski, N., 1961 — Biometria, Novosibirsk.
Pollmer, G., 1957 — Untersuchungen zur Ertragsbildung bei Sommerweizen, Z. f. Pflanzenzüchtung, 37.
Pollmer, 1961 — Ertragsstrukturen von Winter und Sommerweizen, Z. f. Acker — und Pflanzenbau, 113.
Rancu, N. şi Tövissi, 1963 — Statistica matematică cu aplicaţii în producţie, Editura Academiei Republicii Socialiste România.
Rasch, D., 1960 — Probleme der Varianzanalyse bei ungleicher Klassenbesetzung, Biometrische Zeitschrift, Bd. 2, H. 3. Akademie-Verlag, Berlin.
Roemer, Th., 1930 — Der Feldversuch, Verlagsbuchandlung Paul Parey, Berlin.
Rupp, M. K., 1952 — The complete solutions of the balanced incomplet block designs with ten or fewer replications, Nat. Bur. Standards unpublished report.
Rutger, J. N., Schaller, C. W., Dickson, A. D. and Williams, J. C., 1966 — Variation and covariation in agronomic and ma lting quality characters in barley I, Heritability estimates, Crop science vol. 6, nr. 3.
Rüther, H., 1958 *a*, — Die Feldversuchtechnik, 2, neubearbeitete Auflage, Deutscher Bauernverlag, Berlin.
Rüther, H., 1958 *b* — Beric ht über internationale Beschprechung über Fragen der Feldversuchsmethodik in Berlin, Zeitschrift für landwirtschaftliches Versuchs- und Untersuchungswesen, 4 Bd., Heft 4, 1958.
Rüther, H. und Specht, G., 1956 — Feldversuche, Akademie Verlag, Berlin.
Săhleanu, V., 1957 — Metode matematice în cercetarea medico-biologică, Editura Medicală, Bucureşti.
Săulescu, N., 1967 — Cîmpul de experienţă, Editura Agro-Silvică de Stat, Bucureşti.
Săulescu, N., Ceapoiu N., şi Ulmamei, P., 1947 — Experienţe cu îngrăşăminte chimice la cînepa de fibre, Bul. Fac. Agr., Bucureşti nr. 1—2.
Schmidt, W., 1961 — Anlage und statistische Auswertung von Unter suchungen, Hannover.
Schmidt, W., 1965 — Die Mehrfaktorenanalyse in der Biologie, Aulis Verlag Deubner & K. G. — Köln.
Sipoş, Gh., 1960 — Importanţa experienţelor factoriale în cercetarea agricolă şi proble mele legate de executarea acestor experienţe, Studii şi cercetări de biologie şi ştii nţe agricole, Timişoara, nr. 7.

Scanned with OKEN Scanner

Sipoș, Gh., 1966 — O așezare simplă pentru executarea experiențelor polifactoriale, Probleme agricole, nr. 3.

Snedecor, W. G., 1956 — Statistical methods applied to experiments in agriculture and biology, The Iowa State College Press, Ames, Iowa.

Snedecor, W. G., and Haber, E. S., 1946 — Biometrics (Bulletin), 2 :61.

Steel, R. G. D. and Torrie, J. H., 1955 — Principles of procedures of statistics with special reference to the biological sciences.

Steinbach, M., 1961 — Prelucrarea statistică în medicină și biologie, Editura Academiei Republicii Socialiste România.

Stuart, A., 1954 — A simple presentation of optimum sempling results, J. R. statist, Soc. B. 16.

Sukhatme, P. V., 1953 — Measurement of the observational errors in surveys, Rev. Inst. int. statist., 20.

* * * Tagungsberichte nr. 68, 1964 — Die Varianzanalyse in der Landwirtschaft, Deutsche Akademie der Landwirtschaftswissenschaft zu Berlin.

Taylor, J., 1948 — Errors of treatment comparisons when observations are missing, Nature 162, 262—263.

Tippet, L. H. C., 1952 — Methods of statistics, London-New-York.

Tukey, J. W., 1949 — Biometrics, 5 :232.

Tukey, J. W., 1955 — Queries in Biometrics 11 :111

Vessereau, A., 1960 — Methodes statistiques en biologie et en agronomie, Paris, Libr. J.-B. Baillière et fils, 19 rue Hautefeuille.

Vianelli, S., 1954 — Metodologia statistica delle scienze agrarie, vol. I e II, Edizioni agricole, Bologna.

Wagner, F., 1959 — Die technische Durchführung von Feldversuchen, Verlag Paul Parey, Berlin und Hamburg.

Weber, A. A., und Linder, A., 1960 — Auswertung der Ergebnisse eines Versuchs zur Trachombekämpfung, Biometrische Zeitschrift, Bd. 2, H. 4. Akademie-Verlag, Berlin

Weber, Erna, 1961 — Grundriss der biologischen Statistik für Naturwissenschaftler, Landwirte und Mediziner, VEB Gustav Fisher, Verlag. Jena.

Willett, E. L., Ohms, J. I. and Torrie, J. H., 1955 — Factors influencing experimental error in field trials in artificial insemination, Journal of Dairy Science, vol. XXXVIII, nr. 12.

Wishart, J. și Sanders, H. G., 1959 — Metodologia experiențelor în cîmp, Traducere din limba rusă, I.D.T., București.

Wricke, G., 1965 — Die Erfassung der Wechselwirkung zwischen Genotip und Umwelt bei quantitativen Eigenschaften, Z. f. Pflanzenzüchtung Bd. 53, H. 3 u. 4.

Zimmermann, K., 1955 — Technik des Versuchswessens und der Pflanzenzüchtung, S. Hirzel Verlag, Leipzig.

Zimmermann, K. F., 1959 a — Kompendium der Variationsstatistik, VEB Deutsche Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Zimmermann, K. F., 1959 b — Tabellen, Formeln und Fachausdrücke zur Variationsstatistik, VEB Deutschen Verlag der Wissenschaften, Berlin.

Zimmermann, K. F., 1961 — Praktische Pflanzenzüchtung, VEB Gustav Fisher, Verlag, Jena.

Scanned with OKEN Scanner

Yates, F., 1933 — The analysis of replicated experiments when the field results are incomplete, Emp. Jour. Exp. Agr. 1, 129—142.

Yates, F., 1936 — Incomplete latin squares, Jour. Agr. Sci. 26, 301—315.

Yates, F., 1937 — The design and analysis of factorial experiments, Imp. Bur. Soil. Sci. Tech. Comm. 35

Yates, F., 1960 — Sampling methods for censures and surveys, Charles Griffin & Comp. Ltd., London.

Yates, F., and Cochran W. G., 1938 — Journal of agricultural science, 28 : 556.

Yates, F., and Hale, R. W., 1939 — The analysis of latin squares when two or more rows, columns, or treatments are missing, Jour. Roy. Sta. Soc. Suppl. 6, 67—79.

Youden, W. J., 1937 — Use of incomplete block replications in estimating tobacco mosaic virus, Contr. Boyce Thompson Inst. 9, 41—48.

Youden, W. J., 1940 — Experimental designs to increase accuracy of greenhouse studies, Contr. Boyce Thompson Inst. 11, 219—228.

Scanned with OKEN Scanner

Index de termeni și simboluri

A

α, probabilitate de transgresiune *97*, *510*
Abatere distinct semnificativă *104*, *131*
— foarte semnificativă *104*, *131*
— medie *46*, 47
— medie patratică 46, *47*, 54, *74*, 75 79
— medie patratică ponderată *53*, 54
— nesemnificativă *104*
— semnificativă *104*, *131*
— standard 37, 46, *47*, 50, *74*, 80, 166
— standard a diferenței *93*, 94, 95, 107, 117
— standard a mediei aritmetice *91*, 92, 93, 106, 117
— standard a observațiilor *47*, 93, 94
— standard legată *174*, 175
— standard ponderată 54
— standard relativă *55*
Abateri accidentale 36, *104*, 105, 106, 119
— de la dreapta de regresie *205*, 206
— de la linia de regresie *205*, 206
— esențiale 104
ACoV, analiza covarianței *213*, 214, 216, 218
Acțiune izolată a factorilor *245*
— reciprocă a factorilor 142, 157, 245, *349*, 351
Acțiuni ale combinațiilor *348*, 349
— ale factorilor *349*, 350,
— principale 169, *349*, 350, 363, 417, 454, 475
— simple *348*
Alegere *29*
— la întîmplare *29*, 126
— la întîmplare pe grupe *29*
— simplă nerepetată *29*
— simplă repetată *29*
— sistematică *29*
— stratificată *29*
Amplitudinea variației 31, 32, 33, *46*
Amplitudini de variație exprimate în unități din abaterea standard *116*
— de variație semnificative cele mai mici *116*
— de variație Student *116*
Analiza corelațiilor *172*
— covarianței *213*, 214, 218, 495
— dublă a varianței *137*, 163, 167, 379
— frecvențelor *225*, 226, 229, 234
— multiplă a varianței *148*, 155
— regresiilor *198*,
— simplă a varianței *127*
— triplă a varianței *144*, 383
— varianței *125*, 175
A_s, indicele asimetriei probei 37
Asimetrie 58, *59*, 64, 65, 72, 79, 162
Așezarea patratică *269*
— în fișii *269*

B

β, coeficient de regresie al populației *37*, 199, 202
B, indice de exactitate Linder *181*, 182, 183

Scanned with OKEN Scanner

b, coeficient de regresie al probei *37*, *182*, 199, 202
Bandă de protecţie *247*
Bloc 218, *246*
Boltire *61*

C

Cărare separatoare *247*
Centrul clasei 31, 32, 33, 34
Cîmp de experienţă *247*
Clasă modală *44*
Clase 30, 31, 32, 33
— artificiale 30
— de semnificaţie *104*
— naturale 30
Coeficient de asimetrie 43
— — corelaţie 37, 174, 175, *183*, 184, 185, 189, 190, 191,
— — — al rangurilor 187, 188
— — — multiplă *197*
— — — parţială *192*, 195
— — ereditate *482*, 484, 486
— — regresie 37, 182, *199*, 202, 498
— — — multiplă *207*
— — variaţie 37, *55*
Coeficientul lui Pearson *77*, 80
— — Spearmann *187*
Coeficienţi binomiali *69*, 71
— pentru comparaţia ortogonală *161*, 413
Colectivitate 28
Combinaţii de factori *246*
— — tratamente *246*, 348, 351
— — variante *246*
Comparaţie ortogonală *159*
Confounding *361*, *443*
Corecţie a lui Sheppard *58*, 59, 63, 65
Corelaţie *172*
— multiplă *196*, 197
— parţială *191*, 192, 195
— simplă *172*, 192, 194, 195
Covarianţă 37, *178*, 179, 182, 184
Cultură comparativă *245*
— de recunoaştere *248*
— — uniformizare *248*
Curbă de frecvenţă 35
— — variaţie 35
— empirică 90
— leptokurtică 61
— mezokurtică 61
— normală 61, 82, *83*, 84, 85, 86, 90, 96, 100
— platikurtică 61

D

δ, diferenţa teoretică 107
Densitatea de probabilitate 82
Deviaţie medie *46*
— standard *47*, 164, 165
Diagrama distribuţiei frecvenţelor 34
Diferenţă *107*
Diferenţă dintre doi coeficienţi de corelaţie *190*, 191
— empirică *107*, 108
— limită *107*
— medie 46, *47*
— teoretică *107*
DL, diferenţă limită *107*
Disimetrie *59*
— aparentă *59*
— reală *59*
Dispersie 36, *46*, 162, 181
— totală 181
Distribuţie 32
— accidentală 261
— a diferenţelor *93*
— a frecvenţelor 28, 32, 33, 36, 44, 92
— a lui Bernoulli 69
— a lui Gauss 82
— a lui Pascal 69, *103*
— a lui Pearson 99
— a lui Poisson 78, 79, 80, 81, *103*, 162, 169
— a lui Student *96*, 116, 123
— a mediilor 91
— a raportului dintre două varianţe 102, 103
— asimetrică 79
— a varianţelor *260*, 270
— bidimensională *174*
— bimodală 36

Scanned with OKEN Scanner

— binomială *67*, 69, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 103, 162
— — negativă *103*
— binomică 69
— de frecvenţă continuă 82
Distribuţie accidentală „dirijată" *261*
— discontinuă 82
— discretă 79, 82, 96
— empirică *27*, 77, 78, 81, 88, 89, 90, 95,
— F *101*, 102, 103 *512*, 513, 514, 515, 516, 517
— fluctuantă 82
— Gram —Charlier *103*
— hipergeometrică *103*
— legată *175*
— marginală *174*, 175
— normală *82*, 84, 86, 88, 89, 90, 91, 93, 95, 104, 126, 162, 169
— — a două variabile *174*
— Neyman *103*
— plurimodală *36*, 41, 44
— polinomială *103*
— randomizată a variantelor *246*
— simetrică 44
— sistematică a variantelor *246*, 269
— t *95*, 110, 123, 126, *510*
— totală *174*, 175
— unimodală 36, 44
— x^2 *98*, 121, *511*
Distribuţii empirice 77, 81, 105
— teoretice 66, 74, 78, 81, 89, *103*, 104, 105, 166
Dreaptă de regresie 175, 202,
Dreptunghi latin 224, 280, 283, *355*, *385*, 489

E

E, indicele excesului probei *37*
ε, indicele excesului populaţiei *37*
e, abatere medie 46, 47
Ecuaţie a liniei de regresie *182*, 198,
— — regresiei multiple *206*
— — — nelimare *210*
Eroare a diferenţei 94, 95, 125, 137, 140
— — excesului *63*
— — indicelui de asimetrie *63*
— — mediei aritmetice *93*
— standard 47
Erori accidentale 125
Estimatori *36*, 37, 41, 104
Eşantion 28
Exces 58, *61*, 63, 64, 65, 162
Experienţă *245*
— completă 245
— complexă 245, *348*, 356
— cu blocuri complete *246*, 270
— — — incomplete *246*
— factorială 155, 245, *348*
— incompletă 486, 500
— în cîmp *245*
— — gol *248*
— monofactorială 245, *270*, *379*, 457, 486
— multifactorială *348*,
— oarbă *248*
— plurifactorială 245, *348*
— polifactorială 347, 348, 350, 351 362, 486, *410*, 476
Eveniment *66*, 67
— contrar *66*, 67

F

f, frecvenţă 32
Factor de balansare 153, 393, 398
— experimental *245*, 348
Familia distribuţiilor lui K. Pearson *103*
Fenomen de reiditivitate 162
Frecvenţă 30, 31, 34, 41, 43
— absolută 32, 33, 34, 72
— aşteptată *225*
— calitativă *225*
— cantitativă *225*
— observată 90, *225*, 234
— relativă 32, 33, 34, 72, 75, 76, 88, 166
Frecvenţe empirice 81
— teoretice 81, 225
Funcţia distribuţiei normate a lui Gauss 83
— — standardizate a lui Gauss 83

Scanned with OKEN Scanner

G

Gradări ale factorilor *348*
Grad de acţiune relativă *448*
Grade de libertate 49, 119, *125*
Graniţe de confidenţă *106*, 107, 110
— — semnificaţie 88, 104, 107
Grilaj balansat 284, *290*, 291, 292, *399*, 491
— cubic *300*, 302,
— dreptunghiular *296*, 297, 298, 299, 300
— parţial balansat *389*
— patrat *336*, 337, *409*, 492
— — balansat *336*, 337, 338
— — parţial balansat *347*.
— simplu 284, 286, 287, *389*, 489
— triplu *288*, 289, *396*, 490
Grupe de experienţe *457*

H

H coeficient de ereditate *486*
h^2 — — — *484*
η_i, raport de corelaţie *178*
Heritability *482*, 484
Heterogenitate a varianţelor 123, 162, 166
Histogramă 34, 72, 82

I

Indice de exactitate *181*, 183
— — — pentru corelaţia parţială *195*.
Indicele asimetriei după Johannsen *61*
— — — Pearson *60*
— excesului 37, *61*, 63
— — probei 37
Indici ai asimetriei 37, *59*, 63
— — dispersiei 29, *45*, 46, 47
— — populaţiilor statistice *37*, 104
— — probelor *37*, 104
— statistici *36*, 37,
Influenţa golurilor 247, 254, *226*,
— marginii 247, 254, *264*,
— vecinilor 247, 254, *265*,
Interacţiune a factorilor *349*, 363
— de gradul al doilea 455
— — ordin superior 417
— — ordinul al doilea 417, 455, 475
— — — — treilea 417, 475
— — primul grad 454
— — — ordin 417, 454, 475
Ipoteză nulă 29, 104, 105, 107, 118
Interval de clasă 31, 32, 33, 35, 39, 43, 51, 61
— — confidenţă *106*, 107, 110
— median *43*
— modal *44*

L

1, numărul gradelor de libertate *125*
Legături funcţionale *172*
— statistice *172*
— stachastice *172*
Lege a lui Poisson 81, 82
— — distribuţiei normale 98
— — — x^2 *101*
— binomială 70 76, 82
— de tip continuu 82
— — — discontinuu 82
Lege normală 82, 83, 109
— t *96*, 109
Limite de clasă 30, 31, 34
— — confidenţă 106
Linearitatea regresiei *205*
Linie de regresie 174, 181, 182, 201, 202

M

μ, media aritmetică a populaţiei *37*, 74, 83, 105
M, momente iniţiale *56*
m, momente centrate *57*
ν_i' momente ordinare *56*
Martor 133, 159, *263*
Mărime a clasei 31
Mărimi limită ale lui r *190*
— z *190*, 191
Media experienţei *263*
M_e, mediană *43*
Mediană *42*, 43, 44
Medie 33, 36, 37
— adevărată *37*, 91

Scanned with OKEN Scanner

— aritmetică *37*, 38, 39, 41, 44, 46, 47, *74*, 75, 79, 89, 91, 92, 93, 105, 106,
— — ponderată *41*, 42
— de lucru 37
— empirică 94, 105, 106
— generală 41, 42, 45, 126, 217, 477
— geometrică 41, *44*, 45, 170
— — ponderată *45*
— individuală 41
— preliminară 37
— presupusă 37
— probabilă 37, 39, 40, 41
— provizorie 37, 39, 89
— teoretică 37, 105, 106
Medii mobile 36
Metoda blocurilor 155, 218, *270*, 351, 453, 487, 488
— — dirijat randomizate *273*
— — divizate 224
— — incomplete balansate *303*, 304, *404*, 491
— — randomizate 144, 169, 247, *273*
— Confounding *361*, 364, *443*, 455
— Konstantinov *270*
Metoda diferenţei *116*, 140, 500
— dreptunghiului latin 148, 335
— grilajului balansat 148, 284, *290*, 291, 292, *399*, 491
— — pătrat 148, 336, 337, *409*, 492
— — simplu 284, 286, 287, *389*, 489
— în fîşii *269*
— înlănţuirii *361*, 364, *443*
— — totale *362*, *443*
— — parţiale *363*, *449*
— Knut Vik *269*
— Konstantinov *270*
— Kristensen *269*
— Lindhard *269*, 270
— liniară pe mai multe rînduri *269*
— — pe un rînd *269*
— Mitscherlich *269*
— parcelelor subdivizate *355*, 356, 357, 358, 359, *418*, 438, 493
— patratului latin 144, 148, 353
— perechilor *269*
— standard *269*
— Zade *269*
Metode de aşezare 257, *269*, 270, 347, 351, 361
Modul 44
Momente *56*, 57, 58
— ale distribuţiei t *97*
— centrate *56*, 75, 77, 80, 97
— iniţiale *56*
— ordinare *56*, 75, 76, 80

N

Neomogenitatea solului 28, 247
Neuniformitatea solului *247*
— a varianţelor 122
Nivel de semnificaţie 88
Normalitate 162
Număr de plante recoltabile *247*

O

Observaţie *27*, 32, 35, 37
Omogenitate a varianţelor *118*, 119, *121*
Ordonatele curbei normale *83*, 84, *504*
Ordonatele distribuţiei t normate *96*, *508*

P

Parametri 28, *36*, 37, 75, 76, 90, 104
Parcelă comparativă *246*
— de protecţie *247*
— experimentală *246*
— paralelă *246*
— repetiţie *27*, *246*
Patrat greco-latin *278*, 279
— latin 224, 261, *272*, 283, *353*, 354, *383* 488
Patratul lui Youden *316*, *408*, 492
— — — extins 316
— — — format prin adăugarea unui pătrat latin incomplet la un patrat latin complet, *316* 326
— — — propriu-zis *316*
— quasilatin *371*, 372, 373, 374
Permutări randomizate ale numerelor 29, *526—533*
Poligon al distribuţiei frecvenţelor 34, 35

Scanned with OKEN Scanner

— de frecvenţă 34, 35, 36, 90
— — variaţie 34, 35
Populaţie *28*, 29
— biologică 28
— ideală 28
— normală de două variabile *175*
— statistică 28, 37, 41, 49, 75, 91, 101, 118
Prag de semnificaţie 88
Probabilitate *66*, 67, 68, 71, 72, 75 78, 79, 82, 83, 88, 96, 99, 101
— de transgresiune *88*, 97, 98, 100, 101, 102, 103, 104, 507, 512, 518, 519, 520
— individuală 66,71.
Probă *28*
— empirică 105
— reprezentativă 29
Pseudovariabilă *495*

R

ρ, coeficient de corelaţie al populaţiei *37*, 174, 175
R, coeficient de corelaţie multiplă *197*
r, — — — al probei 37, *183*, 184
Randomizare 246, *260*
— a variantelor 126
Rang *187*, 189
Raport de corelaţie *178*
— $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ 102, *103*, 124
Regresie liniară *198*, 205,
— — multiplă *206*, 208, 209
— — simplă *197*, 198
— multiplă *206*, 208, 209
— neliniară *210* 212,
— parţială 208, 209, 210
— pătratică *212*, 213.
Repartiţie a frecvenţelor 32
— normală 82
Repetiţie *246*

Q

Quartile *43*

S

σ, abaterea standard a populaţiei *37*, 74, 96, 104, 105
σ%, coeficientul de variaţie al populaţiei *37*
σ^2, varianţa populaţ.ei *37*, 74, 91
σ^2_{xy}, covarianţa populaţiei *37*
s, abaterea standard a probei *37*, 47
s%, coeficientul de variaţie al probei *37*, 55
s^2, varianţa probei *37*, *125*
s^{-2}, varianţa medie 119, 120, 124, 166
s^2_{xy}, covarianţa probei *37*, 179
s_{A_s}, eroarea indicelui de asimetrie *63*
$s^2_{A_s}$, varianţa asimetriei *63*
s_d, abaterea standard a probei 107
s_E, eroarea excesului *63*
s^2_E, varianţa excesului *63*
$s_{\bar{x}}$, abaterea standard a mediei aritmetice *91*, 92, 93
Scăzător *48*, *125*
Selecţie simplă nerepetată *29*
— — repetată *29*
— stratificată *29*
Semnificaţie *104*
— a coeficientului de corelaţie *189*, 190
— — — — — parţială *196*
— — — — regresie *202*, 203, 204
Semnificaţie a diferenţei *107*, 112
— — — dintre doi coeficienţi de corelaţie *190*
— — — dintre doi coeficienţi de regresie 202, *204*
— — diferenţelor supuse distribuţiei normale *107*
— — — — — — t *111*
— — indicelui de exactitate *190*, 196
— — mediilor supuse distribuţiei normale *105*
— — — — — t *110*
— — regresiei multiple *208*
— — — neliniare *212*
— — — parţiale *208*
Serii de experienţe *457*
Siguranţă 106
Sondaj simplu nerepetat *29*
— — repetat *29*
— stratificat *29*

Scanned with OKEN Scanner

SPA, suma patratelor abaterilor *48*, 51
Split - plot *355*
SPrA, suma produselor abaterilor *179*
Subpopulaţie *175*, 186
Suma pătratelor abaterilor 41, 48, 51, *125*
— produsurilor abaterilor *179*, 182
Suprafaţa recoltabilă *247*
Şir de variaţie 30, 45
— statistic 30, 31, 32, 33, 34, 36, 40, 41, 92
— — unimodal continuu 44
— — — discontinuu 44

T

Tabelă de contigenţă R × C *234*
— — — R × 2 *235*
— — — 2 × C *237*
— — — 2 × 2 *235*
— — corelaţie 172, *173*
Tabel de distribuţie 30
— original 30
— primar de distribuţie 30
TC, termen de corecţie 48, 51, *125*
Teoria probabilităţilor *67*
Termen de corecţie 48, 51, *125*
Test al independenţei *238*
— — omogenităţii *238*
— Bartlett *121*, 123, 126
— de aditivitate *169*, 170
— Duncan *114*, 115, 116, 136, 137, 143, 146, 147.
— F 103, 123, 125, 126
— Newman — Keuls *114*, 116
— t *109*, 114, 117, 123, 125, 147
— t multiplu *114*,
— — — obişnuit *114*, 115, 116, 147
— u *109*
— x^2 (Hi patrat) 78, 81, *225*, 229, 234
Testul Tuckey *169*, 170
Totalitate de bază 28
Transformarea coeficienţilor de corelaţie în valori z *190*, *524*
— valorilor procentuale *166*
— transformare în numere reciproce *166*
— în rădăcini patrate *162*, 163
— logaritmică 162, *164*, 166, 170
Transformări *162*
Tratament *245*, 246
Triunghi al lui Pascal *69*, 70

U

Unghi = arc sin $\sqrt{\text{procent}}$ *166*, 167, *521*, 522, 523
Unghiuri corespunzătoare procentelor *166*, 167, *521*, 522, 523
Unitate experimentală *246*

V

Valoare centrală *42*
— dominantă *44*
— individuală 27, 31, 37, 46, 74, 88
— modală 41, 44, 60
— normală *44*
— observată 27
— singulară 27
— t empirică *112*
— t ponderată *123*, 124
Valori α *97*, *510*
— ale raportului F *119*
— limită ale lui r *190*, 523
— medii 29, 36, *37*, 45, 46
— t 518, 519, 520
— u *83*
— z 190, *191*,
Variabilă 28, 46
— aleatoare 83
— alternativă 30
— continuă 28, 30, 33, 34
— discontinuă 28, 30, 33, 35
Variabilitate 27
— a fertilităţii solului *247*, 248, 256
Variantă 27, 29, *245*, 246, 263
— de control *247*
— martor 159, *247*
— standard *247*
Variantă 37, *47*, 50, 51, 118, 121, 123 ,
Varianţa acţiunii reciproce 143, 155
— dintre grupe 120, 126, 128, 158
— efectivă a erorii *155*, 403

Scanned with OKEN Scanner

— erorii *125*, 213
— excesului 63
— interacţiunii 144
— probei 37, 125, 126
— restului *125*, 213
— fenotipică 484
— individuală 119, 122, 123, 125
— în interiorul grupelor *120*, 126, 127, 158
— medie *119*, 120, 124, 166
— totală *125*, 126
Verianţe neomogene *119*, *121*, 122, 123, 124, 166.
— omogene *119*, 120, *121*, 123, 125, 166
Variaţie 27, 35
— accidentală 28
— alternativă 28, 70
— continuă 27, 83
— discontinuă 27, 32
Variaţie discretă 27
— fluctuantă 27
— sistematică 28
— totală 28

X

$\bar{x}$, media aritmetică a probei *37*, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 74, 75, 79
x, media generală 41, 42, 45, 126
x_g, media geometrică 41, *44*, 45, 170
x_g, media geometrică ponderată *45*
$\bar{x}_p$, media aritmetică ponderată *42*

Scanned with OKEN Scanner

Index de autori

A

Anderson, R.L. 534
Anghel, Gh. 264, 534
Ahrens, H. 534

B

Bacher, I. 418
Bailey, N.T.J. 5, 237, 534
Bartlett, M. S. 5, 121, 123, 126, 534
Behrens W.U. 5, 261, 276, 277, 534, 536
Bellmann, K. 534
Bernoulli, J. 69
Bielka R. 250
Binet, F.E. 443, 534
Bliss, C.I. 5, 166, 534
Bonnier, G. 534
Brandt 237
Bravais 183
Brieger 28

C

Ceapoiu, N. 176, 418, 423, 534, 537
Cimponeru, N. 534
Clark A.G. 470, 536
Cochran, W.G. 5, 123, 150, 257, 275, 276, 301, 311, 315, 316, 326, 338, 357, 363, 364, 365, 418, 423, 438, 443, 491, 535, 539.
Cornish, E.A. 491, 492, 535
Cox, G.M. 5, 123, 150, 257, 275, 276, 301, 311, 315, 316, 326, 338, 357, 363, 364, 365, 418, 423, 438 443, 491, 535

D

Davies O.L. 5, 418, 535
De Lury, D.B. 489, 535
Derevițki N.F. 251
Dickson, A.D. 537
Doucet, M. 534
Doucet, V. 534
Duncan, D.B. 5, 115, 116, 136, 137, 143, 146, 147

F

Falconer, D.S. 535
Finney D. J. 5, 217, 443, 535
Fisher, R.A. 5, 6, 96, 103, 123, 166, 270, 361, 443, 448, 535.

G

Gauss, C.F. 82
Giurgiu, V. 5, 535
Gosset, W.S. 5, 96
Goulden, C. H. 5, 535
Grebenščikov, I. 535
Grimm, H. 535

H

Haber E.S. 535, 538
Hald, A. 5
Hale, R.W. 489, 539
Harschbarger, B. 536
Harte, C. 536
Harter, Leon, H. 115, 136, 536.
Hartley, H.O. 116
Helmert, F.R. 98
Henrichs, 268

I

Ionescu, D. 383, 536
Irwin M.R. 226
Isenbeck, K. 251, 536
Itoafă, E. 534

J

Jacob, A. 536
Johannsen, W 61

K

Kellner, E. 179, 536
Kempthorne, O. 5, 6, 443, 536

Keuls, M. *114*, 116.
Konstantinov, P.N. 5, 252, 536
Koniuşkov, N.S. 252
Kudriavţeva, A.A. 250, 536

L

Landis, J. 536
Lein, A. 484, 486, 536
Leonard, W. H. 470, 536
Le Roy, H. L. 536
Linder, A. 5, 443, 449, 536, 538
Lindhard, 269

M

Markov, V.M. 250, 253
Mather, K. 5, 536
Mather, Wharton, B. 6, 536
Mendel, G. 229
Mihoc, Gh. 5, 29, 67, 536, 537.
Minina, I.P. 252
Mitscherlich, E. A. 269
Mudra, A. 5, 117, 150, 159, 202, 205, 208, 248, 250, 251, 275 276, 438, 457, 536
Mureşan, P. 5, 536

N

Naidin, P.G. 248, 250, 251, 252, 253, 259, 262, 537
Newman, D. *114*, 116

O

Ohms, J.I. 538
Onicescu, O. 5, 67, 537
Otto, E. 46, 537

P

Panse, V.G. 248, 418, 438, 457, 537
Paterson, D.D. 443, 451, 480, 537.
Pearson, K. 5, 55, 60, 80, 98, 99, 103, 116
Perkal, J. 537
Phipps, I.F. 302
Plochinski, N. 482, 537
Plotnikov, N.I. 536
Poisson 78, 79, 80, 81, 82, 103, 169
Pollmer, G. 482, 537
Popa, Gh. 383, 536

Q

Quenouille, M.H. 5

R

Rancu, N. 5, 537
Rasch, D. 537
Roemer, Th. 250, 252, 264, 267, 268, 537
Rundfeldt, H. 250
Rupp, M.K. 326, 537
Rutger J.N. 537
Rüther, H. 248, 253, 259, 418, 536, 537

S

Sanders, H.G. 248, 251, 253, 538.
Săhleanu, V. 5, 537
Săulescu, N. 5, 177, 537
Scerba 248
Schaller, C. W. 537
Schmidt, W. 537
Sheppard, W.F. 58, 59
Sipoş, Gh. 537, 538
Snedecor, G.W. 5, 103, 166 170, 236, 237, 418, 504, 510, 521 535, 538.
Specht, G. 537
Spirakovski, N.D. 253
Steel, R.G.D. 538
Steinbach, M. 5, 178, 538
Stuart, A. 538
Student. 96, 116, 123
Sukhatme, P.V. 248, 418, 438, 457, 537, 538
Szczotka, F. 537

T

Taylor, J. 488, 538
Tedin, O. 534
Tippet, L.H.C. 5, 538
Torrie, J.H. 538
Tövissi, L. 5, 537
Tukey, J. W. 169, 170 538

U

Ulmamei, P. 537
Urseanu V. 5, 29 536

V

Varga, P. 179, 536
Velican, V. 5
Vessereau, A. 5, 451, 457, 470, 480, 538
Vianelli, S. 5,538

W

Wagner, F. 538
Weber, A.A. 538
Weber, Erna 5, 115, 133, 155, 158, 182, 457, 466, 504, 505, 506, 507, 511, 523, 538
Willet, E.L. 538
Williams, J.C. 537
Wishart, J. 248, 251, 253, 538
Wricke, G. 538

Z

Zade 269
Zimmermann, K. 538
Zimmermann, K.F. 81, 166, 508, 526, 538

Y

Yates, F. 5, 166, 444, 450, 488, 489, 535, 539
Youden, W.J. 5, 316, 539

Scanned with OKEN Scanner

Redactor responsabil : ing. ELENA GRECEANU
Tehnoredactor : TOMA ALEXANDRESCU

Dat la cules 18.03.1967. Bun de tipar 20.05.1968. Apărut 1968. Tiraj 1700+135 ex. Hîrtie tipar înalt A de 80 g/m². Format 70×100/16. Coli editoriale 29,40. Coli de tipar 34,50. A. 2354. C.Z. pentru bibliotecile mari 631. C.Z. pentru bibliotecile mici 63.

Întreprinderea Poligrafică „13 Decembrie 1918",
Str. Grigore Alexandrescu nr. 89—97, București,
Republica Socialistă România.
Comanda nr. 243.

Scanned with OKEN Scanner

ÎN EDITURA AGRO-SILVICĂ

AU APĂRUT:

N. A. Săulescu, N. N. Săulescu

CÎMPUL DE EXPERIENȚĂ

M. I. Neagu

AMELIORAREA PLANTELOR HORTIVITICOLE

T. Mureșan

BAZELE GENETICE ALE AMELIORĂRII PLANTELOR

Colectiv

MANUALUL INGINERULUI AGRONOM VOL. I și II

N. Constantinescu și col.

POMICULTURA VOL. I și II

A. Vasiliu

ION IONESCU DE LA BRAD

Scanned with OKEN Scanner